

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА



Факультет
вычислительной математики
и кибернетики



Научная конференция ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Тезисы докладов

23 марта – 5 апреля 2026 года

Москва

2026

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Научная конференция

Ломоносовские чтения

Тезисы докладов

23 марта – 5 апреля 2026 года



МОСКВА – 2026

УДК 519.7
ББК 22.18
Л75



<https://elibrary.ru/sbbwzk>

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова*

Ломоносовские чтения. Научная конференция. 23 марта – 5 апреля
Л75 2026 г. : тезисы докладов. – Москва : Издательский отдел факультета
ВМиК МГУ (лицензия ИД 05899 от 24.09.2001); МАКС Пресс, 2026. –
256 с.

е-ISBN 978-5-89407-660-7 (ВМК МГУ)

ISBN 978-5-317-07565-1 («МАКС Пресс»)

<https://doi.org/10.29003/m5056.978-5-317-07565-1>

В настоящий сборник вошли тезисы докладов секции Вычислительной математики и кибернетики конференции «Ломоносовские чтения – 2026», проводимой Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова в 2026 году.

УДК 519.7
ББК 22.18

Lomonosov Readings. Scientific Conference. March 23 – April 5, 2026 :
Abstracts. – Moscow : Publishing Department of CMC MSU (license ID
05899 from 24.09.2001); MAKS Press, 2026. – 256 p.

е-ISBN 978-5-89407-660-7 (ВМК МГУ)

ISBN 978-5-317-07565-1 («МАКС Пресс»)

<https://doi.org/10.29003/m5056.978-5-317-07565-1>

The collection includes report's abstracts of the Computational Mathematics and Cybernetics section of the Lomonosov Readings – 2026 conference conducted by the Moscow State University in 2026.

е-ISBN 978-5-89407-648-5
ISBN 978-5-317-07378-7

© Издательский отдел факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, 2026
© Авторы докладов, 2026
© Оформление. ООО «МАКС Пресс», 2026

В соответствии с Уставом Московского университета и приказом Ректора МГУ № 123 от 5 февраля 2026 г. «О проведении общеуниверситетской научной конференции «Ломоносовские чтения» для подведения итогов деятельности научных подразделений в 2025 году, представления и обсуждения результатов научно-исследовательских работ по всем тематическим направлениям, ежегодная научная конференция «Ломоносовские чтения» пройдет с 23 марта по 3 апреля 2026 года.

Секция вычислительной математики и кибернетики научной конференции «Ломоносовские чтения» включает следующие подсекции.

Секция 1. Системное программирование

(руководитель — академик РАН, профессор Аветисян А. И.).

Секция 2. Вычислительные технологии и моделирование

(руководитель — академик РАН, профессор Тыртышников Е. Е.).

Секция 3. Математическая кибернетика

(руководитель — профессор Ложкин С. А.).

Секция 4. Исследование операций

(руководитель — профессор Васин А. А.).

Секция 5. Теория вероятностей и математическая статистика

(руководитель — профессор Королев В. Ю.).

Секция 6. Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов

(руководитель — чл.-корр. РАН, профессор Смелянский Р. Л.).

Секция 7. Интеллектуальные информационные технологии

(руководитель — профессор Машечкин И. В.).

Секция 8. Кафедры системного анализа и нелинейных динамических

систем и процессов управления (соруководители — академик РАН, профессор Шананин А. А., профессор Фомичев В. В.).

Секция 9. Суперкомпьютеры и квантовая информатика

(руководитель — чл.-корр. РАН, профессор Воеводин В. В.).

Секция 10. Дифференциальные уравнения

(руководитель — профессор Ломов И. С.).

Секция 11. Информационная безопасность

(руководитель — академик РАН, профессор Соколов И. А.).

Секция 12. Вычислительные методы

(руководитель — академик РАН, профессор Четверушкин Б. Н.).

Секция 13. Алгоритмические языки

(соруководители — профессор Лукашевич Н. В., доцент Абрамов В. Г.).

Секция 14. Математическая физика

(руководитель — профессор Разгулин А. В.).

Секция 15. Оптимальное управление и дифференциальные игры

(соруководители — академик РАН, профессор Осипов Ю. С., профессор Григоренко Н. Л.).

Секция 16. Кафедра автоматизации научных исследований

(руководитель — чл.-корр. РАН, профессор Посыпкин М. А.).

Содержание

Секция 1. Системное программирование	19
<i>В. А. Падарян, А. А. Цехмистер</i>	
Динамическое символьное выполнение бинарного кода по множеству путей в рамках инфраструктуры Glassfrog	19
<i>М. А. Соловьев, Д. А. Ильичев</i>	
Квазиобратное символьное исполнение бинарного кода	20
<i>Л. С. Корухова, К. П. Болотин, Н. А. Лазарев</i>	
Многопользовательская облачная среда для работы с Jupyter Notebook	21
<i>А. Е. Русанов, Л. С. Корухова, А. К. Яцков, В. А. Лазарев</i>	
Разработка эффективного способа хранения и обработки больших объёмов взаимосвязанных данных	23
<i>В. Н. Игнатьев, М. Г. Биктимиров</i>	
Метод подстановок для упрощения предикатных формул в статическом анализаторе	24
<i>В. Н. Игнатьев, С. П. Сухинин, В. С. Карцев</i>	
Поддержка семантики ссылочных локальных переменных и возвращаемых значений (ref) в подсистеме символьного выполнения статического анализатора SharpChecker	26
<i>А. И. Гетьман, Д. Р. Головаш, И. А. Степанов</i>	
Исследование и разработка методов классификации мобильного трафика с использованием трансферного обучения	28
<i>В. А. Бахтин, Н. А. Катаев, А. С. Колганов, М. Д. Кочармин</i>	
Инкрементальное распараллеливание Фортран-программ	29
<i>В. А. Бахтин, Е. Д. Ермолович, Н. А. Катаев, А. С. Колганов</i>	
Динамическая компиляция кода для выполнения на ускорителях в системе автоматизированного распараллеливания	30
<i>В. В. Кулямин, В. Ю. Чепцов, В. В. Марченко</i>	
Методика использования технологий безопасной компиляции для встроенных систем ответственного назначения	32

Секция 2. Вычислительные технологии и моделирование	33
<i>А. В. Сетуха, Д. Д. Яблонский</i>	
Моделирование многослойных диэлектрических покрытий с применением импедансного граничного условия	33
<i>А. В. Сетуха, Чжоу Минъян</i>	
Метод кусочно-линейных аппроксимаций для граничного сильносингулярного интегрального уравнения, возникающего в задаче дифракции скалярной волны	34
<i>Р. Т. Закс, С. А. Матвеев, Д. В. Александров, М. А. Никишина</i>	
Численное решение уравнения Смолуховского с учётом вызревания Оствальда	35
<i>А. Е. Сорокин, Н. Б. Захарова</i>	
Исследование метода кригинга в задаче восстановления пространственных полей температуры поверхности моря	36
<i>Е. А. Лукьянов, Н. Л. Замарашкин</i>	
Парето-оптимальные прекодеры и максимизация пропускной способности	38
<i>И. А. Копнина, Д. А. Артемасов, С. А. Матвеев</i>	
Предсказание канала в MIMO-системах на основе алгоритма DMD и тензорных методов	39
<i>У. Р. Паркина, М. В. Рахуба</i>	
Новый алгоритм для устойчивого взвешенного низкорангового приближения	40
<i>М. А. Бабенко, Н. Л. Замарашкин</i>	
Использование структуры малого ранга при реализации машин Изинга	41
<i>Е. П. Березин, Р. Т. Закс, Г. З. Алёхин, С. А. Матвеев, С. В. Морозов</i>	
Малопараметрические представления в задаче Simrank	42
Секция 3. Математическая кибернетика	44
<i>С. Н. Селезнева</i>	
О решетке замкнутых классов полиномов по составному модулю	44
<i>С. Н. Селезнева, В. В. Ефремов</i>	
О решетке замкнутых классов линейных функций в четырехзначной логике	45
<i>А. А. Лобанов</i>	
О сложности симметрических функций алгебры логики в одном классе псевдополиномиальных форм	47

Т. В. Андреева, Ван Цзэ

Об асимптотике значений коэффициентов некоторых симметрических
производящих функций 48

Ю. С. Владимирова

Метод выявления импликанты булевой функции с использованием
троичных шкал 49

Д. С. Романов, А. Г. Шухман

Об оценках функций Шеннона длины теста относительно локальных
инверсных неисправностей на входах схем 51

Д. Д. Кудимов, С. А. Ложкин

О сложности и структуре минимальной каскадной контактной схемы,
реализующей стандартную мультиплексорную функцию 53

С. А. Ложкин, Е. К. Михалев

Уточненная оценка сложности линейной функции алгебры логики в
одном классе обобщенных контактных схем 54

Секция 4. Исследование операций 55

А. А. Васин, С. Ю. Абдулаев, Г. А. Саноян

Оптимальное управление накопителями электроэнергии разных типов 55

А. Ф. Измаилов, М. В. Солодов

Локальная сходимость методов Гаусса–Ньютона для нелинейных
уравнений с ограничениями 57

К. А. Брыскина, М. Р. Давидсон

Модификация ускоренного градиентного метода с помощью правила
Армихо 59

Н. М. Новикова, Д. В. Щербаков

Расчет справедливого вклада в повышение пропускной способности
кластерной сети 60

Н. И. Бузин, М. А. Посыпкин

Эффективность различных верхних оценок в задаче о ранце с
несколькими ограничениями 61

А. Н. Дарьина, А. А. Волков

Исследование методов нейросетевого управления ветвлением в задачах
дискретной оптимизации 63

В. В. Морозов, А. А. Борисов

Об одном методе балансировки портфеля 64

А. Р. Валеев, Д. Ю. Голембиовский

Оптимальная аллокация капитала при управлении портфелем
фьючерсных стратегий 65

<i>Д. Ю. Голембиовский, А. А. Садовников</i>	
Методы каузального анализа промо-акций в ритейле: от propensity score matching к uplift-моделям	67
Секция 5. Теория вероятностей и математическая статистика	68
<i>М. А. Драницына, Т. В. Захарова</i>	
Декомпозиция профиля «концентрация–время» для оценки эквивалентности лекарственных препаратов	68
<i>К. Н. Кодряну, Т. В. Захарова</i>	
Статистическая оценка качества моделей классификации писем по тематическим папкам	69
<i>Е. И. Мележников, О. В. Шестаков</i>	
Асимптотический анализ пороговых процедур в разреженной модели со случайным числом значимых наблюдений	71
<i>В. Ю. Королев, М. А. Иванов, А. С. Вакшин</i>	
Прогнозирование временных рядов с использованием оценок коэффициента дрефта уравнения Ито	73
<i>Ю. С. Хохлов, Н. В. Торбин</i>	
О одной характеристике многомерного геометрического распределения	74
<i>В. В. Ульянов, А. В. Шеряев</i>	
Уточнение скорости сходимости для статистик на базе фи-дивергенций в мультиномиальных критериях согласия	75
<i>И. С. Кобзев</i>	
Фазовый переход первого рода в экспоненциальных случайных графах с конкуренцией взаимодействий	76
<i>А. Г. Белов, А. Е. Полиенко, О. А. Белова</i>	
Факторно-регрессионный анализ биологических наблюдений	78
Секция 6. Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов	79
<i>Го Ф.</i>	
Композиция алгоритмов управления перегрузкой с использованием экспоненциальной векторной авторегрессии	79
<i>А. П. Волчанинов, П. Ю. Волканов</i>	
Перспективы развития программируемых архитектур контуров данных сетевых устройств	81
<i>Г. С. Алексеев, Е. П. Степанов</i>	
Организация взаимодействия агентов в мультиагентном методе балансировки транспортных потоков	82

А. А. Чистобаев, Е. П. Степанов

Исследование эффективности мультиагентного метода балансировки транспортных потоков в зависимости от алгоритма поиска множества маршрутов 84

Д. Р. Лысенко, В. О. Писковский

Разработка модели машинного обучения для прогнозирования времени исполнения задач в системе управления заданиями сети гетерогенных вычислителей 86

Н. К. Съедин, В. О. Писковский

Разработка модели глубокого обучения для прогнозирования в системе управления заданиями сети гетерогенных вычислителей 87

В. М. Могиленец, В. О. Писковский

Классификация табличных данных большого объёма с использованием ансамблей гетерогенных классификаторов и применением методов обучения с использованием явно заданных семантических понятий . 89

П. И. Иванов, В. А. Антоненко

Решение задачи размещения сетевых функций в туманных вычислениях с использованием обучения с подкреплением 91

Н. С. Теслюк, В. В. Балашов

Настройка параметров обучения многоагентного планировщика для вычислительной сети 93

А. В. Мозжухин, В. В. Балашов

Оптимизация производительности обучения многоагентного планировщика для вычислительной сети 94

В. Н. Пашков

О методе обеспечения отказоустойчивости распределенного контура управления в программно-конфигурируемых сетях 95

Секция 7. Интеллектуальные информационные технологии 96

И. В. Машечкин, М. И. Петровский, Ю. А. Васильев, И. Г. Приданова

Разработка методов прогнозирования оттока клиентов в условиях конкурирующих рисков 96

И. В. Машечкин, М. И. Петровский, Ю. А. Васильев, М. В. Говердовский

Разработка моделей анализа надежности, учитывающих историю эксплуатации оборудования 98

А. В. Мещеряков, А. С. Епифанова, А. В. Кашицкий, К. А. Трошко

Нейросетевое детектирование границ сельскохозяйственных полей России по данным спутников группировки Sentinel-2 99

М. А. Казачук, О. П. Чикин

Методы обнаружения аномального поведения пользователей в задаче выявления внутренних угроз 101

И. А. Шергин, А. П. Рыжов

Принятие решений по управлению движением человека при выполнении физических упражнений 102

Секция 8. Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления 103

Р. Р. Бегишев, А. В. Ильин

Об одном подходе к многоагентному обучению в специальных средах 103

А. С. Фурсов, О. Г. Толкачев

Параметрическая генерация морфологически правдоподобных карстовых структур для задач управления мультиагентными системами 105

Н. И. Денисова

Сравнительный анализ точности функциональных наблюдателей пониженного и полного порядка 106

С. Н. Смирнов, С. Ю. Жуков

Корректность постановки задачи суперхеджирования при численном решении — структурная устойчивость модели рынка 107

А. В. Арутюнов, О. А. Васянин, С. Е. Жуковский

Необходимые условия в задаче о седловой точке при наличии ограничений 109

П. А. Точилин, К. Р. Юлдашев

Алгоритмы построения внешних и внутренних оценок множеств разрешимости нелинейной системы с дискретным временем 110

Н. К. Обросова, К. А. Котельницкий

О задаче вычисления равновесных цен в модели межотраслевого баланса с производственными функциями типа CES 111

Секция 9. Суперкомпьютеры и квантовая информатика 113

А. Е. Семенов, Д. Ю. Буряк

Исследование иерархических признаков пространств метода Matryoshka Representation Learning 113

А. В. Русол, И. В. Маркин

Ускорение алгоритма определения геометрической затенённости 3D-моделей с использованием CUDA и pybind11 114

Н. К. Алексеев, Н. Н. Попова

Стратегия итеративного обучения рассуждениям малых языковых моделей 115

И. М. Никольский, Т. А. Сайбель

Исследование эффективности графовых нейросетей при распознавании трёхмерных изображений 117

А. В. Русол, Ши Хуэй

Применение модели сети осцилляторов к исследованию динамики ткани 118

О. С. Муромцев, Д. Ю. Буряк

Исследование свойств пространств представлений сиамского трекера 119

Г. М. Агаджанян, В. Ю. Вахрушев, Н. Н. Попова

Прогнозирование времени инференса больших языковых BERT-подобных моделей с учетом характеристик целевой вычислительной платформы 121

А. В. Русол, Д. А. Аверин

Вычислительная идентификация механических характеристик материалов с регулярной внутренней структурой 123

М. В. Шубин, М. А. Григорьева, Н. Н. Попова

Исследование паттернов доступа к данным в распределенных системах физики высоких энергий на основе кластеризации эмбедингов временных рядов 125

М. А. Демина, А. В. Кулагин

Открытая квантовая модель протонной динамики в водородных связях ДНК для оценки риска ошибок ПЦР 127

Секция 10. Дифференциальные уравнения 128

Н. Ю. Капустин

О задаче Трикоми для параболо-гиперболического уравнения теплопроводности 129

И. В. Садовничая, К. П. Зуев

Базисность Рисса со скобками системы корневых функций оператора Штурма-Лиувилля с сингулярным потенциалом на графе-звезде . . 130

А. М. Савчук, С. А. Северцов

Регуляризованный след оператора Штурма-Лиувилля с дельта-потенциалом и сдвигом в аргументе 131

А. М. Савчук, Е. Д. Кузнецов

Регуляризованный след оператора Штурма-Лиувилля с потенциалом из класса зарядов на графе-еже 132

Д. П. Емельянов

Некоторые асимптотические свойства вырождающихся линейных дифференциальных уравнений с большим параметром 133

А. И. Аристов

Групповой анализ нелинейного уравнения третьего порядка 134

А. Б. Костин, С. Д. Макаров

Линейная обратная задача для системы дифференциальных уравнений
дробного порядка с производной Герасимова–Капуто 134

И. В. Коровкин, А. Б. Костин

Задача Дирихле для уравнения Лапласа с разрывом в граничном
условии 136

Секция 11. Информационная безопасность 137

А. Д. Рубенков

Структурная атака на схему подписи pqsigRM для оригинальных
параметров 137

М. В. Порывай, Д. Е. Намиот

Определение качества данных для машинного обучения в реальном
времени 138

А. В. Макаров, Д. Е. Намиот

Модель сервисов сетевой пространственной близости: от примитивов к
программной платформе 140

М. А. Аграновский, К. С. Яковлев, В. А. Сухомлин

Автономная навигация киберфизических систем: метод робастного
планирования траекторий 141

Лю Хайлинь, Е. А. Ильюшин

Архитектура защиты агентных систем от уязвимостей и атак в режиме
исполнения 143

И. Ю. Терёхина, Ю. Р. Пак

Ограничение входных градиентов как метод повышения обобщающей
способности детекторов синтетической речи 144

И. В. Чижов

Оценка вероятности того, что квадрат Шура–Адамара случайного
подкода некоторого линейного двоичного кода совпадает с квадратом
самого кода 146

М. С. Воронов, А. К. Николайчук

PhantomHash — доказательство вычисления хеш-функции SHA-256 с
нулевым разглашением на базе STARK AIR 147

М. С. Воронов, Г. Д. Кучерин

Применение больших языковых моделей (LLM) для поиска семантически
близких функций в бинарном коде 149

Содержание	13
Секция 12. Вычислительные методы	150
<i>В. В. Сазонов, И. П. Устюжанин</i>	
Быстрое вычисление погонных емкостей бесконечных длинных параллельных проводников при помощи аппроксимаций	150
<i>Д. Е. Петражицкий, В. В. Сазонов, М. М. Хапаев</i>	
Использование нейронных сетей для приближенного вычисления погонных ёмкостей протяженных бесконечно длинных параллельных друг другу проводников	152
<i>В. М. Головизнин, Д. Д. Кузнецова</i>	
Балансно-характеристический алгоритм для численного моделирования динамического отклика балки Тимошенко при ударных воздействиях	153
<i>В. М. Головизнин, Н. А. Головня</i>	
Алгоритм численного моделирования ударно-волновых процессов в многофазных средах на основе многоскоростной полностью неравновесной модели Баера—Нунциато	155
<i>В. М. Головизнин, А. В. Сержантов</i>	
Численное решение уравнений Эйлера в релаксационном приближении (The Jin-Xin model) по схеме КАБАРЕ	156
<i>В. М. Головизнин, Н. Н. Попова, В. Д. Руссо</i>	
Балансно-характеристический алгоритм численного решения двухмерного гиперболизованного уравнения теплопроводности	158
<i>В. М. Головизнин, Н. М. Козлов, Н. Н. Попова</i>	
Численное моделирование рассеяния электромагнитной ТМ-волны на проводящем цилиндре во временной области	160
<i>В. М. Головизнин, Ю. Н. Дерюгин, М. С. Ерошкина</i>	
Применение метода «КАБАРЕ» к численному моделированию двумерных задач теплопереноса	161
<i>А. А. Беляева, В. М. Головизнин, Ю. Н. Дерюгин</i>	
Применение схемы КАБАРЕ для моделирования газодинамического течения в двумерной постановке	162
<i>Т. М. Лысак, Н. В. Песков</i>	
Формирование оптических солитонов в активной периодической среде с модулированной керровской нелинейностью	163
<i>А. Я. Буничева, С. И. Мухин, И. Г. Уваркин</i>	
О постановке граничных условий в задачах квазиодномерной гемодинамики	164
<i>А. В. Шобухов</i>	
Математическая модель многокомпонентной диффузии, основанная на законе действующих масс	166

<i>Н. П. Савенкова, А. Ю. Мокин, Д. А. Хлестов</i>	
Сведение материального баланса в $L1$ -норме	167
<i>И. А. Широков</i>	
Постановка задачи моделирования затухающей турбулентности в атмосферном слое на основе квазигазодинамических уравнений . . .	168
<i>В. А. Егоренков, В. А. Трофимов</i>	
Многоэтапный итерационный метод как развитие метода переменных направлений (Alternating Direction Implicit Method) для решения двумерных и трёхмерных задач	170
<i>Е. А. Леонов</i>	
Численное решение стохастической модели равновесия с гетерогенными агентами на основе игр среднего поля	171
Секция 13. Алгоритмические языки	172
<i>В. Б. Захаров, А. И. Мостяев, Т. В. Цыбиков</i>	
Система автоматической генерации шахматных задач	172
<i>В. Б. Захаров, Т. В. Борисов</i>	
Оптимизация описания шахматных признаков на языке Python . . .	174
<i>М. В. Леонов</i>	
Программное обеспечение цифровой коллекции утрат библиотеки Московского общества испытателей природы	175
<i>М. Д. Новиков</i>	
Автоматизация подготовки тестов для систем тестирования задач практикума.	176
<i>А. С. Шеханов, И. Н. Полякова</i>	
Исследование влияния генераторов псевдослучайных чисел на алгоритмы машинного обучения	177
<i>С. А. Новиков, И. Н. Полякова</i>	
Гибридная рекомендательная система подбора книг	178
<i>А. А. Третьяков, И. Н. Полякова</i>	
Генеративная рекомендательная система на основе LLM с интерпретацией запросов и синтезом обоснований	180
<i>Ю. С. Корухова, В. Г. Оганесян</i>	
Об одном подходе к построению системы автоматизированного решения геометрических задач	181
<i>Т. Н. Григорьев, Т. Ю. Грацианова</i>	
Автоматическое распознавание намеренных искажений в текстах на русском языке	182

<i>Д. А. Рогожин, Т. Ю. Грацианова</i>	
Методы отбора данных для обучения больших языковых моделей	183
<i>Т. Д. Гасанов, Т. Ю. Грацианова</i>	
Исследование открытых данных с сайта ИСТИНА с использованием нейросетевых моделей	185
<i>А. А. Вылиток, А. В. Гуляев</i>	
Алгоритм построения регулярного образа бесконтекстного L-графа	186
<i>И. Г. Головин, Е. А. Певцова</i>	
Использование сетевых грамматик для выявления дефектов корпусной разметки	187
<i>Д. О. Киселев, И. Г. Головин</i>	
Обучение с подкреплением в задаче генерации юнит-тестов большими языковыми моделями	189
<i>Д. А. Моисеев, М. М. Тихомиров</i>	
Оценка качества RAG-систем в русскоязычном домене	190
<i>Д. А. Мурсалимов, Л. Н. Кузина</i>	
Избирательная запись и консолидация долговременной памяти в LLM-агентах	191
<i>А. А. Панфёров, М. А. Гулак</i>	
Об оценке сложности одного алгоритма приведения операторных матриц по строкам	192
<i>А. А. Антипова, И. А. Волкова</i>	
Влияние адаптации больших языковых моделей на качество упрощения русскоязычных текстов	194
<i>В. А. Рыльская, И. А. Волкова</i>	
Влияние непроективности предложения на качество работы синтаксических анализаторов	195
<i>М. Е. Скрябина, Е. Д. Шамаева</i>	
Сравнительный анализ адаптированной и неадаптированной LLM на основе теста ассоциаций	197
<i>В. С. Волкович, Е. Д. Шамаева</i>	
Исследование устойчивости больших языковых моделей к семантически эквивалентным преобразованиям запроса	198
<i>Д. С. Карамела-Аждер, Е. Д. Шамаева</i>	
Методы графового сравнения деревьев зависимостей	199
<i>Е. И. Большакова, Д. В. Руденко</i>	
Анализ и расширение датасетов для задачи автоматического упрощения русскоязычных текстов	201

Н. А. Васильева, И. А. Волкова

Автоматическое преобразование русскоязычных текстов по компьютерным наукам в научный стиль на основе параллельного корпуса	202
--	-----

Секция 14. Математическая физика 204

А. В. Баев

Прямые и обратные задачи для диссипативной модели Ферми–Паста–Улама	204
---	-----

Д. М. Харитонов, В. А. Трофимов

Математическое моделирование процесса утробения частоты лазерного излучения с учётом побочных каскадных процессов	205
---	-----

О. А. Гаврилов, И. В. Тихонов

Итерационный метод решения обратных задач с финальным переопределением	207
--	-----

С. Г. Головина, В. И. Строков

Математическое моделирование рассеивающих свойств слоистого тела с использованием потенциалов Дебая	208
---	-----

С. Д. Загайнов, А. В. Хвостиков

Слабоконтролируемая сегментация минеральных фаз геологических аншлифов	209
--	-----

Арьянова А., В. В. Лопушенко

Мезоскопические граничные условия для потенциалов Дебая в задаче дифракции на плазмонной наносфере	211
--	-----

Хэ Л., А. В. Разгулин, А. В. Ларичев

Использование инвариантных множеств для исследования кинематических моделей нелинейной оптической системы	213
---	-----

И. С. Барашков

Математическое моделирование высокочастотного электромагнитного каротажа скважин	214
--	-----

Секция 15. Оптимальное управление и дифференциальные игры . 215

М. С. Никольский

Линейные управляемые объекты, описываемые интегро-дифференциальными уравнениями. Множества достижимости	215
---	-----

Н. Л. Григоренко, Е. Н. Хайлов

Об одном способе решения задачи терминального управления для модели конкуренции Лотки-Вольтерры с ограниченными управлениями . .	216
--	-----

М. Н. Гончарова, С. П. Самсонов

О множестве управляемости в некоторую точку для одного уравнения второго порядка при наличии линейного фазового ограничения 217

В. Г. Бойков, В. В. Потапова

Моделирование полета коптера по маршруту в программном комплексе EULER 219

А. А. Сапронов, В. Г. Бойков

Моделирование системы стабилизации перевёрнутого маятника на тележке в программном комплексе EULER 221

В. Г. Бойков

Методика построения системы стабилизации летательного аппарата при наличии множества органов управления и управляемых фазовых координат 223

В. Г. Бойков

Метод настройки ПИД-регуляторов системы стабилизации летательных аппаратов в координатах параметров переходного процесса 224

С. М. Орлов, Е. А. Ровенская, А. П. Бакланов

Оценивание сценариев в модели DICE на основе метрики с использованием множеств достижимости 226

В. А. Лебедев, Е. Н. Хайлов

Решение задачи терминального управления для одной модели лечения ракового заболевания 228

А. В. Кулевский

О линейном преобразовании выпуклого множества 229

С. А. Шатков

Синтез управления системой второго порядка вдоль гладкой траектории при неполной информации 230

Н. Л. Горьков В. П. Григоренко

К решению задачи сближения для разнотипных нелинейных объектов 231

С. Н. Аввакумов, М. В. Орлов, С. М. Орлов

Особые режимы в модели многофакторной экономики с различными коэффициентами амортизации 232

Секция 16. Кафедра автоматизации научных исследований 233

М. С. Кизласова, М. А. Посыпкин

Исследование надежности работы искусственной нейронной сети при распознавании изображений 234

<i>А. Г. Шишкин, Е. Д. Трофимов</i> Диффузионная модель деревербрации речи с использованием DNSMOS-ориентированной функции потерь	235
<i>М. В. Никонов, А. Г. Шишкин</i> Улучшение речи с ограничениями на многообразии с использованием генеративных моделей	236
<i>О. В. Гирфанов, А. Г. Шишкин</i> Мультимодальное очищение речи в условиях ограниченных вычислительных ресурсов	238
<i>П. Н. Вабищевич, М. М. Чернышов</i> Метод конечных объемов на объединенных сетках Вороного—Делоне для параболических задач	240
<i>В. А. Жилин, А. П. Смирнов, И. В. Капырин</i> Сравнительный анализ схем дискретизации задачи переноса в контексте моделирования миграции радионуклидов в геологических средах . . .	242
<i>И. В. Зотов, Н. В. Вертелецкий, Г. П. Зверев</i> Определение эволюции границы плазмы в установке токамак на основе метода подвижных филаментов	243
<i>Д. Ю. Сычуглов, В. Ф. Андреев, М. В. Белявцев, А. С. Жилкин, Д. В. Рыжаков, Д. Л. Уласевич</i> Адаптация кода TOKSTAB (ТОКамак STABility) для сопровождения в интерактивном режиме экспериментов на установке Т-15МД	244
<i>Е. В. Аладина, Д. Ю. Сычуглов, Т. Г. Трошина</i> Сравнение различных методов обработки микрофильмов операции интрацитоплазматической инъекции сперматозоида (ИКСИ)	245
<i>А. А. Долматов</i> Предобработка данных и классификация синдромов в задачах интеллектуального анализа электрокардиограмм	247
<i>Д. Ф. Павлова, А. А. Долматов, Д. Ю. Сычуглов</i> Обзор подходов к проектированию унифицированной базы данных ЭКГ-сигналов	248
<i>А. А. Габриелян, А. А. Долматов, Д. Ю. Сычуглов</i> Обзор методов стандартизации структуры представления данных ЭКГ-синдромов	249
Авторский указатель	252

ДИНАМИЧЕСКОЕ СИМВОЛЬНОЕ ВЫПОЛНЕНИЕ БИНАРНОГО КОДА ПО МНОЖЕСТВУ ПУТЕЙ В РАМКАХ ИНФРАСТРУКТУРЫ GLASSFROG

Падарян Варган Андроникович, Цехмистер Александр Андреевич

Кафедра системного программирования, e-mail: vartan@ispras.ru, alex2000@ispras.ru

Задачи, связанные с анализом бинарного кода, становятся все более актуальными. В частности, при разработке безопасного ПО анализ бинарного кода имеет множество практических приложений. Одним из популярных и развивающихся подходов к анализу является символьное выполнение, впервые описанное в работе [1]. Перспективные результаты показывает гибридное выполнение, сочетающее фаззинг и символьное выполнение вдоль конкретного пути [2, 3]. Отдельный интерес представляет символьное выполнение по множеству путей, способное вести совместный анализ нескольких траекторий выполнения. Подобный подход может успешно применяться в том числе в сочетании с символьным выполнением по отдельным путям [4]. Такой анализ поддерживается в ряде инструментов, в частности [3, 5], однако существующие реализации обладают серьезными ограничениями. Поднятие уровня представления до бит-кода LLVM неизбежно приводит к артефактам трансляции, затрудняющим его анализ, высокоуровневые типы данных приходится восстанавливать приблизительно. С другой стороны исчезают микроархитектурные особенности выполнения (конвейер выполнения, обработка исключений, ...), что важно для представления операционной семантики команд.

В ИСП РАН ведется разработка инфраструктуры анализа бинарного кода Glassfrog [6], в ее рамках было поддержано символьное выполнение бинарного кода по множеству путей. Исполнитель представляет собой оркестратор, осуществляющий контроль над несколькими ветвями символьного исполнения, каждая из которых движется по одному пути, а также создающий новые ветви при необходимости, например, при ветвлении потока управления. Для апробации нового исполнителя он был интегрирован с компонентом поиска ошибок в бинарном коде. В полученном программном инструменте исполнитель бинарного кода позволил осуществлять зависимое от состояния программы декодирование инструкций.

Для дальнейшего развития подхода планируется реализация модели символьной памяти по аналогии с работой [3] и ряда оптимизаций по аналогии с работой [5]. Также планируется интеграция разработанного механизма с другими компонентами инфраструктуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] King J. C. Symbolic execution and program testing // Communications of the ACM. – 1976. – Т. 19. – №. 7. – С. 385-394.
- [2] Sydr-Fuzz: Continuous hybrid fuzzing and dynamic analysis for security development lifecycle / A. Vishnyakov, D. Kuts, V. Logunova, D. Parygina, E. Kobrin, G. Savidov, A. Fedotov // 2022 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS). – IEEE, 2022. – С. 111-123.
- [3] Sok: (State of) the art of war: Offensive techniques in binary analysis / Y. Shoshitaishvili, R. Wang, C. Salls, N. Stephens, M. Polino, A. Dutcher, J. Grosen, S. Feng, C. Hauser, C. Kruegel, G. Vigna // 2016 IEEE symposium on security and privacy (SP). – IEEE, 2016. – С. 138-157.
- [4] Enhancing symbolic execution with veritesting / T. Avgerinos, A. Rebert, Sang Kil Cha, D. Brumley // Proceedings of the 36th international conference on software engineering. – 2014. – С. 1083-1094.
- [5] Klee: unassisted and automatic generation of high-coverage tests for complex systems programs / C. Cadar, D. Dunbar, D. Engler // OSDI. – 2008. – Т. 8. – С. 209-224.
- [6] Практическая абстрактная интерпретация бинарного кода / М. А. Соловьев, М. Г. Бакулин, С. С. Макаров, Д. В. Манушин, В. А. Падарян // Труды Института системного программирования РАН. – 2020. – Т. 32. – №. 6. – С. 101-110.

КВАЗИОБРАТНОЕ СИМВОЛЬНОЕ ИСПОЛНЕНИЕ БИНАРНОГО КОДА

Соловьев Михаил Александрович, Ильичев Дмитрий Алексеевич

Кафедра системного программирования, e-mail: icee@ispras.ru, dilichev@ispras.ru

Одним из распространенных подходов к поиску различных ошибок программного обеспечения является направленное символьное исполнение к заданной целевой точке (ошибочному состоянию). В отличие от прямого исполнения, в котором большое количество путей может достигать ошибочное состояние с несовместными ограничениями, обратное символьное исполнение позволяет продвигать именно ошибочное состояние ко входной точке, что может существенно ограничить количество анализируемых путей. При этом продвижение состояния осуществляется инкрементальным вычислением слабейших предусловий для каждого оператора программы на каком-либо пути от целевой до входной точки в обратном порядке. Существующие реализации обратного символьного исполнения [1, 2] ориентированы на анализ исходного кода.

В данной работе в рамках системы анализа бинарного кода на основе абстрактной интерпретации Glassfrog [3] разработана и реализована интер-

претация квазиобратного символьного исполнения бинарного кода, которая продвигает целевое состояние через инструкции программы в обратном порядке, а слабые условия для очередной инструкции вычисляются с помощью прямого символьного исполнения Pivot-фрагмента (структурной единицы архитектурно-независимого промежуточного представления Pivot [4], описывающей операционную семантику инструкций) и специальной обработки операторов загрузки и сохранения значений в адресные пространства. Это позволяет кратно уменьшить количество подстановок значений в символьные выражения по сравнению с вычислением слабейших условий для каждого оператора Pivot-фрагмента, а не всей инструкции целиком. Интерпретация проводится на межпроцедурном ГПУ, который можно получить из бинарного кода автоматически с помощью разработанного в предыдущих работах инструмента восстановления потока управления. Вместе с тем интерпретация поддерживает обработку косвенных переходов с уточнением символьных ограничений. Реализованный подход протестирован на ациклических синтетических программах, включающих в себя условные и косвенные переходы, а также на некоторых учебных примерах (т. н. «crackme») для повышения навыков обратной инженерии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dinges P., Agha G. Targeted test input generation using symbolic-concrete backward execution // Proceedings of the 29th ACM/IEEE International Conference on Automated Software Engineering. 2014. С. 31–36.
- [2] Chalupa, M., Strejček, J. Backward Symbolic Execution with Loop Folding // Static Analysis: 28th International Symposium. 2021. С. 49–76.
- [3] Практическая абстрактная интерпретация бинарного кода / М. А. Соловьев, М. Г. Бакулин, С. С. Макаров, Д. В. Манушин, В. А. Падарян // Труды Института системного программирования РАН. 2020. Т. 32, № 6. С. 101–110.
- [4] О новом поколении промежуточных представлений, применяемых для анализа бинарного кода / М. А. Соловьев, М. Г. Бакулин, М. С. Горбачев, Д. В. Манушин, В. А. Падарян, С. С. Панасенко // Труды Института системного программирования РАН. 2018. Т. 30, № 6. С. 39–68.

МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКАЯ ОБЛАЧНАЯ СРЕДА ДЛЯ РАБОТЫ С JUPYTER NOTEBOOK

Корухова Людмила Сергеевна, Болотин Константин Павлович¹, Лазарев Никита Алексеевич²

¹ Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: sp@cs.msu.ru, bolotink@ispras.ru

² Институт системного программирования им. В.П. Иванникова, e-mail: laznik@ispras.ru

Научные исследования и задачи обработки данных все чаще выполняются в интерактивной среде Jupyter Notebook, ставшей стандартом для специалистов

по анализу данных и машинному обучению. Многие пользователи знакомы с облачными сервисами, такими как Google Colab, которые предоставляют доступ к вычислительным ресурсам, включая графические ускорители. Однако при всех достоинствах подобных решений, они имеют существенное ограничение – жесткий лимит на время выполнения. При этом бесплатные тарифы облачных сервисов часто недостаточны для решения ресурсоемких задач, а переход на платные подписки приводит к значительным финансовым издержкам.

Возникает потребность в развертывании собственной многопользовательской среды, которая сочетала бы удобство Jupyter Notebook с возможностями высокопроизводительных вычислительных кластеров, имеющихся в распоряжении организации.

В данной работе представлена разработка и реализация такой системы на базе стека открытых технологий: JupyterHub для управления пользовательскими сессиями и Jupyter Enterprise Gateway (JEG) для интеграции с системой планирования заданий SLURM, управляющей гетерогенным кластером, включающим как CPU, так и GPU узлы. Архитектура разрабатываемого решения представлена на рис.1.

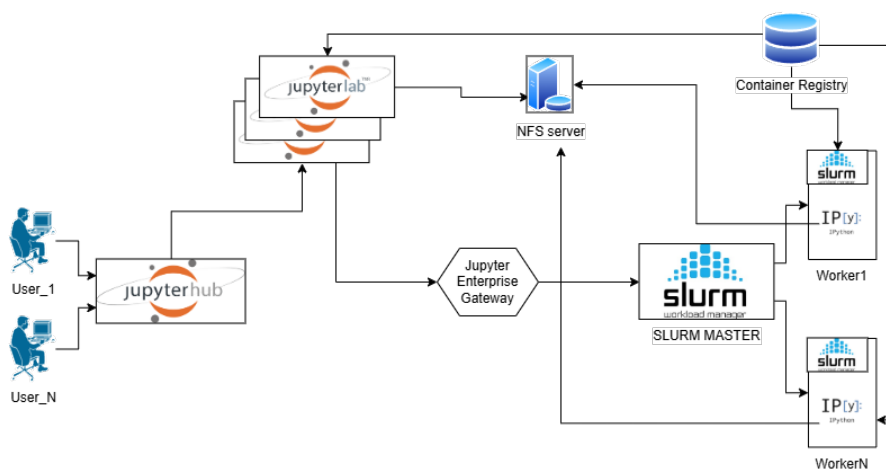


Рис. 1: Архитектура разработанной многопользовательской среды.

В ходе разработки и внедрения системы были решены следующие ключевые задачи:

1. Обеспечение поддержки SLURM в Jupyter Enterprise Gateway: разработан механизм автоматического формирования, отправки и управления задачами в очередь SLURM, включая мониторинг статуса выполнения и обработку ошибок.
2. Гарантированная изоляция пользовательских сессий: реализована полная изоляция окружений пользователей посредством контейнеризации, что обеспечивает независимое выполнение и защиту данных.

3. Эффективная доставка данных между фронтендом JupyterLab и удалёнными ядрами: организовано централизованное хранение данных через NFS-сервер с одновременным монтированием домашних директорий пользователей как в контейнер веб-сессии, так и в контейнер ядра на вычислительном узле SLURM. Это обеспечивает одновременный и согласованный доступ к одним и тем же файлам без необходимости дополнительной синхронизации.

Разработанная система была реализована и успешно протестирована на вычислительном кластере с гетерогенной архитектурой (CPU и GPU разделы). Внедрение поддержки SLURM в Jupyter Enterprise Gateway, использование контейнеризации для изоляции пользовательских сессий и организация общей файловой системы через NFS позволили создать полноценную многопользовательскую среду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Joe S., Julia L., Marjo P. Integrating Jupyter into Research Computing Ecosystems: Challenges and Successes in Architecting JupyterHub for Collaborative Research Computing Ecosystems // ACM International Conference on PEARC '20. 2019. - С. 1–4.
- [2] Da Li, Robert P., Runchao J. A Scalable Cloud-based Architecture to Deploy JupyterHub for Computational Social Science Research // ACM International Conference. 2016. - С. 1–5.

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОГО СПОСОБА ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ БОЛЬШИХ ОБЪЁМОВ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ДАННЫХ

Русанов Антон Евгеньевич, Корухова Людмила Сергеевна, Яцков Александр Константинович¹, Лазарев Владимир Александрович²

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: antonrusan@ispras.ru, sp@cs.msu.ru, yatskov@ispras.ru

² ИСП РАН, e-mail: vlazarew@ispras.ru

Современные аналитические платформы всё чаще оперируют данными, в которых объекты образуют сложные семантические связи: сущности и отношения между ними, формирующие графоподобные структуры знаний. Для таких систем требования к хранилищу определяются не только объёмом данных, но и высокой связностью: типовые запросы включают множество операций соединения, а их стоимость резко возрастает при увеличении числа записей до миллиардов.

Платформа Talisman [1] предназначена для сбора, хранения и анализа данных, а также автоматического извлечения знаний из различных источников, таких как документы, веб-страницы, базы данных. Её ключевым компонентом

является база знаний, в которой хранятся документы и извлечённые из них сущности, связи и их характеристики. На текущем этапе в качестве СУБД используется PostgreSQL, однако при высокой скорости обработки документов и росте объёма связей между данными наблюдается резкий рост времени ответа на сложные запросы, а также учащаются отказы системы [2].

В рамках исследования выработан метод экспериментальной оценки и оптимизации хранилища взаимосвязанных данных. Выделен набор наиболее критичных и частых запросов к базе знаний Talisman, на его основе сформирована репрезентативная нагрузочная модель. Разработаны тестовая схема данных, генераторы синтетического набора данных, а также сценарии тестирования, имитирующие ключевые режимы работы. Для оценки результатов определён перечень метрик производительности и стабильности.

В качестве одного из направлений развития были исследованы распределённые базы данных, ориентированные на горизонтальное масштабирование [3]. Полученные результаты помогли определить границы масштабируемости системы и сформировать рекомендации по дальнейшему развитию хранилища базы знаний Talisman.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лазарев В. А., Варламов М. И., Яцков А. К. Система управления заданиями автоматизированного сбора данных из сети Интернет // Труды Института системного программирования РАН. 2022. Т. 34, № 2. С. 111–122.
- [2] Cubukcu U., Erdogan O., Pathak S., Sannakkayala S., Slot M. Citus: Distributed PostgreSQL for Data-Intensive Applications // Proceedings of the 2021 International Conference on Management of Data. 2021. P. 2490–2502.
- [3] Pavlo A., Aslett M. What's Really New with NewSQL? // ACM SIGMOD Record. 2016. Vol. 45, No. 2. P. 45–55.

МЕТОД ПОДСТАНОВОК ДЛЯ УПРОЩЕНИЯ ПРЕДИКАТНЫХ ФОРМУЛ В СТАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗАТОРЕ

Игнатъев Валерий Николаевич, Биктимиров Михаил Геннадьевич

Кафедра системного программирования ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: valery.ignatyev@ispras.ru, bikmish@ispras.ru

В процессе статического анализа исходного кода программ формируются логические условия (*предикатные формулы*), описывающие ограничения на значения переменных в рассматриваемой точке программы. При анализе различных путей выполнения программы предикатные формулы могут быстро усложняться и расти в размере, что приводит к увеличению времени анализа, росту потребления памяти и ухудшению масштабируемости анализа на больших программных кодовых базах [1]. При этом возникает компромисс между

скоростью построения условий и их сложностью: формулы можно строить быстро и передавать сложные запросы SMT-решателю, либо выполнять их упрощение в процессе анализа, затрачивая дополнительные вычислительные ресурсы, но уменьшая размер формируемых условий.

В работе рассматриваются методы упрощения предикатных формул, реализованные в статическом анализаторе SharpChecker, входящем в состав анализатора Svace [2]. В частности, предложен метод подстановок для упрощения предикатных формул в процессе символьного выполнения, позволяющий уменьшить сложность условий и повысить полноту и производительность статического анализа.

Также предложена многоуровневая система упрощения, которая применяется по мере построения новых условий в процессе символьного выполнения и направлена на уменьшение сложности формул и устранение избыточных ограничений. Система упрощения включает выявление противоречивых ограничений, применение логических преобразований на основе законов булевой алгебры и эвристические ограничения сложности формул. Одним из ключевых компонентов этой системы является метод подстановок, позволяющий использовать равенства между выражениями для упрощения других ограничений внутри предикатной формулы.

Метод подстановок использует условия равенства в качестве правил переписывания для остальных частей формулы. Например, если в составе предикатной формулы присутствует условие вида $x = e$, где x — переменная, а e — некоторое выражение, то такое равенство может быть использовано для замены переменной x на выражение e в других подусловиях.

Обозначим через $\varphi[x := e]$ результат подстановки выражения e вместо всех вхождений переменной x в формуле φ . Метод подстановок определяет следующие формальные правила преобразований для конъюнкции и дизъюнкции:

$$x = e \wedge \varphi(x) \rightarrow x = e \wedge \varphi[x := e] \quad (1)$$

$$x = e \vee \varphi(x) \rightarrow x = e \vee \varphi[x \neq e] \quad (2)$$

Алгоритм подстановок выполняется итеративно. На каждом шаге из подусловий текущего уровня извлекаются потенциальные подстановки, представляющие собой равенства между выражениями. После этого найденные подстановки применяются к остальным подусловиям формулы в соответствии с формальными правилами (1) и (2). После применения подстановок алгоритм рекурсивно обрабатывает вложенные подформулы. Процесс повторяется до достижения неподвижной точки.

Тестирование методов упрощения на наборе проектов с открытым исходным кодом суммарным объёмом 6 млн. строк показало, что использование только эвристического ограничения сложности условий позволило ускорить анализ примерно на 30%, а при анализе исходного кода библиотеки .NET — до 50%.

Однако сохранились таймауты при обработке SMT-запросов и ошибки, вызванные превышением допустимой сложности этих запросов. Применение метода подстановок позволило полностью устранить эти проблемы, повысив точность и полноту анализа. Благодаря этому на том же наборе проектов удалось обнаружить порядка 600 новых срабатываний, более 70% из которых оказались истинными, а также и повысить производительность на 3%.

Таким образом, использование метода подстановок позволяет эффективно уменьшать сложность предикатных формул, что позволяет повысить производительность и точность статического анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Beyer D., Henzinger T., Jhala R., Majumdar R. Small Formulas for Large Programs: On-line Constraint Simplification in Scalable Static Analysis // SAS 2007.
- [2] Koshelev V. K., Ignatiev V. N., Borzilov A. I., Belevantsev A. A. SharpChecker: Static analysis tool for C# programs // Programming and Computer Software. 2017. Vol. 43. P. 268–276.

ПОДДЕРЖКА СЕМАНТИКИ ССЫЛОЧНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ И ВОЗВРАЩАЕМЫХ ЗНАЧЕНИЙ (REF) В ПОДСИСТЕМЕ СИМВОЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА SHARPCHESKER

Игнатъев Валерий Николаевич¹, Сухинин Сергей Павлович², Карцев Вадим Сергеевич³

¹ ИСП РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: valery.ignatyev@ispras.ru

² ИСП РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: s.sukhinin@ispras.ru

³ ИСП РАН, МФТИ, e-mail: karcev.vs@ispras.ru

Введение. В языке C#, помимо ссылок, существуют управляемые указатели, задаваемые с помощью ключевого слова `ref`. Такие указатели позволяют значительно оптимизировать работу с памятью и повысить производительность программы. Управляемый указатель может быть сохранен в локальной переменной, использован как возвращаемое значение метода, а также сохранен в поле ссылочной (размещаемой только на стеке) структуры. Назовем хранилища управляемых указателей *ref-псевдонимами*, а те переменные, на которые они ссылаются, — *целевыми*.

Промышленный статический анализатор SharpChecker для языков C# и Visual Basic .NET, разрабатываемый в ИСП РАН [1][2], не поддерживает анализ *ref*-псевдонимов. В данном исследовании предложен метод анализа, который позволит моделировать семантику *ref*-псевдонимов в существующей инфраструктуре анализатора — подсистеме символьного выполнения. Данный

метод расширит возможности анализа, незначительно влияя на его скорость, и повысит соответствие SharpChecker требованиям ГОСТ Р 71207-2024.

Подход к моделированию семантики `ref`-псевдонимов. В подсистеме символьного выполнения анализатора SharpChecker значения переменных параметризуются идентификаторами значений. Они сохраняются в граф памяти — структуру данных представляющую все возможные значения переменных в данной точке программы [3].

Идентификаторы значений делятся на виды в зависимости от значений, которые они описывают. Для моделирования семантики `ref`-псевдонимов предложен новый вид идентификаторов значений — *идентификатор адреса*. Он позволяет идентифицировать объект, на который ссылается указатель. Благодаря такому подходу информация, которая необходима для анализа `ref`-псевдонимов, хранится непосредственно в графе памяти анализируемого метода. Это позволяет встроить анализ `ref`-псевдонимов в анализатор, не вмешиваясь в работу других модулей анализатора.

Реализация. Каждый идентификатор значения хранится в графе памяти как значение поля некоторого объекта. Ключом, по которому осуществляется хранение, является идентификатор значения объекта-контейнера и символ поля этого объекта. Поэтому в идентификатор адреса сохраняется именно эта информация.

В настоящем исследовании предложен алгоритм обновления значений целых переменных при обработке операции присваивания в `ref`-псевдоним.

Так как SharpChecker производит анализ от вызываемого метода к вызывающему, то для межпроцедурного анализа требуется перевод идентификаторов значений вызываемого метода в идентификаторы значений вызывающего. Для поддержки межпроцедурного анализа `ref`-псевдонимов был предложен алгоритм перевода идентификаторов адреса.

Тестирование и результаты. Для тестирования предложенного метода был сформирован набор из 75 синтетических тестов, охватывающих различные сценарии использования `ref`-псевдонимов.

Также использовался набор тестов на соответствие ГОСТ Р 71207-2024. Он разбит на группы по исследуемым возможностям анализаторов. В группу тестов на анализ псевдонимов входит 67 тестов, 20 из которых проверяют корректность анализа `ref`-псевдонимов. Не имея поддержки анализа `ref`-псевдонимов, SharpChecker не проходил ни одного теста в этой подгруппе. Благодаря добавлению поддержки анализа `ref`-псевдонимов удалось добиться корректного анализа 12 тестов. Ошибки в некоторых тестах не могут быть обнаружены из-за применяемых анализатором эвристик. Было проведено тестирование на наборе ПО из 22 проектов с открытым исходным кодом общим объемом более 6 млн. строк. Время анализа увеличилось на 1,1% и составило 1:35:05. В результате тестирования было устранено одно ложное предупрежде-

ние анализатора. Проведенное изучение частоты использования указанного механизма показало, что в проанализированных проектах он применяется редко, а значит вероятность наличия ошибки мала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] SharpChecker: Static analysis tool for C# programs / Koshelev V., Ignatiev V., Borzilov A., Belevantsev A. // Programming and Computer Software. 2017. Vol. 43. № 4. P. 268-276.
- [2] Karcev V. S., Ignatyev V. N. Support of Visual Basic. NET in SharpChecker static analyzer //Труды Института системного программирования РАН. 2024. Т. 36, № 3., С. 50-62.
- [3] Чувствительный к путям поиск дефектов в программах на языке C# на примере разыменования нулевого указателя / В. К. Кошелев, И. А. Дудина, В. Н. Игнатьев, А. И. Борзилов // Труды Института системного программирования РАН. 2015. Т. 27, № 5, С. 59-86.

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ КЛАССИФИКАЦИИ МОБИЛЬНОГО ТРАФИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРАНСФЕРНОГО ОБУЧЕНИЯ

**Гетьман Александр Игоревич, Головаш Денис Ростиславович¹, Степанов
Иван Александрович²**

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: ever@ispras.ru, golovash@ispras.ru

² Институт системного программирования имени В. П. Иванникова РАН, e-mail: ivan_mipt@ispras.ru

Классификация мобильного трафика важна для мониторинга сети, контроля качества обслуживания и выявления аномалии. В современных мобильных сетях значительная часть трафика передаётся в зашифрованном виде. Это существенно ограничивает применимость сигнатурных подходов и DPI [1]. В этих условиях востребованы методы машинного обучения, способные автоматически извлекать информативные признаки и глубокие зависимости.

Обновления приложений и изменение сетевых условий требуют адаптации без полного переобучения моделей и больших объёмов новых размеченных данных. Для этого рассматривается перенос обучения (transfer learning) — предварительное обучение модели на исходном наборе данных (домене) с последующей адаптацией к новому домену посредством дообучения.

Основные результаты работы В данной работе проведено исследование и разработка методов машинного обучения для классификации мобильного трафика, а также возможность переноса решения. Для этого были решены следующие задачи:

— Проведено исследование литературы по соответствующей теме.

- Реализован пайплайн подготовки данных и построены модели машинного обучения.
- Разработаны модели глубокого обучения и выполнена их экспериментальная оценка.
- Исследована переносимость моделей с использованием переноса обучения.

Полученные результаты позволяют оценить применимость методов глубокого обучения для классификации зашифрованного мобильного трафика и подтвердить возможность использования переноса обучения для адаптации моделей к изменяющимся условиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Aceto G, Dainotti A, De Donato W, Pescapé A. PortLoad: taking the best of two worlds in traffic classification. In 2010 INFOCOM IEEE Conference on Computer Communications Workshops 2010 Mar 15 (pp. 1-5). IEEE.

ИНКРЕМЕНТАЛЬНОЕ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ФОРТРАН-ПРОГРАММ

Бахтин Владимир Александрович¹, Катаев Никита Андреевич², Колганов Александр Сергеевич³, Кочармин Михаил Дмитриевич⁴

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru

² ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: kataev_nik@mail.ru

³ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: alexander.k.s@mail.ru

⁴ Кафедра системного программирования, e-mail: mkocharmin@yandex.ru

Создание параллельного кода – актуальная на сегодняшний день задача, требующая больших трудозатрат и компетентности. Для упрощения распараллеливания в ИПМ РАН были разработаны средства для компиляции, выполнения и отладки параллельного кода – DVM-система [1] и инструмент для автоматизированного распараллеливания программ – SAPFOR [2].

Основная задача при распараллеливании программ с помощью систем SAPFOR и DVM – построить распределение данных (по узлам кластера), что осложняется большими размерами входных программ. Поэтому эффективным оказался подход инкрементального распараллеливания, который в системе SAPFOR реализован с помощью областей распараллеливания – механизма, ограничивающего анализ выделенными областями [3].

В результате инкрементального распараллеливания системой SAPFOR, получается программа с несколькими параллельными участками и множеством массивов-копий, позволяющих строить различные распределения массивов для каждой области. Важным шагом инкрементального распараллеливания является объединение областей распараллеливания, позволяющее избавиться от ненужных операций копирования и построить одно общее распределение массивов на основе множества отдельных распределений.

В систему SAPFOR было добавлено преобразование, позволяющее автоматизировано объединять области распараллеливания. Новая область составляется из всех фрагментов объединяемых областей. При этом происходит объединение копий массивов. Перечень объединяемых массивов задается при помощи специальных директив. При выполнении преобразования проверяется, что объединяемые массивы имеют одинаковые размеры, а области – одинаковые (по размеру) шаблоны и выравнивания рассматриваемых массивов.

Преобразование было применено к тесту BT из набора программ NAS Parallel Benchmarks [4]. Для основных процедур теста: `compute_rhs`, `x/y/z_solve` были выделены 4 области распараллеливания, найдены оптимальные варианты распределения данных, а затем эти области были объединены. После устранения копий массивов, объём данных программы уменьшился на 2/3. Выполнение преобразования потребовало указания 11 специальных директив системы SAPFOR, вместо изменения порядка 500 обращений к массивам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сайт DVM-системы URL: dvm-system.org (дата обращения: 03.03.2026)
- [2] Катаев Н.А., Колганов А.С. Автоматизированное распараллеливание программ для гетерогенных кластеров с помощью системы SAPFOR // Вычислительные методы и программирование. 2022. 23, No 4. 379–394. doi 10.26089/NumMet.v23r424
- [3] Колганов А.С. Опыт применения механизма областей для поэтапного распараллеливания программных комплексов с помощью системы SAPFOR // Вычислительные методы и программирование. 2020. 21, No. 4. 388–404. doi 10.26089/NumMet.v21r432
- [4] "NAS Parallel Benchmarks". NASA Advanced Supercomputing Division. URL: <https://www.nas.nasa.gov/software/npb.html> (дата обращения: 03.03.2026).

ДИНАМИЧЕСКАЯ КОМПИЛЯЦИЯ КОДА ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ НА УСКОРИТЕЛЯХ В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ

**Бахтин Владимир Александрович¹, Ермолович Егор Дмитриевич², Катаев
Никита Андреевич³, Колганов Александр Сергеевич⁴**

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru

² Кафедра системного программирования, e-mail: ermolovichigor@yandex.ru

³ ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, e-mail: kataev_nik@mail.ru

⁴ ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, e-mail: alexander.k.s@mail.ru

Эффективное использование гетерогенных вычислительных кластеров требует гибких подходов к адаптации программного кода под конкретные аппаратные архитектуры. Системы автоматизированного распараллеливания (такие

как DVM [1], OpenACC, OpenMP) генерируют низкоуровневый код вычислительных ядер (например, CUDA) на основе высокоуровневых директив пользователя. Традиционный подход подразумевает статическую компиляцию сгенерированного кода. Фактические параметры запуска и целевая среда во время компиляции неизвестны, и из-за обеспечения совместимости между архитектурами производительность на некоторых конфигурациях узлов может быть хуже ожидаемой.

Альтернативным решением является использование библиотеки NVRTC (NVIDIA Runtime Compilation Library [2]), которая позволяет компилировать CUDA-C++ код на узлах кластера в момент выполнения программы. Для использования динамической компиляции пользователю необходимо преобразовать код CUDA-ядра в символьную строку, компиляция и запуск ядра на устройстве осуществляется с помощью CUDA Driver API [3]. Библиотека создает дескриптор, через который пользователь может получить сгенерированный PTX-код и передать его для дальнейшей загрузки на графический ускоритель.

В рамках данной работы в DVM-системе автоматизированного распараллеливания с помощью NVRTC был реализован режим динамической компиляции CUDA-ядер в компиляторе языка C-DVMH. Применение данного режима позволяет сократить количество используемых регистров графического ускорителя, что может привести к повышению производительности CUDA-ядра, например, за счет прекращения спиллинга регистров. Генерируемый код компилируется с учетом спецификаций конкретного целевого ускорителя, что позволяет использовать новейшие аппаратные возможности современных ускорителей без необходимости поддерживать совместимость со старыми. На примере тестов NAS из пакета NPB 3.3.1 [4] будет показано, как динамическая компиляция влияет на их производительность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Расширение DVM-модели параллельного программирования для кластеров с гетерогенными узлами / В. А. Бахтин, М. С. Клинов, В. А. Крюков, Н. В. Поддерюгина, М. Н. Притула, Ю. Л. Сазанов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование». 2012. № 18(277). С. 82–92.
- [2] NVIDIA CUDA Runtime Compilation Library. URL: <https://docs.nvidia.com/cuda/nvrtc/index.html> (Дата обращения — 07.03.2026)
- [3] NVIDIA CUDA Driver API. URL: <https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-driver-api/index.html> (Дата обращения — 07.03.2026)
- [4] NAS Parallel Benchmarks. URL: <http://www.nas.nasa.gov/publications/npb.html> (Дата обращения — 07.03.2026).

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОЙ КОМПИЛЯЦИИ ДЛЯ ВСТРОЕННЫХ СИСТЕМ ОТВЕТСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

**Кулямин Виктор Вячеславович¹, Чепцов Виталий Юрьевич², Марченко
Вадим Витальевич³**

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: kuliamin@ispras.ru

² Институт системного программирования имени В. П. Иванникова РАН, e-mail: cheptsov@ispras.ru

³ Кафедра системного программирования, e-mail: v.marchenko@ispras.ru

К встроенным системам ответственного назначения предъявляются особые требования к безопасности и надёжности. В зависимости от сферы применения таких систем на их функциональные возможности могут накладываться различные ограничения, определяемые соответствующими нормативными документами. Например, к бортовым операционным системам реального времени в отрасли гражданской авиации предъявляются требования на процесс разработки и верификации из стандарта DO-178C [1]. Данный документ формулирует требования по верификации объектного кода, что в свою очередь усложняет использование распространённых инструментов компиляции и языков программирования. Современные компиляторы позволяют использовать оптимизации, которые могут производить существенные преобразования программного и бинарного кода для достижения более высокой производительности при выполнении на конечном устройстве. Применение таких оптимизаций несёт в себе определённые риски, нарушая предсказуемость программного обеспечения и усложняя процесс его верификации. Следовательно, безопасный компилятор для встраиваемых систем ответственного назначения должен учитывать особенности бортовых систем и предъявляемые в связи с ними требования к безопасности.

В рамках данной работы исследуются требования к оптимизирующему компилятору в бортовых системах в зависимости от специфики области применения целевой системы и сценариев использования технологий безопасной компиляции, анализируются различные случаи нарушения свойств безопасности системы при использовании оптимизаций компилятора, а также рассматривается процесс интеграции безопасного компилятора, разработанного в соответствии с ГОСТ Р 71206-2024 [2], в бортовую операционную систему реального времени.

В результатах работы представлена методика по адаптации безопасного компилятора на основе Clang [3] для применения в бортовых системах на примере бортовой операционной системы реального времени на базе ARINC 653. Кроме этого, в работе приведено сравнение безопасного компилятора с компилятором Clang на возможность предотвращения нарушения требований безопасности в бортовых системах при использовании компиляторных оптимизаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] RTCA. Software Considerations in Airborne Systems and Equipment Certification (DO-178C). — Washington, D.C. : RTCA, Inc., 2011. — 179 р.
- [2] ГОСТ Р 71206-2024. Защита информации. Разработка безопасного программного обеспечения. Безопасный компилятор языков C/C++. Общие требования. — Москва : Российский институт стандартизации, 2024. — IV, 14 с.
- [3] Дунаев П.Д., Синкевич А.А., Гранат А.М., Батраева И.А., Миронов С.В., Шугалей Н.Ю. Разработка безопасного компилятора на основе Clang. Труды ИСП РАН, том 36, вып. 4, 2024 г., стр. 27–40.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИМПЕДАНСНОГО ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ

Сетуха Алексей Викторович¹, Яблонский Дмитрий Дмитриевич²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler.ru

² Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Сарове, e-mail: yablonskiydd@my.msu.ru

Рассмотрена задача о рассеянии монохроматических электромагнитных волн на идеально проводящих телах и экранах при наличии слоистых и неоднородных диэлектрических покрытий. Используется подход, при котором в области вне идеальных проводников решаются уравнения Максвелла как в случае однородной внешней среды, а учет покрытий осуществляется за счет постановки специальных граничных условий импедансного типа на участках с покрытием :

$$\vec{n} \times [\vec{n} \times \vec{E}^+] = Z[\vec{n} \times \vec{H}^+],$$

где Z — коэффициент импеданса, $\vec{n}$ — нормаль к поверхности со стороны, на которой нанесено покрытие, $\vec{E}^+$, $\vec{H}^+$ — краевые значения электрического и магнитного полей на поверхности со стороны покрытия. Далее возникшая краевая задача решается методом граничных интегральных уравнений.

Такой подход был разработан ранее для случая однородных покрытий [1], причем при этом было получено аналитическое выражение для коэффициента импеданса Z через толщину и электродинамические параметры диэлектрика (диэлектрическую и магнитную проницаемости). В настоящей работе для каждой ячейки, аппроксимирующей поверхность идеального проводника, рассматривается задача об отражении плоской волны от идеально проводящей плоскости, снабженной покрытием, параметры которого в направлении, ортогональном плоскости, соответствуют параметрам покрытия на данной ячейке.

Такая локальная задача сводится к решению одномерного дифференциального уравнения, которое в случае произвольного неоднородного по высоте или слоистого покрытия решается численно, и позволяет определить значение коэффициента импеданса Z для данной ячейки.

Приводятся результаты тестовых расчетов и проводится их сравнение с результатами, полученными другими методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Setukha A., Stavtsev S. Numerical method for problem of scattering by a small thickness dielectric layer on a perfectly conductive substrate // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. New York: Springer International Publishing, 2023. V. 423. P. 153–166. https://doi.org/10.1007/978-3-031-28505-9_11

МЕТОД КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ДЛЯ ГРАНИЧНОГО СИЛЬНОСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩЕГО В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ СКАЛЯРНОЙ ВОЛНЫ

Сетуха Алексей Викторович, Чжоу Минъян

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler.ru, bourbaki37@gmail.com

Рассматривается вопрос о численном решении поверхностного гиперсингулярного интегрального уравнения, возникающего при решении краевой задачи Неймана для уравнения Гельмгольца с представлением решения в виде потенциала двойного слоя. Такая задача возникает при моделировании рассеяния звуковых волн на жестких поверхностях, причем, используемое интегральное представление позволяет рассматривать рассеяние как на замкнутых поверхностях, ограничивающих телесные объекты, так и на тонких экранах, а также на комбинациях тел и экранов.

Для численного решения указанного интегрального уравнения строится численная схема на основе кусочно-линейной аппроксимации неизвестной функции на треугольной сетке и принципа коллокации, являющаяся развитием численной схемы, предложенной в статьях [1],[2] для аналогичного уравнения, возникающего в краевой задаче Неймана для уравнения Лапласа. В результате возникает система линейных уравнений с коэффициентами, выражающимися через интегралы по треугольным ячейкам от произведений базисных функций на ядро интегрального оператора, имеющее сильную особенность. Для вычисления таких интегралов получены формулы, в которых выделяется и аналитически интегрируется часть, содержащая особенность, а оставшиеся

интегралы от функций, удовлетворяющих условию Липшица, находятся численно. Приводятся результаты тестирования разработанного численного метода, включающие анализ поведения получаемых приближенных решений при измельчении поверхностной сетки и сравнение с известными теоретическими данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сетуха А. В., Семенова А. В. Сходимость метода кусочно-линейных аппроксимаций и коллокаций для некоторого гиперсингулярного интегрального уравнения на замкнутой поверхности // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 9. С. 1265–1280.
- [2] Сетуха А. В., Семенова А. В. О численном решении некоторого поверхностного гиперсингулярного интегрального уравнения методами кусочно-линейных аппроксимаций и коллокаций // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2019. Т. 59, № 6. С. 990–1006.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СМОЛУХОВСКОГО С УЧЁТОМ ВЫЗРЕВАНИЯ ОСТВАЛЬДА

Закс Роберт Тамазович, Матвеев Сергей Александрович¹, Александров Дмитрий Валерьевич, Никишина Маргарита Александровна²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: s02250418@gse.cs.msu.ru, matseralex@cs.msu.ru

² Уральский федеральный университет, e-mail: margarita.a.nikishina@gmail.com

Процессы коагуляции (слипания) и Оствальдовского созревания (переконденсации) являются определяющими на поздних этапах эволюции ансамблей кристаллов или капель в различных технологических процессах.

Динамика ансамбля частиц в таких процессах описывается интегро–дифференциальным уравнением типа Смолуховского, дополненным потоком, обусловленным Оствальдовским созреванием [1]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial v} = \frac{1}{2} \int_0^v \mathcal{A}(w, v-w) \phi(w, t) \phi(v-w, t) dw - \phi(v, t) \int_0^\infty \mathcal{A}(w, v) \phi(w, t) dw,$$

где $\phi(v, t)$ — функция распределения частиц, $\mathcal{I} = (dv/dt)\phi - \mathcal{D}_v \partial \phi / \partial v$ — поток частиц, $\mathcal{A}(w, v)$ — заданное ядро коагуляции, описывающее частоту столкновений частиц. Система замыкается уравнением баланса массы, а также граничными условиями затухания на бесконечности $\phi \xrightarrow[\xi \rightarrow \infty]{} 0$, $\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \xrightarrow[\xi \rightarrow \infty]{} 0$.

В данной работе численно сравниваются решения уравнения для различных ядер и их усреднений, а также для различных начальных распределений частиц. Рассматриваемый численный метод основан на ранее разработанной

методологии решения прямых задач коагуляции [2], дополненной разностной аппроксимацией производных, входящих в поток.

Предложенная численная схема в случае усредненного ядра коагуляции и экспоненциального начального распределения частиц дает аппроксимацию, согласующуюся с недавно найденным аналитическим решением [3]. Численные расчеты демонстрируют совпадение решений для настоящего и усредненного ядер на малых промежутках времени.

В случае тривиального ядра коагуляции наблюдается асимптотическое стремление ансамбля частиц к универсальному распределению по прошествии достаточно длительного времени для достаточно больших частиц, независимо от того, каким было начальное распределение частиц по объему.

Работа выполнена при поддержке проекта Российского научного фонда 25-21-00047, <https://rscf.ru/project/25-21-00047/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Friedlander S. K. Smoke, Dust, and Haze: Fundamentals of Aerosol Dynamics. New York : Oxford University Press, 2000.
- [2] Matveev S. A., Smirnov A. P., Tyrtysnikov E. E. A fast numerical method for the Cauchy problem for the Smoluchowski equation // Journal of Computational Physics. 2015. Vol. 282. P. 23—32.
- [3] Makoveeva E. V., Alexandrov D. V. An exact analytical solution to unsteady population balance equation with particles coagulation // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2024. Vol. 131. P. 107879.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА КРИГИНГА В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

¹, eugeneunknow78@gmail.com²

¹ Сорокин Андрей Евгеньевич, e-mail: Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

², e-mail: Захарова Наталья Борисовна

Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука
РАНzakharova_nb@mail.ru

Данные наблюдений температуры поверхности моря (ТПМ), получаемые с кораблей, буев и спутников, отличаются нерегулярностью и неполнотой, что затрудняет их использование в численных моделях гидротермодинамики. Для построения непрерывных полей ТПМ в данной работе реализованы и сравниваются методы обычного и универсального кригинга — геостатистических подходов, позволяющих восстанавливать значения в пропущенных точках и оценивать точность интерполяции [1].

Для оценки точности реализованных методов было выполнено три твин-эксперимента. В каждом эксперименте использовались данные ТПМ со спутника «Aqua» от 02.08.2021 11:00 UTC [2].

В первом эксперименте удалялись и восстанавливались 5 квадратных областей размером 50×50 точек сетки поля. По результатам 50 экспериментов средняя квадратичная ошибка (MSE) для обычного кригинга составила $0,3050^\circ\text{C}^2$, для универсального — $0,2358^\circ\text{C}^2$. Средняя абсолютная ошибка (MAE) оказалась равной $0,4053^\circ\text{C}$ и $0,3707^\circ\text{C}$ соответственно.

Целью второго эксперимента было определить максимальную по площади квадратную область, которую можно восстановить с погрешностью не более 2% ($\delta = \text{MAE}/\text{AVG}(T) \leq 2\%$), где $\text{AVG}(T)$ — средняя температура поля. Установлено, что универсальный кригинг обеспечивает требуемую точность для области со стороной до 165 точек сетки поля, тогда как обычный — только до 125 точек.

В третьем эксперименте проведены тесты с исключением различных фигур примерно одинаковой площади. Результаты показали, что универсальный кригинг лучше справляется с восстановлением данных в областях сложной геометрической формы.

По результатам экспериментов можно сделать следующие выводы. При восстановлении небольших областей универсальный кригинг дает незначительное улучшение по сравнению с обычным. Однако для крупных областей (со стороной более 125 точек) и областей сложной геометрической формы универсальный кригинг является предпочтительным методом, обеспечивая требуемую точность $\delta \leq 2\%$. Для локальных пропусков малого размера оба метода дают сопоставимые результаты, что допускает использование более простого в реализации подхода обычного кригинга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Демьянов В. , В., Савельева Е. , А. Геостатистика: теория и практика. М. : Издательство «Наука», 2010. 327 с.
- [2] Центр коллективного пользования системами архивации, обработки и анализа спутниковых данных ИКИ РАН для решения задач изучения и мониторинга окружающей среды / Е. , А. Лупян, А. , А. Прошин, М. , А. Бурцев, И. , В. Балашов, С. , А. Барталев, В. , Ю. Ефремов, А. , В. Кашницкий, А. , А. Мазуров, А. , М. Матвеев, О. , А. Суднева, И. , Г. Сычуглов, В. , А. Толпин, И. , А. Уваров // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2015. Т. 12. № 5. С. 263–284.

ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРЕКОДЕРЫ И МАКСИМИЗАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ

Лукьянов Егор Алексеевич, Замарашкин Николай Леонидович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: EgorLuckjanow2001@yandex.ru, nikolai.zamarashkin@gmail.com

Введение. Передача сигнала: $y = H^*x + n$, $x = Ps$, $H \in \mathbb{C}^{tx \times rx}$ – канальная матрица, $P \in \mathbb{C}^{tx \times rx}$ – прекодер, шум n с дисперсией σ_j^2 . SINR j -й принимающей антенны:

$$\text{SINR}_j(P) = \frac{S_j(P)}{W_j(P)}, \quad S_j(P) = |(H^*P)_{jj}|^2, \quad W_j(P) = \sum_{k \neq j} |(H^*P)_{jk}|^2 + \sigma_j^2.$$

Ограничения мощности: $\|e_i^*P\|^2 \leq 1$. Вектор $\text{SINR}(P)$ называется Парето-оптимальным, если нет другого допустимого P' с $\text{SINR}(P') > \text{SINR}(P)$ [1]. Цель состоит в максимизации пропускной способности:

$$\max \sum_j c_j \ln(\text{SINR}_j(P) + 1), \quad c_j > 0. \quad (1)$$

Известен алгоритм, строящий Парето-оптимальные прекодеры по параметрам $\lambda_j \geq 0$, $\mu_i > 0$, $\sum \lambda_j = \sum \mu_i = 1$, но его обоснование неполно и нет связи с (1). В работе даётся строгое обоснование и модификация для выполнения условий оптимальности.

Описание алгоритма. Пусть h_j – столбцы H . Заданы λ_j , μ_i . Определим [2]

$$\Psi = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_{tx}) + \sum_{j=1}^{ue} \frac{\lambda_j}{\sigma_j^2} h_j h_j^*, \quad \hat{p}_j = \frac{\Psi^{-1} h_j}{\|\Psi^{-1} h_j\|}, \quad \gamma_j = \frac{\lambda_j}{\sigma_j^2} h_j^* \left(\Psi - \frac{\lambda_j}{\sigma_j^2} h_j h_j^* \right)^{-1} h_j.$$

Здесь $M_{ii} = |h_i^* \hat{p}_i|^2$, $M_{ij} = -\gamma_j |h_j^* \hat{p}_i|^2$ ($i \neq j$). Положим $\kappa = M^{-1}[\gamma_1 \sigma_1^2, \dots, \gamma_{ue} \sigma_{ue}^2]^T$. Тогда прекодер $P(\lambda, \mu)$ имеет столбцы $p_j = \sqrt{\kappa_j} \hat{p}_j$. Рассмотрим итерационный процесс: $\alpha_i^{(n)} = \|e_i^* P(\lambda, \mu^{(n)})\|$, $\mu_i^{(n+1)} = \frac{\alpha_i^{(n)} \mu_i^{(n)}}{\sum_k \alpha_k^{(n)} \mu_k^{(n)}}$.

Теорема 1. Если итерации сходятся к $\mu^{(\text{lim})} > 0$, то $P(\lambda, \mu^{(\text{lim})})$ Парето-оптимален.

Связь с задачей (1). Рассмотрим задачу минимизации: $-\sum c_j \text{Tr}_j(P)$ при тех же ограничениях.

Теорема 2. Пусть λ, μ таковы, что $\lambda_j = \frac{1}{S_j + W_j} \left(\sum_k \frac{c_k}{S_k + W_k} \right)^{-1} c_j$, где S_j, W_j вычислены для $P(\lambda, \mu)$, выполнены условия теоремы 1 и $\mu = \mu^{(\text{lim})}$. Тогда $P(\lambda, \mu)$ удовлетворяет условиям ККТ для переформулированной задачи.

Модификация алгоритма для получения таких параметров:

$$\nu_j^{(n)} = \frac{1}{S_j^{(n)} + W_j^{(n)}} \left(\sum_k \frac{c_k}{S_k^{(n)} + W_k^{(n)}} \right)^{-1} c_j, \quad \lambda_j^{(n+1)} = \frac{(\lambda_j^{(n)})^2}{\nu_j^{(n)} \sum_k \frac{(\lambda_k^{(n)})^2}{\nu_k^{(n)}}}.$$

Неподвижная точка даёт $\lambda_j = \nu_j$, что соответствует условиям теоремы 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] E. Bjornson, E. Jorswieck. Optimal Resource Allocation in Coordinated Multi-Cell Systems. Now Publishers, 9 (2-3), 2013. 381 p.
- [2] Pareto Characterization of the Multicell MIMO Performance Region With Simple Receivers /E. Bjornson, M. Bengtsson, B. Ottersten // IEEE Transactions on Signal Processing. 2012. V. 3, I 1. P. 4464–4469.

ПРЕДСКАЗАНИЕ КАНАЛА В MIMO-СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА DMD И ТЕНЗОРНЫХ МЕТОДОВ

Копнина Ирина Андреевна¹, Артемасов Дмитрий Алексеевич², Матвеев Сергей Александрович³

¹ Кафедра BTM, e-mail: kopninaia@my.msu.ru

² Сколковский институт науки и технологий, e-mail: d.artemasov@skoltech.ru

³ Кафедра BTM, e-mail: matseralex@cs.msu.ru

В системах связи с множеством передающих и принимающих антенн актуальность информации о состоянии канала играет ключевую роль при формировании луча, адаптации кодирования и распределении ресурсов. В быстро меняющихся сценариях между измерением канала и использованием его оценки возникает задержка, вследствие чего появляется задача предсказания состояния канала по его недавней истории [1]. Для широкополосных Multiple-Input Multiple-Output (MIMO)-систем данные о канале обладают выраженной пространственно-частотной и временной структурой, поэтому переход к плоской векторной модели нередко приводит к потере существенных зависимостей между модами [2].

Постановка задачи предсказания тензора канала. Пусть последовательность оценок канала задана тензорами

$$\mathcal{H}_t \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t \times N_f},$$

где N_r и N_t обозначают числа принимающих и передающих антенн, соответственно, N_f - число поднесущих, а t - временной отсчет. По известным тензорам, полученным на T временных отсчетах, требуется построить предсказание для момента $T + \tau$, где $\tau > 0$. Тогда задача может быть записана в следующем виде:

$$\min_{\hat{\mathcal{H}}_{T+\tau}} \left\| \mathcal{H}_{T+\tau} - \hat{\mathcal{H}}_{T+\tau} \right\|_F^2, \quad (1)$$

где $\mathcal{H}_{T+\tau}$ - истинный тензор канала, а $\hat{\mathcal{H}}_{T+\tau}$ - его предсказание в момент времени $T + \tau$.

В данной работе предлагается алгоритм предсказания тензора канала, использующий разложение Таккера [3] и динамическое разложение по модам (DMD) [4]. Предлагаемый подход позволяет снизить вычислительную сложность за счет перехода к ядру тензора и выполнения предсказания в пространстве меньшей размерности. В работе представлены результаты численных экспериментов с использованием библиотеки QuaDRiGa для генерации данных канала. Проведено сравнение предложенного алгоритма с базовыми методами предсказания канала, а также с более сложными подходами, основанными на тензорных разложениях. Эффективность алгоритма обусловлена переходом от полного тензора к его ядру, что, помимо снижения размерности, обеспечивает дополнительный эффект подавления шума.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] K. T. Truong and R. W. Heath, "Effects of channel aging in massive MIMO systems," *Journal of Communications and Networks*, vol. 15, no. 4, pp. 338–351, 2013.
- [2] S. Park and J. Choi, "Low-rank tensor modeling for time-varying mimo channel prediction," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 125 248–125 259, 2019.
- [3] Ballard G, Kolda TG. *Tensor Decompositions for Data Science*. Cambridge University Press; 2025.
- [4] J. N. Kutz, S. L. Brunton, B. W. Brunton, and J. L. Proctor, *Dynamic Mode Decomposition*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2016.

НОВЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ УСТОЙЧИВОГО ВЗВЕШЕННОГО НИЗКОРАНГОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Паркина Ульяна Романовна¹, Рахуба Максим Владимирович²

¹ Факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, e-mail: urparkina@edu.hse.ru

² Факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, e-mail: mrakhuba@hse.ru

Рассмотрим задачу малорангового приближения матрицы W с учетом заданной матрицы весов X подходящего размера:

$$\min_{\text{rank}(W') \leq r} \|WX - W'X\|,$$

где $\|\cdot\|$ – некоторая норма. Такая постановка возникает, например, в задачах сжатия и ускорения больших нейросетевых моделей, где важно приближать действие матрицы слоя на распределение входных данных X , а не саму матрицу весов [1]. В контексте этого приложения существует несколько особенностей, делающих эту задачу сложной с вычислительной точки зрения даже при выборе

в качестве $\|\cdot\|$ нормы Фробениуса. Например, матрица X обычно является плохо обусловленной и, более того, может иметь сотни тысяч столбцов, что требует разработки надежных и вычислительно эффективных алгоритмов. Кроме того, для избежания переобучения на конкретном наборе данных X необходимо использовать регуляризацию и найти практическую стратегию выбора параметра регуляризации. В нашей работе мы предлагаем новый подход, который позволяет преодолеть вышеперечисленные проблемы и превосходит по итоговым метрикам существующие альтернативные матричные методы сжатия нейронных сетей [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] «SVD-LLM: Truncation-aware Singular Value Decomposition for Large Language Model Compression» / Xin Wang, Yu Zheng, Zhongwei Wan, Mi Zhang // The Thirteenth International Conference on Learning Representations. 2025.
- [2] Uliana Parkina, Maxim Rakhuba. «COALA: Numerically Stable and Efficient Framework for Context-Aware Low-Rank Approximation» // The Thirty-ninth Annual Conference on Neural Information Processing Systems. 2025.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРЫ МАЛОГО РАНГА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ МАШИН ИЗИНГА

Бабенко Михаил Александрович, Замарашкин Николай Леонидович

ИБМ РАН, e-mail: mike.babenko2001@gmail.com, nikolai.zamarashkin@gmail.com

В данной работе исследуется возможность упрощения реализации машины Изинга, основанной на осцилляторах, при наличии малоранговой структуры в матрице проводимости. Машина Изинга — это аналоговое устройство [1] способное находить минимум для Гамильтониана Изинга

$$H(\vec{s}) = - \sum_{i,j}^N J_{ij} s_i s_j, \quad (1)$$

где элементы вектора $\vec{s}$ («спины»), могут принимать только дискретные значения $s_i \in \{-1, +1\}$. При реализации машины Изинга на осцилляторах матрица Гамильтониана (1) J порядка N играет роль матрицы проводимости электрической схемы [2], если эта матрица плотная, то возникает проблема физической реализации из-за большого числа порядка N^2 связей между узлами соответствующей электрической схемы. Впервые идея использования свойства малоранговости матрицы J была предложена в работе [3].

В данной работе предложен алгоритм замены связей, если матрица проводимости представима как сумма $A = A_1 + A_2$, где одна из матриц A_i , $i = 1, 2$

является малоранговой. Также предлагается использовать разложение матрицы следующего вида

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} (\mathbf{U}_c + \mathbf{V}_c)^{-1} \mathbf{V}^T \quad (2)$$

где $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ — матрицы ранга r , а матрицы $\mathbf{U}_c$ и $\mathbf{V}_c$ являются диагональными, где на диагонали стоят суммы элементов по столбцам матриц $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ соответственно. Доказано следующее утверждение, которое позволяет за линейное время от числа элементов матрицы проверять для нее возможность существования такого разложения:

Утверждение 1. Пусть вещественная матрица $\mathbf{X}$ размера $m \times n$ имеет ранг r , тогда для нее справедливо представление $\mathbf{X} = \mathbf{U} (\mathbf{U}_c + \mathbf{V}_c)^{-1} \mathbf{V}^T$ с матрицами $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times r}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times r}$, тогда и только тогда, если выполнено хотя бы одно из условий: 1. Среди сумм элементов по строкам матрицы $\mathbf{X}$ есть ненулевая; 2. Среди сумм элементов по столбцам матрицы $\mathbf{X}$ есть ненулевая.

Разложение (2) позволяет сконструировать алгоритм замены блоков в матрице проводимости, имеющей блочную малоранговую структуру, при этом общее число связей сокращается с N^2 до $2m\text{rank}(\mathbf{J})N$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mohseni N., McMahon P., Byrnes T. Ising machines as hardware solvers of combinatorial optimization problems // Nat Rev Phys. 2022. Vol. 4. P. 363–379.
- [2] Wang T., Roychowdhury J. OIM: Oscillator-Based Ising Machines for Solving Combinatorial Optimisation Problems // Springer. 2019. Unconventional Computation and Natural Computation. P. 232–256.
- [3] Sagan N., Roychowdhury J. Ising Machines: Theory and Practice // Master thesis. EECS Department, University of California, Berkeley. 2023.

МАЛОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ SIMRANK

Березин Егор Павлович¹, Закс Роберт Тамазович, Алёхин Герман Заурбекович, Матвеев Сергей Александрович², Морозов Станислав Викторович³

¹ Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, e-mail: berezine@ty.msu.ru

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования, ИВМ им. Г.И. Марчука, e-mail: zaks.robert@bk.ru, german.alekhin@yandex.ru, matseralex@cs.msu.ru

³ НИУ ВШЭ, ИВМ им. Г.И. Марчука, e-mail: stanis-morozov@yandex.ru

Задача SimRank. В докладе рассматривается задача получения малопараметрических приближений матрицы SimRank. Матрица SimRank (также

называемая матрицей сходства) является решением задачи на неподвижную точку [1]

$$S = c \operatorname{off}(A^T S A) + I, \quad (1)$$

являющейся матричной формулировкой оригинальной задачи построения метрики SimRank для графа [2]. Актуальным является исследование способов решения задачи (1) с уменьшением затрат по памяти, а особенно построение способов приближения решения без формирования плотных матриц $n \times n$ на всех шагах алгоритма.

Предложенный подход. Работа [3] позволяет предполагать существование матриц $\tilde{S}$, приближающих матрицу S в норме Чебышёва. Исследуются два подхода: метод переменной минимизации и квадратичной минимизации.

В методе переменной минимизации используется несимметричное представление

$$\tilde{S} = I + UV^T,$$

где $U, V \in \mathbb{R}^{n \times r}$. Такое представление позволяет получить алгоритм, требующий лишь вычисление псевдообратной матрицы один раз в несколько итераций. На каждом шаге алгоритма решается задача наименьших квадратов относительно U, V .

В методе квадратичной минимизации используется представление

$$\tilde{S} = I + \operatorname{off}(UU^T),$$

$U \in \mathbb{R}^{n \times r}$. Задача (1) при этом переформулируется в задачу минимизации функционала невязки f . Далее методом Ньютона решается задача $\nabla f = 0$.

Результаты и выводы. Предложенные методы позволяют получать матрицы в малопараметрическом формате, приближающие решение в нормах Чебышёва и Фробениуса с лучшей точностью, чем в известных работах [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mitsuru K., Maehara T., Kawarabayashi K. Scalable similarity search for SimRank // Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. 2014. P. 325–336.
- [2] Jeh G., Widom J. SimRank: A Measure of Structural-Context Similarity // Proceedings of the ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2002. P. 538–543.
- [3] Alon N., Lee T., Shraibman A., Vempala S. The approximate rank of a matrix and its algorithmic applications : approximate rank // Proceedings of the Forty-Fifth Annual ACM Symposium on Theory of Computing. New York: Association for Computing Machinery, 2013. P. 675–684.
- [4] Oseledets I., Ovchinnikov G. Fast, memory efficient low-rank approximation of SimRank // Journal of Complex Networks. 2014. Vol. 5, № 3. P. 331–345.

О РЕШЕТКЕ ЗАМКНУТЫХ КЛАССОВ ПОЛИНОМОВ ПО СОСТАВНОМУ МОДУЛЮ

Селезнева Светлана Николаевна

Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru

Пусть $k \geq 2$, $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$, $P_k^{(n)} = \{f \mid f : E_k^n \rightarrow E_k\}$ — множество всех n -местных функций на E_k , $n \geq 1$, и $P_k = \bigcup_{n \geq 1} P_k^{(n)}$ — множество всех

функций на E_k . Функция $f \in P_k^{(n)}$ называется проекцией, если для некоторого i , $1 \leq i \leq n$, верно $f(x_1, \dots, x_n) = x_i$, и называется константой, если для некоторого $c \in E_k$, верно $f(x_1, \dots, x_n) = c$. Обозначим через J_k и C_k соответственно множества всех проекций и всех констант вместе со всеми проекциями в P_k . Функция $f \in P_k^{(n)}$ называется линейной, если для некоторых $c_0, c_1, \dots, c_n \in E_k$ верно $f(x_1, \dots, x_n) = c_0 + c_1x_1 + \dots + c_nx_n$, и называется полиномиальной, если для некоторых $c_{s_1, \dots, s_n} \in E_k$, $0 \leq s_1, \dots, s_n \leq k-1$, верно $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{s_1, \dots, s_n} c_{s_1, \dots, s_n} x_1^{s_1} \dots x_n^{s_n}$, где сложение и умножение рассматри-

ваются по модулю k . Обозначим через L_k и Pol_k соответственно множества всех линейных и всех полиномиальных функций в P_k . При каждом числе k , $k \geq 2$, верны включения $J_k \subseteq C_k \subseteq L_k \subseteq Pol_k \subseteq P_k$. Множество P_k рассматривается как функциональная система с операциями суперпозиции. Множество A , $A \subseteq P_k$, называется замкнутым классом, если оно замкнуто относительно суперпозиции. Множества $J_k, C_k, L_k, Pol_k, P_k$ — замкнутые классы в P_k . Если $A, B \subseteq P_k$ — замкнутые классы, то обозначим через $\mathcal{L}_k(A; B)$ решетку (по включению) всех таких замкнутых классов $C \subseteq P_k$, что $A \subseteq C \subseteq B$. Решетка $\mathcal{L}_2(J_2; P_2)$ — счетна [1], при $k \geq 3$ решетки $\mathcal{L}_k(J_k; P_k)$ и $\mathcal{L}_k(C_k; P_k)$ —

континуальны [2;3]. Решетка $\mathcal{L}_2(J_k; L_k)$ — конечна, если k не делится на квадрат простого числа, иначе — счетна [4]. Решетка $\mathcal{L}_k(L_k; Pol_k)$ — счетна, если k — квадрат простого числа [5;6]. Решетка $\mathcal{L}_k(Pol_k; P_k)$ — бесконечна, если k делится на куб простого числа [7]. Известно, что $Pol_k = P_k$ тогда и только тогда, когда k — простое число. Поэтому появляется вопрос о мощности решеток $\mathcal{L}_k(J_k; Pol_k)$ и $\mathcal{L}_k(C_k; Pol_k)$ при каждом составном числе k . В настоящей работе получено следующее утверждение.

Теорема 1. *Если k — составное число, то мощность каждой из решеток $\mathcal{L}_k(J_k; Pol_k)$ и $\mathcal{L}_k(C_k; Pol_k)$ равна континууму.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Post E. L. Introduction to a general theory of elementary propositions // Amer. J. Math. 1921. V. 43, N 4. P. 163–185.
- [2] Янов Ю. И., Мучник А. А. О существовании k -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // ДАН СССР. 1959. Т. 127, вып. 1. С. 44–46.
- [3] Agoston I., Demetrovics J., Hannak L. On the number of clones containing all constants // Lectures in Universal Algebra. Hungary, Szeged, 1983. P. 21–25.
- [4] Bagyinszki J., Demetrovics J. The lattice of linear classes in prime-valued logics // Banach Center Publications. 1982. V. 7. P. 105–123.
- [5] Крохин А. А., Сафин К. Л., Суханов Е. В. О строении решетки замкнутых классов полиномов // Дискретная математика. 1997. Т. 9, вып. 2. С. 24–39.
- [6] Мещанинов Д. Г. Замкнутые классы полиномов по модулю p^2 // Дискретная математика. 2017. Т. 29, вып. 3. С. 54–69.
- [7] Ремизов А. Б. О надструктуре замкнутого класса полиномов по модулю k // Дискретная математика. 1989. Т. 1, вып. 1. С. 3–15.

О РЕШЕТКЕ ЗАМКНУТЫХ КЛАССОВ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ В ЧЕТЫРЕХЗНАЧНОЙ ЛОГИКЕ

Селезнева Светлана Николаевна, Ефремов Виктор Васильевич

Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru, wicirelllis@gmail.com

Построение решетки замкнутых классов функций k -значной логики является сложной задачей. Она полностью решена только при $k = 2$ [1]. При $k \geq 3$, т. е. в многозначных логиках, континуальное число замкнутых классов, классы со счетным базисом и классы без базиса делают эту задачу заметно сложнее [2]. В многозначных логиках исследуются подрешетки или надрешетки определенных замкнутых классов (см. [3]). В частности, решетки замкнутых классов линейных функций. В k -значной логике решетка всех замкнутых классов линейных функций — конечна, если k не делится на квадрат простого числа,

иначе — счетна [4;5]. В настоящей работе полностью описана в четырехзначной логике решетка всех замкнутых классов линейных функций, сохраняющих ноль.

Пусть $k \geq 2$, $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$, $P_k^{(n)} = \{f \mid f : E_k^n \rightarrow E_k\}$ — множество всех n -местных функций k -значной логики, $n \geq 1$, и $P_k = \bigcup_{n \geq 1} P_k^{(n)}$. Функция

$f \in P_k^{(n)}$ называется линейной, если для некоторых $c_0, c_1, \dots, c_n \in E_k$ верно $f(x_1, \dots, x_n) = c_0 + c_1x_1 + \dots + c_nx_n$, где сложение и умножение рассматриваются по модулю k . Функция $f \in P_k^{(n)}$ сохраняет ноль, если $f(0, \dots, 0) = 0$. Если $A \subseteq P_k$, то через $[A]$ обозначим замкнутый класс всех функций из P_k , выражимых суперпозициями над $A \cup \{e\}$, где $e(x_1, x_2) = x_1 \in P_k$. Обозначим через L_k и L_k^0 соответственно замкнутые классы всех линейных функций и всех линейных и сохраняющих ноль функций из P_k .

Введем обозначения. Пусть $d_0 \in P_4^{(1)}$, $d_m \in P_4^{(m)}$, $m \geq 1$, где $d_0(x_1) = 0$, $d_m(x_1, \dots, x_m) = \sum_{i=1}^m 2x_i$. Положим $D_m = [d_m]$, $D_m^- = [d_m, -x]$, $m \geq 0$, $D_\infty = \bigcup_{m \geq 0} D_m$, $D_\infty^- = \bigcup_{m \geq 0} D_m^-$.

Теорема 1. Решетка в четырехзначной логике всех замкнутых классов линейных функций, сохраняющих ноль, представлена на рис. 1.

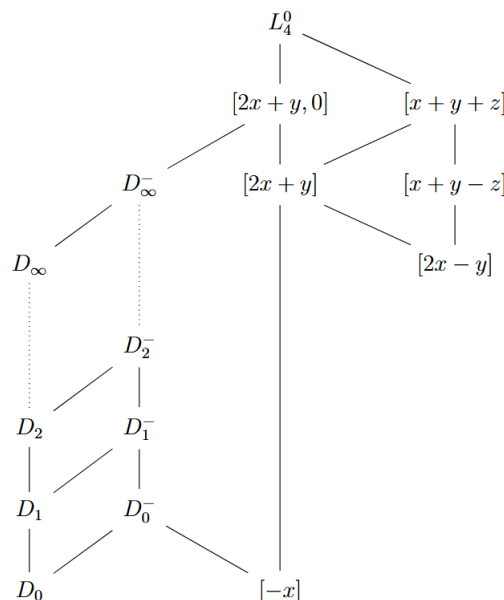


Рис. 1: Решетка замкнутых классов в L_4^0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Post E. L. Introduction to a general theory of elementary propositions // Amer. J. Math. 1921. V. 43, N 4. P. 163–185.

- [2] Янов Ю. И., Мучник А. А. О существовании k -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // ДАН СССР. 1959. Т. 127, вып. 1. С. 44–46.
- [3] Lau D. Function Algebras on Finite Sets. Springer, 2006. 667 p.
- [4] Salomaa A. A. On infinitely generated sets of operations infinite algebras // Annales Universitatis Turkuensis. 1964. P. 1–12.
- [5] Bagyinszki J., Demetrovics J. The lattice of linear classes in prime-valued logics // Banach Center Publications. 1982. V. 7. P. 105–123.

О СЛОЖНОСТИ СИММЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ В ОДНОМ КЛАССЕ ПСЕВДОПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФОРМ

Лобанов Алексей Андреевич

Кафедра математической кибернетики, e-mail: alex_cmc@likemath.ru

В [1] предложен способ представления функций алгебры логики при их реализации на ПЛИМ. Такие представления названы псевдополиномиальными формами (ПСПФ). Под ПСПФ понимается выражение, являющееся суммой по модулю два конъюнкций линейных функций. Длиной ПСПФ называется число ее слагаемых. В [2] установлен порядок функции Шеннона длины функций алгебры логики в классе ПСПФ. В настоящей работе рассматривается частный случай ПСПФ — 2-ПСПФ. Под 2-ПСПФ понимается ПСПФ, в которых каждое слагаемое является конъюнкцией линейных функций вида $ax_i \oplus bx_j$, где $a, b \in \{0, 1\}$.

Функция алгебры логики $f(x_1, \dots, x_n)$ называется симметрической, если она не меняется при любой перестановке её переменных. В работе получена верхняя оценка сложности симметрических функций в классе 2-ПСПФ.

Утверждение 1. Для любой симметрической функции алгебры логики от n переменных можно построить 2-ПСПФ с длиной, не превосходящей

$$2^{\frac{n+1}{2} \log_2 3}.$$

Под поясковыми симметрическими функциями алгебры логики ранга k понимаются функции, полином Жегалкина которых содержит только все мономы ранга k .

Утверждение 2. Для поясковых симметрических функций алгебры логики ранга k от n переменных, при фиксированном k , можно построить такую 2-ПСПФ, что отношение длины этой 2-ПСПФ к длине её полинома Жегалкина составляет $2^{-k} + O(\frac{1}{n})$.

Автор выражает благодарность научному руководителю проф. Селезневой С. Н. за постановку задачи и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sasao T., Besslich P. On the complexity of Mod-2 sum PLA's // IEEE Transactions on Computers. 1990. V. 39, N 2. P. 262–266.
- [2] Селезнева С. Н. Порядок длины функций алгебры логики в классе псевдополиномиальных форм // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2016. Вып. 3. С. 27–31.
- [3] Selezneva S. N., Lobanov A. A. On length of boolean functions of a small number of variables in the class of pseudo-polynomials // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика». 2020. Т. 33. С. 96–105.

ОБ АСИМПТОТИКЕ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ НЕКОТОРЫХ СИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИЙ

Андреева Татьяна Владимировна, Ван Цзэ

Кафедра математической кибернетики, e-mail: andreevatv@cs.msu.ru, nerozew@gmail.com

Для симметричных ЧУМ (таких как k -значные n -мерные решетки) асимптотическое поведение мощности центрального слоя было изучено В. Б. Алексеевым [1], однако поправочные члены разложения в общем случае остаются невыясненными. В работах Т. В. Андреевой и Ю. С. Семенова рассмотрена производящая функция мощности слоя k -значной n -мерной решетки

$$A_n(z) = (1 + z + z^2 + \dots + z^{k-1})^n = \sum_{i=0}^{(k-1)n} A_n^{(i)} z^i$$

и уточнена асимптотика коэффициентов $A_n^{(m)}$, $A_n^{(m-1)}$ при $m = \left\lfloor \frac{n(k-1)}{2} \right\rfloor$. В работе [2] рассмотрен случай нечетных k , в работе [3] рассмотрен случай четных k .

В данной работе при $a > 0$ рассматривается производящая функция

$$B_{n,a}(z) = (1 + az + az^2 + z^3)^n = \sum_{i=0}^{3n} B_{n,a}^{(i)} z^i,$$

уточняется асимптотика коэффициентов $B_{n,a}^{(m)}$ и $B_{n,a}^{(m-1)}$ при $m = \left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor$.

Результатом работы является

Теорема. При $a > 0$ и $n \rightarrow \infty$ справедливы следующие равенства: при четных n и $m = \frac{3n}{2}$

$$B_{n,a}^{(m)} = 2^n (a+1)^n \sqrt{\frac{a+1}{a+9}} \cdot \frac{(n-1)!!}{n!!} \cdot \left(1 + \frac{8a}{(a+9)^2} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \right),$$

$$B_{n,a}^{(m-1)} = 2^n(a+1)^n \sqrt{\frac{a+1}{a+9}} \cdot \frac{(n-1)!!}{n!!} \cdot \left(1 - \frac{2(a+3)^2}{(a+9)^2} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right),$$

где

$$\frac{(n-1)!!}{n!!} = \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right);$$

при нечетных n и $m = \frac{3n-1}{2}$

$$B_{n,a}^{(m)} = 2^n(a+1)^n \sqrt{\frac{a+1}{a+9}} \cdot \frac{n!!}{(n+1)!!} \cdot \left(1 + \frac{12(a+3)}{(a+9)^2} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right),$$

$$B_{n,a}^{(m)} = 2^n(a+1)^n \sqrt{\frac{a+1}{a+9}} \cdot \frac{n!!}{(n+1)!!} \cdot \left(1 - \frac{4a(a+7)}{(a+9)^2} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right),$$

где

$$\frac{n!!}{(n+1)!!} = \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Алексеев В. Б. О числе монотонных k -значных функций // Проблемы кибернетики. 1974. Вып. 28. С. 5–24.
- [2] Андреева Т. В., Семенов Ю. С. О мощности слоев некоторых частично упорядоченных множеств // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2020. Т. 162, № 3. С. 269–284.
- [3] Андреева Т. В., Семенов Ю. С. О мощности слоев чётнозначной n -мерной решетки // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2022. Т. 164. № 2–3. С. 153–169.
- [4] Андреева Т. В., Лю Ю. Об асимптотике значения коэффициентов некоторых производящих функций // Вестник Моск. ун-та, Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2025. № 1. С. 3–9.

МЕТОД ВЫЯВЛЕНИЯ ИМПЛИКАНТЫ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРОИЧНЫХ ШКАЛ

Владимирова Юлия Сергеевна

Лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

В докладе рассматривается задача определения, является ли элементарная конъюнкция импликантой некоторой булевой функции [1]. Данная задача возникла в ходе разработки компьютерной системы моделирования рассуждения, основанной на методе Н. П. Брусенцова [2]. Метод оперирует данными совместно суждениями существования, которые строятся применением к булевым формулам одного из двух контрарных операторов $\vee$ и $\vee'$. ДНФ функции

$f(x_1, \dots, x_n)$ понимается как характеристика некоторого класса, заданная на основе атомарных классов $x_1, \dots, x_n$. Выражение вида $\bigvee' f(x_1, \dots, x_n)$ обозначает пустоту соответствующего класса, выражение вида $\bigvee f(x_1, \dots, x_n)$ – его непустоту [3].

Выяснилось, что выявление взаимосвязей по методу Н. П. Брусенцова сводится к проверке факта, что одно из булевых выражений от n переменных является импликантой другого выражения. В данном докладе представлен алгоритм для более простого случая, когда необходимо установить, является ли элементарная конъюнкция K ранга r , импликантой некоторой ДНФ $F(x_1, \dots, x_n) = K_1 \vee \dots \vee K_n$, т. е. что $K(K_1 \vee \dots \vee K_n) = K$.

Предлагаемый метод оперирует ДНФ некоторого специального вида. Задача имеет экспоненциальную сложность от числа переменных, т. к. требуется перебор всех элементарных конъюнкций ДНФ.

Задача эквивалентна проверке, что среди элементарных конъюнкций исходной ДНФ $K_1, \dots, K_n$ найдутся такие $K_{i_1}, \dots, K_{i_k}$, что $K(K_{i_1} \vee \dots \vee K_{i_k}) = K$, что выполняется, если $K_{i_1} \vee \dots \vee K_{i_k}$, приведенное в совершенную ДНФ, содержит точно 2^{n-r} элементарных конъюнкций. Элиминируя из всех $K_{i_1}, \dots, K_{i_k}$ все r литералов, имеющих в K , получим ДНФ $G(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$ от $n - r$ переменных, не входящих в K . Тогда задача сведется к проверке на общезначимость формулы $G(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$.

Предлагаемый алгоритм подсчитывает число элементарных конъюнкций в $G(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$, приведенной в совершенную ДНФ. Построение совершенной ДНФ для достаточно больших $n - r$ на практике не достижимо. Для того, чтобы сократить перебор, предложено следующее. На вход алгоритма подаются ДНФ специального вида $H(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$, к которому приводится $G(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$. $H(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$ – это несовершенные ДНФ, элементарные конъюнкции в которых упорядочены по возрастанию ранга и удовлетворяют условию: для каждой элементарной конъюнкции никакая конъюнкция, следующая за ней, не является ее импликантой.

Элементарные конъюнкции кодируются трехзначными векторами длины $n - r$. Предложен набор троичных операций для построения $H(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$ в требуемой форме и для вычисления количества элементарных конъюнкций в тождественной $H(x_{j_1}, \dots, x_{j_{n-r}})$ совершенной ДНФ. Сложность алгоритма ограничена значением 2^{2n} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. – М.: «Наука», 1986.
- [2] Брусенцов Н. П. Искусство достоверного рассуждения. Неформальная реконструкция аристотелевой силлогистики и булевой математики мысли. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 1998.

- [3] Владимирова Ю. С. Метод индексов Льюиса Кэрролла как основа компьютеризации рассуждения. // Программные системы и инструменты № 12. Под ред. Л.Н. Королева. – М.: Издательский отдел ВМиК МГУ, 2011. С. 23-26.

ОБ ОЦЕНКАХ ФУНКЦИЙ ШЕННОНА ДЛИНЫ ТЕСТА ОТНОСИТЕЛЬНО ЛОКАЛЬНЫХ ИНВЕРСНЫХ НЕИСПРАВНОСТЕЙ НА ВХОДАХ СХЕМ

Романов Дмитрий Сергеевич¹, Шухман Алексей Григорьевич²

¹ Кафедра математической кибернетики, e-mail: romanov@cs.msu.ru

² Кафедра математической кибернетики, e-mail: s02230565@gse.cs.msu.ru

Задача тестирования схем, реализующих булевы функции, состоит в оценке количества входных наборов, необходимого и достаточного для выявления неисправностей в схеме.

Проверяющим тестом относительно источника неисправностей U для схемы Σ , реализующей булеву функцию f от n переменных, назовем такое множество P входных наборов значений переменных, по которому можно распознать факт наличия неисправности с точностью до равенства функций. Диагностическим тестом относительно источника неисправностей U для схемы Σ назовем такое множество наборов входных переменных, которое позволяет установить вид вызванной источником U неисправности с точностью до равенства функций.

Длиной теста назовем количество наборов в нем. Под минимальным тестом будем понимать тест минимальной длины. Через $D^{\Pi}(U, f(\tilde{x}^n))$ ($D^{\Delta}(U, f(\tilde{x}^n))$) обозначим длину минимального проверяющего (соответственно диагностического) теста для функции f относительно источника неисправностей U , то есть минимум длины теста по всем реализующим f схемам Σ и по всем проверяющим (диагностическим) тестам для Σ . В данной работе изучаются тесты при неисправностях на входах схем, не зависящие от схемной реализации. Через $P_2(n)$ обозначим множество всех булевых функций от переменных $(x_1, \dots, x_n)$.

Определение. *Функцией Шеннона длины проверяющего (диагностического) теста относительно источника неисправностей U называется функция*

$$D^{\Pi}(U, n) = \max_{f(\tilde{x}^n) \in P_2(n)} D^{\Pi}(U, f(\tilde{x}^n)) \quad (D^{\Delta}(U, n) = \max_{f(\tilde{x}^n) \in P_2(n)} D^{\Delta}(U, f(\tilde{x}^n))).$$

В работе [1] было найдено точное значение функции Шеннона для класса неисправностей U_1^1 , который представляет собой инверсию одного входа схемы: для любого $n \geq 1$ имеет место равенство $D^{\Pi}(U_1^1, n) = n - t$, где t определяется из неравенства $2^{t-1} + t \leq n \leq 2^t + t$. Там же установлены верхняя и нижняя оценки функции Шеннона длины проверяющего теста относительно источника U^* произвольных инверсий входных переменных: $2^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} - 1 \leq D^{\Pi}(U^*, n) \leq n$.

Точное значение $2^n - 1$ функции Шеннона длины полного диагностического теста относительно инверсных неисправностей на входах схем было фактически установлено в [2].

В данной работе рассматриваются ослабленные варианты источника U^* инверсных неисправностей на входах схем, а именно, U_1^m — источник одиночных инверсий отрезка из m подряд идущих входных переменных, а также U_k — источник неисправностей, при каждой из которых инвертируются k отрезков подряд идущих входных переменных, причем каждые два соседних отрезка разделены хотя бы одной переменной ($k \in \mathbb{N}$). Для источников U_1^m и U_k получены точные значения функции Шеннона длины диагностического теста, а также нижние оценки функции Шеннона длины проверяющего теста.

Теорема 1. Для любых $n, m \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $n \geq m \geq 1$ верно

$$D^{\mathcal{D}}(U_1^m, n) = n - m + 1.$$

Теорема 2. Для любых $n, m \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $n \geq m \geq 1$ верно

$$D^{\Pi}(U_1^m, n) \geq \left\lfloor \frac{2 \cdot (n - \lceil \log_2 \lfloor \frac{2n}{m+1} \rfloor \rceil)}{m+1} \right\rfloor - 2.$$

Теорема 3. Для любого $n, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ имеет место равенство

$$D^{\mathcal{D}}(U_1, n) = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Теорема 4. Для любого $n, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, для любого $k, k \in \mathbb{N}$, $\frac{n+1}{2} \geq k \geq 2$ имеет место равенство

$$D^{\mathcal{D}}(U_k, n) = \binom{n+1}{2k}.$$

Теорема 5. Для любых $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $k \in \mathbb{N}$, $\frac{n+1}{2} \geq k \geq 2$ верно

$$D^{\Pi}(U_k, n) \geq n - \lceil \log_2(n - (2k - 1)) \rceil - 2k + 2.$$

С учетом оценки $D^{\Pi}(U^*, n) \leq n$ из работы [1] из последней теоремы получаем следствие.

Следствие 1. Для любых $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $k \in \mathbb{N}$, $\frac{n+1}{2} \geq k \geq 2$, при $n \rightarrow \infty$ и $k = o(n)$ имеет место асимптотическое равенство

$$D^{\Pi}(U_k, n) \sim n.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Погосян Г. Р. О проверяющих тестах для логических схем. М. : ВЦ АН СССР, 1982. 57 с.
- [2] Беджанова С. Р. О минимальных тестах для схем, реализующих дизъюнкцию // Дискретный анализ и исследование операций. 2008. Т. 15, № 2. С. 3–11.

О СЛОЖНОСТИ И СТРУКТУРЕ МИНИМАЛЬНОЙ КАСКАДНОЙ КОНТАКТНОЙ СХЕМЫ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ СТАНДАРТНУЮ МУЛЬТИПЛЕКСОРНУЮ ФУНКЦИЮ

Кудимов Денис Дмитриевич, Ложкин Сергей Андреевич

Кафедра математической кибернетики, ВМК МГУ, e-mail: den_nurs@mail.ru, salozhkin@mail.ru

В данной работе рассматривается задача индивидуального синтеза для класса каскадных контактных схем (ККС), который включает в себя те одноходовые контактные схемы, которые получаются в результате последовательного применения операции присоединения 1 или 2 противоположных контактов (см.[1]) из простейшей ККС, состоящей из одной вход-выходной вершины.

Эта задача синтеза решается для мультиплексорной ФАЛ порядка n , то есть для функции от $n + 2^n$ булевых переменных (БП), первые n из которых называются «адресными», а оставшиеся 2^n — «информационными». Значение этой функции равно значению той её информационной переменной, номер которой поступил на адресные входы.

Заметим, что сложность $L^K(\mu_n)$ ФАЛ μ_n в классе произвольных контактных схем (см.[2]) равна $2^{n+1} + \frac{2^n}{n} + O\left(\frac{2^n}{n \log n}\right)$.

Основным результатом данной работы является доказательство утверждения о том, что минимальная сложность ККС, реализующей ФАЛ μ_n , равна $L^{KKS}(\mu_n) = 3 \cdot 2^n - 2$ и что она достигается только на т. н. канонической мультиплексорной каскадной контактной схеме $\Sigma(x_1, x_2, \dots, x_n, y_0, y_1, \dots, y_{2^n-1}; 1; z)$, которая получается присоединением к каждому выходу $(1, 2^n)$ — контактного дерева от БП $x_1, \dots, x_n$ замыкающих контактов соответствующей информационной БП, идущих к входной вершине 1 искомой ККС (рис. 1).

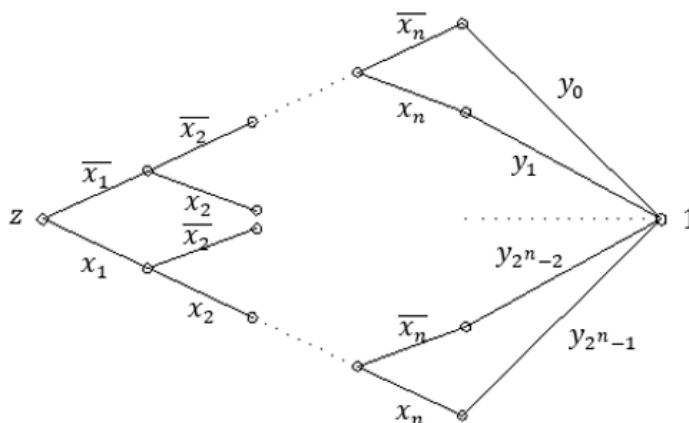


Рис. 1: Каноническая мультиплексорная ККС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики. М. : Издательский отдел факультета ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова. 2004. 256 с.
- [2] Ложкин С. А., Хзмалян Д. Э. О сложности стандартной мультиплексорной функции в одном классе контактных схем // Труды факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова. 2021. № 68. С. 59–74.

УТОЧНЕННАЯ ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ В ОДНОМ КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ КОНТАКТНЫХ СХЕМ

Ложкин Сергей Андреевич, Михалев Евгений Константинович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: lozhkin@cs.msu.ru, genya.mikhalev@gmail.com

Исследуется сложность реализации линейной функции алгебры логики (ФАЛ) порядка n , то есть ФАЛ $l_n^{(\sigma)} = x_1 \oplus \dots \oplus x_n \oplus \sigma$, где $x_1, \dots, x_n$ - булевы переменные (БП), $\sigma \in B = \{0, 1\}$, $n = 1, 2, \dots$, в некоторых классах (см., например, [1], [2]) обобщенных контактных схем (ОКС) заданного (фиксированного) ранга r , где r – натуральное число. При этом предполагается, что контакты ОКС от множества БП $X(n) = \{x_1, \dots, x_n\}$ управляются «базисными» ФАЛ, зависящими от не более, чем r , БП из $X(n)$. Под сложностью $L(\Sigma)$ ОКС Σ понимается, как обычно, число её контактов (ребер).

В данной работе рассматривается подкласс $\tilde{U}_r^{Kl}$ класса ОКС ранга r , включающий в себя все контактные схемы, которые характеризуются отдельным управлением контактами на проводящих цепях и состоят только из линейных контактов ранга не больше, чем r , где $r \geq 1$. Заметим, что класс обычных контактных схем совпадает с классом $\tilde{U}_1^{Kl}$. Класс $\tilde{U}_r^{Kl}$ является полными в том смысле, что в нем можно реализовать любую ФАЛ.

Ранее [3] (см. также [4]) была установлена сложность линейной функции в классе контактных схем в стандартном базисе (базисе, содержащем замыкающий и размыкающий контакты). Было доказано, что сложность минимальной контактной схемы, реализующей линейную функцию от n переменных, равна $4n - 4$. При этом верхняя оценка указанного вида получается с помощью метода каскадов (см. например [4] или [5]), а нижняя была доказана в [3] (более простое доказательство, предложенное С. А. Ложкиным, см., например, в [4]). Также ранее в рамках курсовой работы [6] была получена нижняя оценка сложности для линейной ФАЛ в классе $\tilde{U}_r^{Kl}$, равная $4\frac{n}{r} - 10\sqrt{\frac{n}{r}}$.

Обозначим через $\tilde{L}_r^{Kl}(f)$ сложности ФАЛ f в классе $\tilde{U}_r^{Kl}$, т. е. минимальная сложность реализующей f ОКС Σ , $\Sigma \in \tilde{U}_r^{Kl}$.

Основным результатом данной работы является следующее утверждение.

Теорема. При любом натуральном $n, n > r$, и любом $\sigma, \sigma \in B$ имеет место неравенство $4\frac{n}{r} - 4 \leq \tilde{L}_r^{Kl}(l_n^{(\sigma)}) \leq 4\lceil \frac{n}{r} \rceil - 4$.

Заметим, что в случае n кратно r получена точная оценка сложности $\tilde{L}_r^{Kl}(l_n^{(\sigma)}) = 4\frac{n}{r} - 4$, а в случае $n \leq r$ выполняется равенство $\tilde{L}_r^{Kl}(l_n^{(\sigma)}) = 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ложкин С. А., Кошкин Н. А. О сложности реализации некоторых систем функций алгебры логики контактными и обобщенными контактными схемами. // Математические вопросы кибернетики: Вып. 3 М. : Наука Гл. ред. физ.-мат.-лит. 1991. С. 257–285.
- [2] Ложкин С. А., Кошкин Н. А. О сложности реализации некоторых систем функций алгебры логики контактными многополюсниками // Докл. АН СССР 1988. Т. 298, №4, С. 807–811
- [3] Cardot C. Quelques résultats sur l'application de l'algèbre de Boole à la synthèse des circuits à relais. — Ann. Telecomm., 1952, v. 7, №2, p. 75–84.
- [4] Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. М.: Высшая школа, 2007.
- [5] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики. М. : МГУ, 2004.
- [6] Михалев Е. К. Уточненная нижняя оценка сложности линейной функции алгебры логики в одном классе обобщенных контактных схем. Курсовая работа, 2025. МГУ им. М. В. Ломоносова, факультет ВМиК, кафедра математической кибернетики.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НАКОПИТЕЛЯМИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ РАЗНЫХ ТИПОВ

**Васин Александр Алексеевич, Абдулаев Саид Юсупович, Саносян Генри
Андраникович**

Кафедра исследования операций, e-mail: vasin@cs.msu.su, said_v15@mail.ru,
hhunrey@yandex.ru

Данная работа продолжает наши исследования задач оптимального управления накопителями электроэнергии на разных рынках электроэнергии [1, 2].

Рассматриваются небольшие накопители, работа каждого из которых не влияет на рыночные цены, и тип суточных тарифов на электроэнергию, соответствующий российскому рынку. Обычно оценка инвестиционной доходности основывается на расчете чистой приведенной стоимости (ЧПС или NPV) потока затрат и доходов, соответствующих данной инвестиции. При этом будущие платежи дисконтируются с учетом банковской процентной ставки для безрисковых вложений. Если найденная ЧПС положительна, то инвестиция считается

выгодной, в противном случае – убыточной. В случае накопителей основная компонента затрат – единовременная стоимость покупки накопителя данного типа с определенными значениями мощности (скорости загрузки и разгрузки) и объема накопителя. На основе ранее полученных результатов указываются оптимальное значение объема накопителя и соответствующая прибыль в зависимости от параметров тарифа и накопителя. Для нескольких типов накопителей, применяемых в разных странах и обсуждаемых в литературе, определяются инвестиционные доходности. Указываются типы накопителей, представляющие интерес с точки зрения инвестиций в условиях российского рынка. Обсуждаются данные об использовании накопителей энергии разных типов в мировой экономике в последние годы и перспективы до 2030 года. В случае, когда цены на энергию и стоимости накопителей меняются в соответствии с банковской процентной ставкой и инвестиция приносит доход с учетом инфляции, оптимальная стратегия включает реинвестирование получаемой прибыли в увеличение мощности используемых накопителей. Динамика NPV при этом описывается уравнением:

$$NPV_{t+1} = NPV_t \times (1 - k + \frac{Pr(e)}{C(e)}),$$

где k — коэффициент износа оборудования, $C(e)$ — стоимость накопителя с объемом e , $Pr(e)$ — максимальная суточная прибыль для накопителя с данным объемом. В работе [3] решается задача оптимизации темпа роста NPV и определяется оптимальный объем накопителя в зависимости от тарифного плана. На основе данных о накопителях различных типов [4] рассчитываются инвестиционные доходности и указываются типы накопителей, представляющие интерес с точки зрения инвестиций. Перспективные согласно нашим расчетам типы накопителей (PHS, CAES, SCES, TES) реально используются и имеют перспективы для дальнейшего внедрения на российском рынке. Накопители на основе технологии преобразования электроэнергии в водород (P2G) показали наилучшую динамику: темп роста ЧПС в 2023 году составил 2.8% в год, а к 2030 году — 18.9% в год.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Vasin A., Grigoryeva O. Optimal strategies of consumers with energy storages in electricity market // Communications in Computer and Information Science, издательство Springer International Publishing AG, Cham, Switzerland, 2022. P. 300–312.
- [2] Васин А. А., Григорьева О. М., Серегина И. Ю. Оптимизация параметров накопителей для потребителей на рынке электроэнергии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2023, № 1, С. 21–27.

- [3] Васин А.А., Цыганов Н.И., Саносян Г.А., Абдулаев С.Ю. Оценки инвестиционной доходности для накопителей электроэнергии. Прикладная математика и информатика, 2025, N78, с.56-72.
- [4] Nadeem F., Suhail Hussain S.M., Kumar Tiwari P., Kumar Goswami A., Selim Ustun T. Comparative review of energy storage systems, their roles, and impacts on future power systems // IEEE Access 7, P. 4555–4585 (2018). DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2888497

ЛОКАЛЬНАЯ СХОДИМОСТЬ МЕТОДОВ ГАУССА–НЬЮТОНА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Измаилов Алексей Феридович¹, Солодов Михаил Владимирович²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: izmaf@cs.msu.ru

² IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Бразилия, e-mail: solodov@impa.br

Рассматривается нелинейное уравнение с ограничением

$$\Phi(u) = 0, \quad u \in P,$$

где $\Phi : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ — гладкое отображение, $P \subset \mathbb{R}^p$ — непустое замкнутое выпуклое множество. Такие постановки часто возникают непосредственно при моделировании различных прикладных ситуаций [1], а также как переформулировки различных задач, включающих в себя условия комплементарности [2, 3].

Для текущего приближения $u^k \in P$, следующее приближение метода Гаусса–Ньютона с ограничением определяется как $u^{k+1} = u^k + v^k$, где v^k — некоторое решение подзадачи

$$\frac{1}{2} \|\Phi(u^k) + \Phi'(u^k)v\|^2 \rightarrow \min, \quad u^k + v \in P.$$

Теорема 1. Пусть Φ дифференцируемо вблизи решения $\bar{u}$ уравнения с ограничением, причем

$$\Phi'(u^1) - \Phi'(u^2) = O(\|u^1 - u^2\|^\tau) \text{ при } u^1, u^2 \in P \text{ стремящихся к } \bar{u}$$

с некоторым $\tau > 0$.

Тогда если

$$\ker \Phi'(\bar{u}) = \{0\},$$

то для любого $u^0 \in P$ достаточно близкого к $\bar{u}$ существует единственная последовательность $\{u^k\}$ такая, что для каждого k смещение $u^{k+1} - u^k$ является решением подзадачи метода Гаусса–Ньютона с ограничением, эта последовательность сходится к $\bar{u}$, и скорость сходимости сверхлинейная с Q -порядком $1 + \tau$. В частности, если производная Φ удовлетворяет условию Липшица на P вблизи $\bar{u}$, то скорость сходимости квадратичная.

Теорема 2. В предположениях гладкости из теоремы 1, если P полиэдр и

$$\ker \Phi'(\bar{u}) \cap T_P(\bar{u}) = \{0\},$$

где $T_P(\bar{u})$ — касательный конус к P в точке $\bar{u}$, то утверждение теоремы 1 остается верным, за исключением единственности последовательности $\{u^k\}$.

Теорема 3. В предположениях гладкости из теоремы 1, пусть функция $\psi : P \rightarrow \mathbb{R}_+$ удовлетворяет $\psi(u) = O(\|\Phi(u)\|^{1+\tau})$ при $u \in P$ стремящемся к $\bar{u}$.

Утверждение теоремы 2 имеет место и для последовательностей $\{u^k\}$ таких, что для каждого k смещение $u^{k+1} - u^k$ является решением возмущенной подзадачи метода Гаусса–Ньютона с ограничением

$$\frac{1}{2} \|\Phi(u^k) + \Phi'(u^k)v\|^2 - \langle r, v \rangle \rightarrow \min, \quad u^k + v \in P,$$

с некоторым $r \in \mathbb{R}^p$ удовлетворяющим $\|r\| \leq \psi(u^k)$.

Теорема 4. Пусть Φ дифференцируемо вблизи решения $\bar{u} \in U$, причем его производная непрерывна в точке $\bar{u}$ относительно P . Пусть выполнены условие регулярности

$$\text{rank } \Phi'(\bar{u}) = q$$

и оценка расстояния

$$\text{dist}(u, U) = O(\|\Phi(u)\|) \quad \text{при } u \in P \text{ стремящемся к } \bar{u}.$$

Тогда для любого $\delta > 0$ и любого $u^0 \in P$ достаточно близкого к $\bar{u}$ существует единственная последовательность $\{u^k\}$ такая, что для каждого k выполняется $u^{k+1} = \pi_P(u^k + v(u^k))$, где $v(u^k)$ — решение минимальной нормы подзадачи метода Гаусса–Ньютона без ограничений, эта последовательность содержится в $B(\bar{u}, \delta)$, сходится к некоторому $u^* \in U$, и скорость сходимости R -линейная.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] C. Kanzow, N. Yamashita, M. Fukushima. Levenberg–Marquardt methods with strong local convergence properties for solving nonlinear equations with convex constraints // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2004. V. 172. P. 375–397.
- [2] A. Fischer, M. Herrich, A.F. Izmailov, M.V. Solodov. Convergence conditions for Newton-type methods applied to complementarity systems with nonisolated solutions // Computational Optimization and Applications. 2016. V. 63. P. 425–459.
- [3] A. Fischer, A.F. Izmailov, M. Punke, Z. Yan. Error bounds and Newton-type methods for reformulations of Karush–Kuhn–Tucker systems of mathematical programs with complementarity constraints // Computational Optimization and Applications. 2026. V. 93. P. 567–599.

МОДИФИКАЦИЯ УСКОРЕННОГО ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА С ПОМОЩЬЮ ПРАВИЛА АРМИХО

Брыскина Кристина Алексеевна¹, Давидсон Михаил Рувимович²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: s02220038@gse.cs.msu.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: mikhaile.davidson@gmail.com

Ускоренный градиентный метод (FGM/NAG), предложенный Ю. Нестеровым [1], стал базовым строительным блоком для задач оптимизации во многих предметных областях благодаря оценке скорости сходимости порядка $O(1/k^2)$ для гладких выпуклых задач. Так, например, в работе [2] рассмотрен вариант метода, который на практике стал стандартом для задач разреженной регрессии и классификации (LASSO), инверсных задач в обработке изображений и сигналов. Также метод Нестерова нашел применение в глубоком машинном обучении [3].

Важным вопросом при практической реализации метода является выбор шагового множителя при градиенте целевой функции. В основном используется два подхода: либо на основе Армихо-подобных процедур поиска [2][4], либо с помощью явного оценивания [5]. В настоящей работе предложен оригинальный подход на основе модифицированного правила Армихо.

Алгоритм. Пусть $y^0 = z^0 = x^0$, $0 < \alpha_0, \beta_0 < 1$ — начальные параметры, $\varepsilon > 0$ — заданная точность, $\gamma > 1$ — коэффициент уменьшения шага.

Для $k = 0, 1, 2, \dots$ если $f(y^k) - f(x^*) \leq \varepsilon$, алгоритм заканчивает работу, иначе для текущего $\beta = \beta_k$ вычисляется

$$\alpha_{k+1} = \frac{\beta}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha_k^2}{\beta_k \beta}} \right), \quad \tau_k = \frac{\beta}{\alpha_{k+1}}, \quad (1)$$

$$x^{k+1} = \tau_k z^k + (1 - \tau_k) y^k, \quad y^{k+1} = x^{k+1} - \beta \nabla f(x^{k+1}). \quad (2)$$

Если выполнено правило Армихо $f(y^{k+1}) \leq f(x^{k+1}) - \frac{\beta}{2} \|\nabla f(x^{k+1})\|^2$, то шаг принимается и полагается $z^{k+1} = z^k - \alpha_{k+1} \nabla f(x^{k+1})$, иначе $\beta = \beta/\gamma$ и вычисления повторяются. Результатом считается последнее приближение y^k .

Было реализовано улучшение алгоритма: после выполнения правила Армихо для текущего значения β делается попытка увеличения и проверка условия для этого шага. Если оно выполнено, новое значение β принимается.

Теорема 1. (о скорости сходимости). Пусть f — выпуклая L -гладкая функция, x_0 — начальное приближение, $0 < \alpha_0, \beta_0 < 1$ — начальные параметры, T — число итераций. Пусть параметры α_{k+1} , τ_k и точки x^{k+1} , y^{k+1} определяются по формулам (1), (2). Тогда справедлива оценка

$$f(y^T) - f_* \leq \frac{\text{const}}{T^2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Nesterov Y. E. A Method of Solving a Convex Programming Problem with Convergence Rate $O(1/k^2)$ // Doklady Akademii Nauk SSSR. 1983. Vol. 269, No. 3. P. 543–547.
- [2] Beck A., Teboulle M. A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems // SIAM Journal on Imaging Sciences. 2009. Vol. 2, No. 1. P. 183–202.
- [3] On the Importance of Initialization and Momentum in Deep Learning / I. Sutskever, J. Martens, G. Dahl, G. Hinton // Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning. 2013. Vol. 28, No. 3. P. 1139–1147.
- [4] Nesterov Y. Gradient Methods for Minimizing Composite Functions // Mathematical Programming. 2013. Vol. 140. P. 125–161.
- [5] Li T., Lan G. A Simple Uniformly Optimal Method without Line Search for Convex Optimization // Mathematical Programming. 2025.

РАСЧЕТ СПРАВЕДЛИВОГО ВКЛАДА В ПОВЫШЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КЛАСТЕРНОЙ СЕТИ

Новикова Наталья Михайловна¹, Щербаков Дмитрий Владимирович²

¹ ФИЦ ИУ РАН, e-mail: Novikova@gse.cs.msu.ru

² Кафедра Исследования операций, e-mail: S02220295@gse.cs.msu.ru

Для многопродуктовой сети [1] с кластерной структурой связей, когда потоковые кластеры порождаются вершинами сети (К-сеть)[2], решим задачу поиска лексиминного распределения потоков, обобщающую [3] для К-сети. Получим разбиение множества кластеров на группы по уровням (долям) обеспеченности их заявок на передачу, реализующее принцип справедливого дележа дефицитного ресурса сети. При этом ни одному кластеру нельзя увеличить его поток без уменьшения потока какого-либо другого кластера, находящегося на том же или более низком уровне обеспеченности. Рассмотрим задачу развития К-сети путем наращивания пропускной способности имеющихся ребер с целью обеспечить передачу всех заявок, причем на средства владельцев кластеров. Для справедливого разделения между ними требуемых средств, а также с учетом возможной протяженности процессов во времени предложим пошаговую процедуру развития.

На шаге 1 ставится цель поднять нижний (1-й) уровень до следующего (2-го) уровня обеспеченности заявок кластеров. При этом значение 2-го уровня может уменьшиться, но важно, чтобы число кластеров нижнего уровня выросло за счет присоединения ряда других, а для кластеров исходного 1-го уровня увеличилось значение обеспеченности их заявок. Тогда именно они должны

заплатить за прирост пропускной способности на шаге 1. На шаге 2 поступаем так же, но с новым (разросшимся) множеством кластеров 1-го уровня обеспеченности их заявок. Оплата производится пропорционально заявкам на передачу потока. В итоге владельцы кластеров изначально 1-го уровня будут вносить плату на каждом шаге, а остальные — с того шага, где попали на нижний уровень. Процедура завершится либо, когда все заявки нижнего уровня станут достижимыми в новой сети, либо, когда вообще все участники окажутся на одном (нижнем) уровне. В последнем случае значение обеспеченности заявок на оставшуюся до 1 величину поднимается всеми вместе. Для решения поставленных задач применяем методы ЛП. Выбор ребер для увеличения пропускной способности в задаче развития или кластеров для фиксации достигнутого уровня обеспеченности их заявок осуществляется на основе положительности двойственных переменных к ограничениям соответствующих задач ЛП с использованием построений [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Salimifard K., Bigharaz S. The Multicommodity Network Flow Problem: State of the Art Classification, Applications, and Solution Methods // *Oper Res Int J*. 2022. V. 22. P. 1–47.
- [2] Малашенко Ю. Е., Назарова И. А., Новикова Н. М. Анализ кластерных повреждений в сетевых системах // *ЖВМ и МФ*. 2020. Т. 60. №2. С. 338–348.
- [3] Nace D., Doan L. N., Klopfenstein O., Bashllari A. Max-Min Fairness in Multi-Commodity Flows // *Computers and Operations Research*. 2008. V. 35. Iss. 2. P. 557–573.
- [4] Freund R. M., Roundy R., Todd M. J. Identifying the Set of Always-Active Constraints in a System of Linear Inequalities by a Single Linear Program. Working paper 1674-85, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Sloan School of Management. 1985. P. 1–6.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ ВЕРХНИХ ОЦЕНОК В ЗАДАЧЕ О РАНЦЕ С НЕСКОЛЬКИМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Бузин Никита Ильич¹, Посыпкин Михаил Анатольевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: buzinnikita66@gmail.com

² Зав. кафедры автоматизации научных исследований; ФИЦ ИУ РАН, e-mail: mposypkin@frccsc.ru

Рассматривается задача о ранце с несколькими ограничениями:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \end{cases}$$

Задача является NP-трудной, что делает особенно актуальным повышение производительности точных методов ее решения, в частности метода ветвей и границ (МВГ). Эффективность МВГ в значительной степени определяется качеством верхней оценки: чем она точнее, тем больше неперспективных подзадач удаётся отсечь на ранних этапах поиска решения.

В работе проводится сравнение двух способов построения верхних оценок: линейной и лагранжевой релаксаций. Линейная релаксация строится заменой булевых ограничений на переменные интервальными и отличается высокой скоростью вычисления. Лагранжева релаксация позволяет получить более сильную верхнюю оценку за счёт переноса части ограничений в целевую функцию и последующей настройки множителей Лагранжа. Для решения двойственной задачи, которая является задачей о ранце с одним ограничением, используется метод расширяющегося ядра, а для поиска оптимальной комбинации множителей Лагранжа — метод проекции субградиента.

Алгоритмы и эксперимент реализованы на языке Python. Выполнялось сравнение МВГ с двумя вариантами получения верхних оценок на готовых тестовых примерах с известным оптимумом. По результатам серии экспериментов установлено, что лагранжева релаксация в большинстве рассмотренных случаев даёт более точную верхнюю оценку, чем линейная. При этом, улучшение качества оценки достигается ценой существенно больших вычислительных затрат. Поэтому, для большинства рассмотренных примеров, линейная релаксация позволила получить меньшее общее время решения задачи с помощью МВГ по сравнению с лагранжевой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kellerer H., Pferschy U., Pisinger D. Knapsack problems. Berlin; Heidelberg: Springer, 2004.
- [2] Fréville A. The multidimensional 0–1 knapsack problem: an overview // European Journal of Operational Research. 2004. Vol. 155, No. 1. P. 1–21.
- [3] Gavish B., Pirkul H. Efficient algorithms for solving multiconstraint zero-one knapsack problems to optimality // Mathematical Programming. 1985. Vol. 31. P. 78–105.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ НЕЙРОСЕТЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЕТВЛЕНИЕМ В ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Дарьина Анна Николаевна¹, Волков Андрей Андреевич²

¹ Кафедра исследования операций, доцент, e-mail: anna.daryina@mail.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: and_rei99@mail.ru

Постановка задачи. Рассматривается асимметричная задача коммивояжёра (ATSP): на полном ориентированном графе $G = (V, E)$, $|V| = n$, с матрицей стоимостей $C = (c_{ij})$ требуется найти гамильтонов контур минимальной стоимости. Для точного решения применяется метод ветвей и границ — алгоритм Литтла [1], в котором нижние оценки вычисляются редукцией матрицы стоимостей, а ветвление производится по выбранной дуге (r, c) .

Стратегии ветвления. В классической эвристике для каждого нулевого элемента редуцированной матрицы вычисляется штраф $p_{ij} = \min_{k \neq j} c''_{ik} + \min_{l \neq i} c''_{lj}$, и для ветвления выбирается дуга с максимальным штрафом (*Simple*). Данный подход использует лишь локальную информацию и нередко порождает неоправданно большое дерево поиска.

В рамках стратегии *Full Strong Branching* (Full-SB) для каждого кандидата $(i, j) \in Z = \{(i, j) \mid c''_{ij} = 0\}$ выполняются две независимые симуляции ветвления, доставляющие приращения нижней границы Δ_{ij}^{in} и Δ_{ij}^{ex} . Качество кандидата оценивается мультипликативной функцией:

$$\text{Score}(i, j) = \max(\Delta_{ij}^{\text{in}}, \varepsilon) \cdot \max(\Delta_{ij}^{\text{ex}}, \varepsilon), \quad (1)$$

где $\varepsilon > 0$ — малая константа. Для ветвления выбирается дуга $\arg \max_{(i,j) \in Z} \text{Score}(i, j)$. Вычислительная сложность оценки в одном узле возрастает до $O(|Z| \cdot n^2)$, однако это компенсируется сокращением числа узлов дерева. Компромиссная стратегия *Partial-SB* ($k = 3$) вычисляет оценку (1) лишь для трёх кандидатов с наибольшим базовым штрафом.

Вычислительные эксперименты. Для эмпирической оценки трёх стратегий проведена серия экспериментов на случайных симметричных (STSP) и асимметричных (ATSP) матрицах размерностью $n \in [25, 45]$. На STSP-задачах Full-SB устойчиво сокращает дерево поиска на 10–30% при любых исследованных n , а накладные расходы растут предсказуемо (замедление в 4–6 раз). На ATSP-задачах выигрыш в узлах наблюдается лишь начиная с $n \approx 45$ (*crossover point*): при меньших размерностях вычислительно дорогая оценка не окупается. Стратегия Partial-SB зарекомендовала себя как оптимальный компромисс: на STSP она работает в 2–3 раза быстрее Full-SB при практически идентичном размере дерева поиска.

Анализ распределения оценки (1) по объединённым выборкам объёмом свыше 4 млн значений для ATSP и 18 млн для STSP показал, что медиана

Score = 0,0. Данное смещение является фундаментальным структурным свойством редуцированных матриц: после полного приведения строк и столбцов подавляющее большинство кандидатов имеют нулевые приращения нижней границы в обеих ветвях. Следовательно, точные матричные вычисления в каждом узле дерева для большинства кандидатов избыточны.

Суррогатная модель на основе GNN. Выявленная структурная разреженность информативных оценок служит строгим обоснованием применения методов машинного обучения. Предлагается аппроксимировать функцию (1) суррогатной моделью на архитектуре Message Passing Neural Network [2]. Состояние решателя представляется атрибутированным графом, признаки дуг включают редуцированные стоимости, бинарные флаги статуса и эвристическую оценку Литтла. Итоговое предсказание вычисляется декодером:

$$\widehat{\text{Score}}(i, j) = \text{MLP}_{\theta} \left(h_i^{(L)} \parallel h_j^{(L)} \parallel e_{ij} \right),$$

где $h_i^{(L)}$ — эмбединги вершин после L слоёв распространения сообщений. Обучение производится с учителем на наборе данных, собранном алгоритмом-оракулом Full-SB; функция потерь — среднеквадратичная ошибка на множестве кандидатов Z . Обученный суррогат потенциально снижает сложность выбора ветвления с $O(|Z| \cdot n^2)$ до времени одного прямого прохода сети, сохраняя компактный размер дерева [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сигал И. Х., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. 240 с.
- [2] Gasse M., Chételat D., Ferroni N., Charlin L., Lodi A. Exact combinatorial optimization with graph convolutional neural networks // Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS). 2019. Vol. 32.
- [3] Achterberg T., Koch T., Martin A. Branching rules revisited // Operations Research Letters. 2005. Vol. 33, № 1. P. 42–54.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ БАЛАНСИРОВКИ ПОРТФЕЛЯ

Морозов Владимир Викторович, Борисов Александр Андреевич

Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru, borisov.al.an@mail.ru

Пусть финансовый портфель $w = (w_1, \dots, w_n)$ содержит w_i бумаг i -го вида со случайными приращениями ΔP_i их стоимостей. Введем невырожденную ковариационную матрицу $V = (\sigma_{ij}) = (\text{cov}(\Delta P_i, \Delta P_j))$, $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$, матрицу коэффициентов корреляции $U = (\rho_{ij}) = (\sigma_{ij}/(\sigma_i \sigma_j))$, приращение стоимости портфеля $\Delta B = \sum_{i=1}^n w_i \Delta P_i$ с дисперсией $\sigma_{\Delta B}^2 = (Vw, w)$ и приращение стоимости бумаг i -го вида $\Delta S_i = w_i \Delta P_i$ с дисперсией $\sigma_{\Delta S_i}^2 = w_i^2 \sigma_i^2$.

Один из методов балансировки портфеля (см. [1]) состоит в выравнивании коэффициентов корреляции

$$\text{cor}(\Delta S_i, \Delta B) = \frac{\text{sgn}(w_i)}{\sigma_{\Delta B}} \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \sigma_j w_j, \quad i = 1, \dots, n,$$

что в предположении $\sum_{j=1}^n \rho_{1j} \sigma_j w_j = 1$ (условие нормировки) после замены $x_j = \sigma_j w_j$ приводит к системе

$$\sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_j = \text{sgn}(x_i), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Для решения системы (1) будем минимизировать функцию

$$f(x) = - \sum_{i=1}^n |x_i| + \frac{1}{2}(Ux, x).$$

Функция f многоэкстремальна и имеет точку глобального минимума. Любая точка x^0 глобального или локального минимума функции f удовлетворяет системе (1). При этом точка x^0 имеет ненулевые компоненты.

Рассмотрим алгоритм минимизации функции f . Пусть $I = \{1, \dots, n\}$. Для $J \subseteq I$ определим множество $X(J) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_i > 0, i \in J, x_i < 0, i \notin J\}$. Определим начальное множество $J^{(1)} = I$ и решим систему (1) с правой частью $b^{(1)} = (1, \dots, 1)$. Если решение $x^{(1)} \in X(J^{(1)})$, то $x^{(1)}$ — точка локального минимума функции f является решением задачи. В противном случае определяем множество $J^{(2)} = \{i \in I \mid x_i^{(1)} > 0\}$ и вектор $b^{(2)} = (\text{sgn}(x_i^{(1)}), i = 1, \dots, n)$. Находим решение $x^{(2)}$ системы (1) с правой частью $b^{(2)}$, проверяем его принадлежность множеству $X(J^{(2)})$ и т.д. Доказано, что данный алгоритм сходится за конечное число шагов. В докладе будет проведено сравнение предложенного алгоритма с известными методами минимизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Baily D. Y., Prado M. L. Balanced baskets: a new approach to trading and hedging risks// Journal of Investment Strategies. 2012. V. 1, № 2. P. 21–62.

ОПТИМАЛЬНАЯ АЛЛОКАЦИЯ КАПИТАЛА ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПОРТФЕЛЕМ ФЬЮЧЕРСНЫХ СТРАТЕГИЙ

Валеев Амир Рустамович, Голембиовский Дмитрий Юрьевич

Кафедра исследования операций, e-mail: s02230338@gse.cs.msu.ru, golemb@cs.msu.ru

Рассматривается задача оптимального распределения капитала между $N = 48$ торговыми стратегиями (роботами), торгующими фьючерсные спреды на биржах СМЕ и МОЕХ. Исследование проведено на данных бэктестов

за период 22.09–26.12.2025 (65 торговых дней) при 6 уровнях маржи. Предложена модель оптимизации портфеля с учётом маржинальных ограничений, транзакционных издержек и нелинейности доходности [1].

Модель. Для каждого робота i функция средней дневной доходности $I_i(x_i)$ строится кусочно-линейной интерполяцией по точкам бэкстестов. Ковариационная матрица C_{ij} (48×48) рассчитывается по дневным доходностям. Задача оптимизации [1]:

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x} : \sum_{i \in B_n} x_i \leq M_n A_n, \sum_{i=1}^N I_i(x_i) x_i \geq D, x_i \geq \dot{x}_i, \quad (1)$$

где $M_n A_n$ — доступная маржа на бирже n , D — требуемая доходность, $\dot{x}_i$ — минимальная маржа. Нелинейность обусловлена зависимостью $I_i(x_i)$ от x_i .

Транзакционные издержки. При ребалансировке учитываются комиссии, спред и market impact по Almgren–Chriss [2]: $TC_i^{\text{impact}} = \gamma \sigma_i \sqrt{|Q_i| / \text{ADV}_i} \cdot |Q_i|$, $\gamma = 0,314$ [3]. TC включаются в ограничение (1).

Итерационная модель. После оптимизации реальные аллокации отличаются от тех, при которых рассчитаны ковариации. На каждой итерации C_{ij} пересчитывается по доходностям при ближайших уровнях маржи, задача (1) решается заново; остановка при $\|\mathbf{x}^{(m)} - \mathbf{x}^{(m-1)}\| / \|\mathbf{x}^{(m-1)}\| < 0,01$.

Солверы и результаты. Задача (1) решалась методом SLSQP [4] (scipy) и Cardinal Optimizer (COPT) [5] с SOS2-формулировкой [6]: $x_i = \sum_k \lambda_{ik} x_i^{(k)}$, $\{\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iK}\} \in \text{SOS2}$. На тестовой выборке (24.11–26.12.2025) оптимизация увеличила PnL на 28,9 %, волатильность снизилась на 12,3 %. Итерационная процедура сошлась за 3 итерации (Sharpe: +7,7 %). COPT ускорил решение в 5,8×, TC составили 2,5 % от PnL. Лучшая конфигурация: Sharpe 3,22 (+33,6 % к baseline).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Markowitz H. Portfolio Selection // The Journal of Finance. 1952. Vol. 7, No. 1. P. 77–91.
- [2] Almgren R., Chriss N. Optimal execution of portfolio transactions // Journal of Risk. 2001. Vol. 3, No. 2. P. 5–39.
- [3] Direct estimation of equity market impact / R. Almgren, C. Thum, E. Hauptmann, H. Li // Risk. 2005. Vol. 18, No. 7. P. 58–62.
- [4] Kraft D. A Software Package for Sequential Quadratic Programming // DFVLR-FB 88-28. Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, 1988.
- [5] Cardinal Operations. COPT — Cardinal Optimizer v7.1. 2024. URL: <https://www.shanshu.ai/copt>.

- [6] Beale E. M. L., Tomlin J. A. Special Facilities in a General Mathematical Programming System for Non-Convex Problems Using Ordered Sets of Variables // Proc. 5th Int. Conf. on OR. 1970. P. 447–454.

МЕТОДЫ КАУЗАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОМО-АКЦИЙ В РИТЕЙЛЕ: ОТ PROPENSITY SCORE MATCHING К UPLIFT-МОДЕЛЯМ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Садовников Алексей Андреевич²

¹ Кафедра Исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.ru

² Кафедра Исследования операций, e-mail: sadovnikov09@bk.ru

В условиях высокой конкуренции в ритейле программы лояльности и промо-акции являются ключевыми инструментами управления поведением клиентов. Однако решения о начислении промо часто принимаются без оценки индивидуального инкрементального эффекта.

В работе решается задача каузальной оценки влияния промо на маржу клиента. Индивидуальный эффект определяется как разность маржи с промо и без него за горизонт 3 недели. Эмпирический анализ выполнен на данных крупной российской ритейл-компании. Целевая переменная: маржа клиента за три недели после воздействия. Используются исторические данные, в которых промо назначалось не случайно, а в зависимости от характеристик клиента, возникает смещение отбора: группы клиентов с промо и без него систематически различаются по уровню активности и покупательскому поведению.

Для получения корректной оценки применён Propensity Score Matching [1]. Сначала оценивалась вероятность получения промо при заданных признаках, затем каждому клиенту с промо сопоставлялся статистически близкий клиент без промо. Баланс групп проверялся по стандартизированной разности средних. Это позволило сформировать квази-экспериментальную выборку и получить устойчивую оценку среднего эффекта, дополнительно проверенную бутстрэпом.

Обнаружен статистически значимый положительный средний эффект и выраженная гетерогенность по RFM -сегментам клиентов (сегментация по давности последней покупки (Recency), частоте покупок (Frequency) и суммарному объёму трат клиента (Monetary)). Сравнение методов [2] (S-, T-, X-learner и Double Robust) показало преимущество моделей для оценки гетерогенных каузальных эффектов при выявлении клиентов с максимальным ожидаемым инкрементальным вкладом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dehejia R. H., Wahba S. Propensity score-matching methods for nonexperimental causal studies // Review of Economics and statistics. – 2002. – Т. 84. – №. 1. – С. 151-161.

- [2] Künzel S. R. et al. Metalearners for estimating heterogeneous treatment effects using machine learning //Proceedings of the national academy of sciences. – 2019. – Т. 116. – №. 10. – С. 4156-4165.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПРОФИЛЯ «КОНЦЕНТРАЦИЯ–ВРЕМЯ» ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ

Драницына Маргарита Александровна¹, Захарова Татьяна Валерьевна²

¹ Кафедра биохимии им. Т.Т. Березова, Медицинский институт РУДН, e-mail: margarita13april@mail.ru

² Кафедра вычислительной математики и кибернетики, МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: tvzaharova@mail.ru

В рамках стандартного подхода к оценке биоэквивалентности по средним площадь под кривой «концентрация лекарственного вещества в плазме или сыворотке — время» AUC для испытуемого (T) и референтного (R) препаратов сравнивается с помощью процедуры двух односторонних тестов (TOST) [1]. Вывод о биоэквивалентности делается в том случае, если 90% доверительный интервал для отношения геометрических средних AUC находится в пределах заранее установленных границ (обычно 80,00 – 125,00%). Поскольку AUC определяется как интеграл под кривой зависимости концентрации лекарственного вещества от времени для испытуемого и референтного лекарств, этот показатель агрегирует отклонения на протяжении всего периода наблюдения τ .

$$AUC_T = \int_0^\tau C_T(t) dt, \quad AUC_R = \int_0^\tau C_R(t) dt. \quad (1)$$

Для повышения чувствительности к локальным различиям в форме профиля этой кривой вводится аналитическая модель, основанная на декомпозиции AUC , развивая наш предыдущий подход [2]. В рамках этой работы в профилях «концентрация–время» выделяются два компонента. Полная экспозиция разбивается на общий компонент, определяемый как точная нижняя грань профилей «концентрация–время» сравниваемых лекарств на периоде оценке концентраций и остаточный (асимметричный) компонент, определяемый как разность между исходным профилем и общим компонентом, для чего введем следующие обозначения:

$$C_T(t) = \min(C_T(t), C_R(t)) + (C_T(t) - C_R(t))_+, \quad (2)$$

$$C_R(t) = \min(C_T(t), C_R(t)) + (C_R(t) - C_T(t))_+, \quad (3)$$

где $(x)_+ = \max(x, 0)$. И тогда декомпозицию можно представить в следующем виде:

$$AUC_T = AUC_{\text{common}} + \Delta_T, \quad AUC_R = AUC_{\text{common}} + \Delta_R, \quad (4)$$

где:

$$AUC_{\text{common}} = \int_0^{\tau} \min(C_T(t), C_R(t)) dt, \quad (5)$$

и асимметричные компоненты:

$$\Delta_T = \int_0^{\tau} (C_T(t) - C_R(t))_+ dt \quad (6)$$

$$\Delta_R = \int_0^{\tau} (C_R(t) - C_T(t))_+ dt \quad (7)$$

При использовании стандартного подхода к анализу интегралы сравниваются целиком, поэтому специфические различия профилей могут остаться незамеченными, что создает риски клинических последствий. Предлагаемый подход сфокусирован на исследовании относительного вклада общего и асимметричного компонентов в общую экспозицию и свойствах компонентов декомпозиции. Такой подход позволяет повысить чувствительность к выявлению различий между формами препарата, которые могут быть не обнаружены при традиционном сравнении интегральных оценок AUC .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schuirmann D. J. A comparison of the Two One-Sided Tests procedure and the power approach for assessing the equivalence of average bioavailability // J. Pharmacokinetics and Bio-pharmaceutics. 1987. V. 15(6) P. 657–680.
- [2] Драницына М. А., Захарова Т. В., Клименко В. К. Анализ свойств теста эквивалентности при логнормальном распределении данных // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2025. Т. 49, № 4. С. 276–287.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА МОДЕЛЕЙ КЛАССИФИКАЦИИ ПИСЕМ ПО ТЕМАТИЧЕСКИМ ПАПКАМ

Кодряну Кирилл Николаевич¹, Захарова Татьяна Валерьевна²

¹ Кафедра математической статистики, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: chiril.codreanu@gmail.com

² Кафедра математической статистики, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: tvzaharova@mail.ru

В работе рассматривается задача автоматической сортировки электронных писем по пользовательским тематическим папкам в корпоративных почтовых системах. Рост объема входящих сообщений приводит к необходимости формализованного и автоматизированного решения задачи, традиционно выполняемой вручную. В рамках исследования эта задача формулируется как задача персонализированного ранжирования. Для пользователя u заданы множество писем E_u и множество папок F_u . Для каждого письма $e \in E_u$ требуется

построить ранжирование папок с помощью функции

$$s(e, f) = w^T x(e, f),$$

где $x(e, f)$ — вектор признаков пары «письмо–папка», а w — вектор параметров модели.

Вектор признаков включает несколько групп характеристик. Семантические признаки основаны на векторных представлениях текста письма и позволяют учитывать смысловое содержание сообщения. Структурные признаки отражают свойства почтового графа (отправители, домены, цепочки переписки, взаимосвязи между письмами и папками). Поведенческие признаки формируются по истории пользовательских перемещений писем и обеспечивают персонализацию моделей.

Качество ранжирования оценивается при помощи метрик информационного поиска, таких как Normalized Discounted Cumulative Gain (nDCG) и Mean Average Precision (MAP), отражающих как релевантность папки, так и ее позицию в рекомендациях. Например,

$$\text{nDCG@k} = \frac{\text{DCG@k}}{\text{IDCG@k}}, \quad \text{DCG@k} = \sum_{i=1}^k \frac{2^{\text{rel}_i} - 1}{\log_2(i + 1)}.$$

Существенной особенностью данных является выраженная кластерная структура: письма группируются по отправителям, цепочкам переписки, проектам и темам. Это порождает внутрикластерную корреляцию, нарушающую предположение независимости наблюдений. Следовательно, стандартные оценки дисперсии метрик качества оказываются заниженными, что приводит к чрезмерно узким доверительным интервалам и завышенной уверенности в качестве модели.

Для получения статистически корректных оценок предлагается использовать кластерный бутстрэп, при котором ресемплирование выполняется на уровне целых кластеров. Такой подход сохраняет структуру зависимостей и обеспечивает реалистичные оценки вариативности метрик. Проведенный анализ показывает, что доверительные интервалы, полученные с применением кластерного бутстрэпа, значительно шире интервалов, рассчитанных при предположении независимости наблюдений, что подтверждает необходимость учета кластерной зависимости.

Экспериментальные результаты демонстрируют, что гибридные модели, сочетающие семантические и структурные признаки, превосходят базовые методы по ключевым метрикам качества. Корректная статистическая оценка показывает, что истинная неопределенность качества выше, чем предполагают классические методы валидации. Это подчеркивает важность использования кластерных процедур в задачах автоматической сортировки писем.

Предложенный подход обеспечивает статистически обоснованную оценку качества моделей классификации и ранжирования писем и позволяет корректно

сравнивать альтернативные модели в условиях сложной зависимой структуры данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bekkerman R., McCallum A., Huang G. Automatic Categorization of Email into Folders: Benchmark Experiments on Enron and SRI Corpora. — UMass CIIR Technical Report IR-418, 2004.
- [2] Burges C. J. C. From RankNet to LambdaRank to LambdaMART: An Overview. — Microsoft Research Technical Report, 2010.
- [3] Qin T., Liu T.-Y. Learning to Rank by Optimizing NDCG Measure // Advances in Neural Information Processing Systems. 2009.
- [4] Efron B., Tibshirani R. An Introduction to the Bootstrap. — New York: Chapman & Hall, 1993.
- [5] Field C. A., Welsh A. H. Bootstrapping clustered data // Journal of the Royal Statistical Society: Series B. 2007. Vol. 69, № 3. P. 369–390.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОРОГОВЫХ ПРОЦЕДУР В РАЗРЕЖЕННОЙ МОДЕЛИ СО СЛУЧАЙНЫМ ЧИСЛОМ ЗНАЧИМЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Мележников Евгений Игоревич¹, Шестаков Олег Владимирович²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: melezhen@gmail.com

² Кафедра математической статистики, e-mail: oshestakov@cs.msu.ru

Постановка задачи. Рассматривается модель наблюдений зашумлённого сигнала

$$X_i = \mu_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где случайные величины $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ независимы. Предполагается, что полезный сигнал имеет разреженную структуру

$$\mu_i = a_i z_i, \quad z_i \sim \text{Bernoulli}(p_N),$$

причём случайные величины z_i независимы между собой и от ε_i .

Число ненулевых компонент $N_0 = \sum_{i=1}^N z_i$ имеет биномиальное распределение и $\mathbb{E}N_0 = Np_N$. Асимптотическая разреженность описывается условием

$$Np_N = o(N^{1-\gamma}), \quad \gamma \in (0, 1), \quad N \rightarrow \infty. \quad (2)$$

Модель (1) при условии (2) задаёт модель со случайным числом значимых наблюдений.

Для восстановления сигнала используется непрерывная пороговая функция $\hat{\mu}_i = p(T, X_i)$, которая обнуляет наблюдаемые значения, абсолютная величина

которых меньше порогового значения T . Для анализа качества этой процедуры рассматривается среднеквадратичный риск

$$R(T) = \sum_{i=1}^N \mathbb{E}(\hat{\mu}_i - \mu_i)^2.$$

Оптимальный теоретический порог определяется как $T_{\min} = \arg \min_{T \in (0, T_U]} R(T)$,

где $T_U = \sigma\sqrt{2 \ln N}$ — универсальный порог.

Рассматриваемая модель предложена и исследована в работе [1].

Теорема 1. Пусть выполнено условие разреженности (2). Тогда существует константа $C > 0$ такая, что

$$R(T_{\min}) \leq CN^{1-\gamma} \ln N \quad (3)$$

при $N \rightarrow \infty$.

Оценка (3) показывает, что порядок оптимального риска с точностью до логарифмического множителя определяется скоростью роста математического ожидания числа значимых компонент.

Асимптотические свойства оценки риска. Для практической реализации используется несмещённая оценка риска $\hat{R}(T)$, построенная по методу Стейна (SURE) и адаптивный порог $T_S = \arg \min_{T \in (0, T_U]} \hat{R}(T)$.

Доказано, что при $1/2 < \gamma < 1$

$$\frac{\hat{R}(T_S) - R(T_{\min})}{\sigma^2 \sqrt{2N}} \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1), \quad N \rightarrow \infty,$$

а при любом $\gamma \in (0, 1)$

$$\frac{\hat{R}(T_S) - R(T_{\min})}{N} \rightarrow 0 \quad \text{п. н.}, \quad N \rightarrow \infty.$$

Полученные результаты развивают и уточняют известные асимптотические оценки для пороговых процедур [2,3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Melezhnikov E., Shestakov O. V., Stepanov E. Asymptotic Analysis of a Thresholding Method for Sparse Models with Application to Network Delay Detection // Mathematics. 2026. Vol. 14, No. 1. Art. 148.
- [2] Kudryavtsev A. A., Shestakov O. V. Properties of the SURE Estimates When Using Continuous Thresholding Functions for Wavelet Shrinkage // Mathematics. 2024. Vol. 12. Art. 3646.
- [3] Donoho D. L., Johnstone I. M. Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage // Biometrika. 1994. Vol. 81. P. 425–455.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОЦЕНОК КОЭФФИЦИЕНТА ДРИФТА УРАВНЕНИЯ ИТО

**Королев Виктор Юрьевич, Иванов Михаил Алоизович, Вакшин
Александр Сергеевич**

ВМК МГУ, кафедра Математической статистики, e-mail: vkorolev@cs.msu.ru, ivanovma1@my.msu.ru

Рассматривается задача прогнозирования временного ряда $X_1, \dots, X_N$, считающегося реализацией стохастического дифференциального уравнения Ито, коэффициенты которого зависят от времени t и от самих значений процесса $X(t)$:

$$dX(t) = a(t, X(t))dt + b(t, X(t))dW(t).$$

В работах [1, 2, 3] разработаны методы для оценивания коэффициентов дрефта $a(t, X(t))$ и диффузии $b(t, X(t))$ из данных. Эти методы учитывают зависимость коэффициентов от значений процесса, но не от времени. В докладе предложено обобщить эти методы в следующих направлениях.

Оценка зависимости коэффициентов от времени. Предлагается применить упомянутые методы в режиме скользящего окна. Пусть $T_i = (i - (n - 1), \dots, i)$ — множество индексов наблюдений, содержащихся в i -м скользящем окне ширины n наблюдений. Само скользящее окно обозначим $W_i = \{X_t : t \in T_i\}$. Разобьём отрезок $[\min W_i, \max W_i]$ на $J \geq 1$ соприкасающихся отрезков $\Delta_{i,1}, \dots, \Delta_{i,J}$.

Тогда оценка значения $a(i, X_i)$ на i -м окне есть выборочное среднее приращений наблюдений, попавших в тот же отрезок $\Delta_{i,j}$, что и наблюдение X_i :

$$\bar{a}(i, X_i) = \sum_{j=1}^J \frac{\sum_{t \in T_i} (X_{t+1} - X_t) I(X_t \in \Delta_{i,j})}{\sum_{t \in T_i} I(X_t \in \Delta_{i,j})} \times I(X_i \in \Delta_{i,j}). \quad (1)$$

Эту процедуру можно повторно применить к оценкам $\bar{a}(1, X_1), \dots$ и получить оценки «второго порядка» $\bar{\bar{a}}(1, X_1), \dots$.

Использование оценок $\bar{a}(i, X_i)$ и $\bar{\bar{a}}(i, X_i)$ для прогнозирования временного ряда X_t . Предлагается включать полученные оценки коэффициента дрефта (формула (1)) в модель авторегрессии вида:

$$X_t = b + \sum_{i=1}^{p_x} w_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{p_{a1}} \bar{w}_j \bar{a}(j, X_{t-j}) + \sum_{k=1}^{p_{a2}} \bar{\bar{w}}_k \bar{\bar{a}}(k, X_{t-k}) + \varepsilon_t.$$

На данных доходностей акций российских компаний показано, что добавление оценок коэффициентов дрефта (т.е. $p_{a1} \neq 0$ или $p_{a2} \neq 0$) способно повысить качество прогноза (в смысле метрик MSE, MAE и accuracy) на 1 шаг вперёд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Comparison of Statistical Approaches for Reconstructing Random Coefficients in the Problem of Stochastic Modeling of Air-Sea Heat Flux Increments / K. P. Belyaev, A. K. Gorshenin, V. Yu. Korolev, A. A. Osipova // Mathematics. 2024. Vol. 12. № 2. Art. 288.
- [2] Kuusela T., Shepherd T., Hietarinta J. Stochastic Model for Heart-Rate Fluctuations // Physical Review E. 2003. Vol. 67. № 6.
- [3] Siegert S., Friedrich R., Peinke J. Analysis of Datasets of Stochastic Systems // Physics Letters A. 1998. Vol. 243. № 5. P. 275–280.

О ОДНОЙ ХАРАКТЕРИЗАЦИИ МНОГОМЕРНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Хохлов Юрий Степанович¹, Торбин Николай Владимирович²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: yskhokhlov@yandex.ru

² Кафедра математической статистики, e-mail: orbin89@yandex.ru

Многомерное геометрическое распределение часто используется во многих прикладных задачах. Поэтому хотелось бы понять при каких условиях оно появляется. Обычно это делается с помощью той или иной задачи характеристики. В нашем докладе мы предлагаем характеристику многомерного геометрического распределения. Это распределение можно определить разными способами. Дадим описание одного из возможных вариантов. Пусть $\vec{i} = (i_1, \dots, i_d)$, где каждое i_k равно 0 или 1, I есть множество всех векторов такого типа. Говорят, что случайный вектор $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_d)$ имеет многомерное распределение Бернулли, если он принимает значения во множестве I , причем $P(\vec{\varepsilon} = \vec{i}) = p_i$. Многомерная схема Бернулли есть последовательность $(\vec{\varepsilon}_j, j \geq 1)$ н.о.р. случайных векторов с многомерным распределением. Случайный вектор $\vec{N} = (N_1, \dots, N_d)$ имеет по определению многомерное геометрическое распределение, если он определяется по правилу:

$$N_k = \inf(j \geq 1 : \varepsilon_{jk} = 1).$$

Основной результат нашего доклада выглядит следующим образом. Случайный вектор $\vec{N}$ имеет многомерное геометрическое распределение тогда и только тогда, когда справедливо следующее соотношение:

$$\vec{N} \stackrel{d}{=} \vec{1} + \vec{\varepsilon} \circ \vec{N},$$

где $\vec{1} = (1, \dots, 1)$, $\vec{\varepsilon}$ имеет многомерное распределение Бернулли, $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{N}$ — независимы, $\circ$ есть покоординатное умножение.

Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345

УТОЧНЕНИЕ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ДЛЯ СТАТИСТИК НА БАЗЕ ФИ-ДИВЕРГЕНЦИЙ В МУЛЬТИНОМИАЛЬНЫХ КРИТЕРИЯХ СОГЛАСИЯ

Ульянов Владимир Васильевич¹, Шеряев Антон Владимирович²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: vulyanov@cs.msu.ru

² Кафедра математической статистики, e-mail: sheriaev.anton@gmail.com

В работе исследованы асимптотические свойства статистик в критериях согласия в предположении, что простая нулевая гипотеза о мультиномиальности распределения выполнена. Также предполагается, что статистики строятся на базе фи-дивергенций, размер выборки n стремится к бесконечности, а число ячеек группировки k фиксировано. Известно, что в этом случае предельным распределением является распределение хи-квадрат, а согласно классической теории скорость сходимости функции распределения статистики критерия к предельной имеет порядок $O(n^{-1/2})$. Особенностью данной работы является использование подхода, при котором исходная задача сводится к известной проблеме в теории чисел – обобщенной задаче Гаусса о числе “целых” точек в расширяющемся выпуклом множестве с гладкой границей. Это позволяет уточнить порядок сходимости до вида $O(n^{-1+\alpha(k)})$, где $\alpha(k) > 0$ и $\alpha(k)$ убывает к 0 с ростом k . Тем самым результат, известный ранее лишь для семейства статистик со степенными мерами расхождения, обобщен на более широкий класс статистик, построенных на базе фи-дивергенций.

Основным результатом данной работы является следующая

Теорема. Пусть $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_k)^\top$ – случайный вектор с мультиномиальным распределением $M_k(n, \mathbf{p})$, где $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_k)^\top$, $p_j > 0$, $\sum_{j=1}^k p_j = 1$. Пусть выпуклая и неотрицательная на $\mathbb{R}_+$ функция ϕ удовлетворяет $\phi(1) = \phi'(1) = 0$, $\phi''(1) > 0$ и $\phi \in C^\infty(\mathbb{R}_+)$. Тогда для функции распределения статистики

$$T_\phi(\mathbf{Y}) = \frac{2n}{\phi''(1)} \cdot \sum_{j=1}^k p_j \phi\left(\frac{Y_j}{np_j}\right)$$

для всех $k \geq 4$ и для любого $c > 0$ справедлива оценка

$$\mathbb{P}\left(T_\phi\left(\frac{\mathbf{Y} - n\mathbf{p}}{\sqrt{n}}\right) < c\right) = \mathbb{P}(\chi_{k-1}^2 < c) + O\left(n^{-1+\alpha(k)}\right),$$

где

$$\alpha(k) = \begin{cases} \frac{6}{7k-3}, & 4 \leq k \leq 8, \\ \frac{5}{6k-4}, & k \geq 9. \end{cases}$$

Замечание. Отметим, что данный результат является обобщением теоремы 1 из работы [1], где рассмотрено семейство статистик со степенными мерами расхождения, на случай семейства статистик, построенных на базе фи-дивергенций. Новое семейство заметно шире и включает в себя, например, дивергенцию Кульбака-Лейблера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Asylbekov Zh. A. Convergence rate of multinomial goodness-of-fit statistics to chi-square distribution // Hiroshima Mathematical Journal. 2010. Vol. 40. № 1. P. 115–131.

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПЕРВОГО РОДА В ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФАХ С КОНКУРЕНЦИЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Кобзев Иван Сергеевич

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: kobzev.smc@yandex.ru

В современной теории сложных сетей экспоненциальные модели случайных графов (ERGM) являются одним из основных инструментов для анализа структур с выраженной кластеризацией. В данной работе исследуется класс ERGM, гамильтониан которых описывает конкуренцию между локальным притяжением вершин и нелокальным отталкиванием.

Рассматривается пространство простых неориентированных графов G на N вершинах. Вероятностная мера задается в виде:

$$\mathbb{P}_\beta(G) = \frac{1}{Z_N(\beta_1, \beta_2)} \exp(\beta_1 t(K_3, G) - \beta_2 t(P_3, G)), \quad (1)$$

где $t(F, G)$ — нормированная плотность гомоморфизмов графа F в G , K_3 — треугольник (отвечает за кластеризацию), P_3 — путь длины 3 (штраф за избыточную плотность), а $\beta_1, \beta_2 > 0$ — параметры взаимодействий.

Термодинамический предел при $N \rightarrow \infty$ исследуется с помощью графов [2] — симметричных измеримых функций $W: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$. Опираясь на принцип больших уклонений (LDP) Чаттерджи-Диакониса [1], поиск предельного макроскопического состояния сводится к вариационной задаче максимизации функционала:

$$\mathcal{F}(W) = \beta_1 t(K_3, W) - \beta_2 t(P_3, W) - I(W), \quad (2)$$

где $I(W)$ — энтропийный функционал.

Решение данной вариационной задачи на классе кусочно-постоянных графов (стохастических блочных моделей [3]) показало, что при критических значениях параметров β глобальный максимум $\mathcal{F}(W)$ испытывает скачкообразное изменение. Это строго доказывает существование фазового перехода

первого рода: система переходит из однородной фазы Эрдёша-Реньи в структурированную модульную фазу (рис. 1).

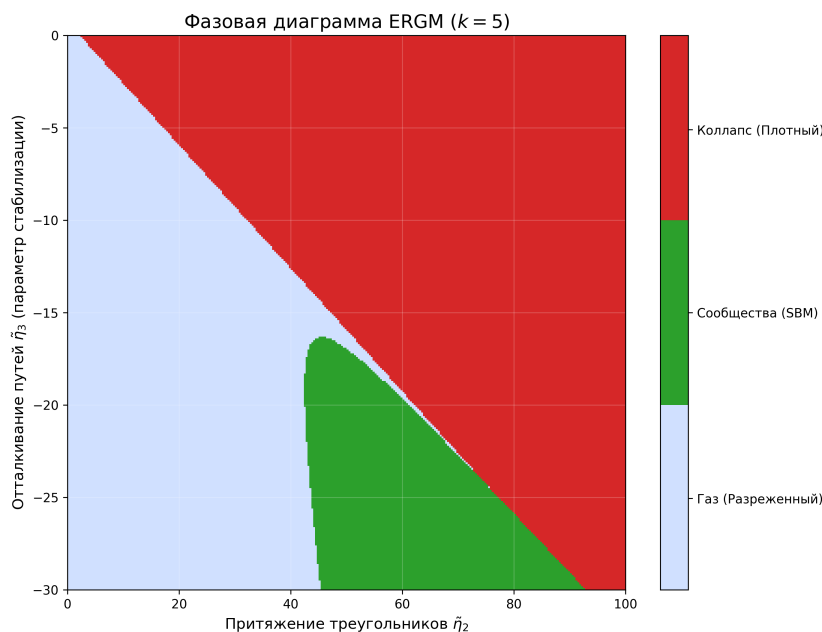


Рис. 1: Фазовая диаграмма ERGM, демонстрирующая области устойчивости различных структур.

Для обоснования локальной устойчивости метастабильных состояний при конечном N в работе развит контурный аргумент Пайерлса. Установлено, что в режиме константных параметров классический энергетический штраф за формирование макроскопического дефекта («контура») имеет порядок $O(N)$, что делает систему уязвимой к тепловым флуктуациям. Показано, что в силу сильной зависимости рёбер и отсутствия убывания корреляций в многофазном режиме, для строгой локализации фаз требуется выход за рамки плотных графов и введение N -зависимых параметров взаимодействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Chatterjee S., Diaconis P. Estimating and understanding exponential random graph models // The Annals of Statistics. 2013. Vol. 41. N 5. P. 2428–2461.
- [2] Borgs C., Chayes J., Lovász L. et al. Convergent sequences of dense graphs I: Subgraph frequencies, metric properties and testing // Advances in Mathematics. 2008. Vol. 219. N 6. P. 1801–1851.
- [3] Abbe E. Community detection and stochastic block models: recent developments // Journal of Machine Learning Research. 2017. Vol. 18. N 1. P. 6446–6531.

ФАКТОРНО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ БИОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Белов Андрей Григорьевич¹, Полиенко Александра Евгеньевна, Белова Оксана Андреевна²

¹ Лаборатория обратных задач кафедры математической физики, e-mail: belov@cs.msu.ru

² Федеральный научный центр исследований и разработки иммунобиологических препаратов им. М.П. Чумакова РАН (Институт полиомиелита), e-mail: polienko.ae@yandex.ru, mikasusha@bk.ru

В настоящее время остается актуальным вопрос уменьшения риска заражения людей и животных различными патогенами от иксодовых клещей (*Acari*, *Ixodidae*). Для его разрешения рассматривается эксперимент на реальных данных в оценке степени их активности, выраженной в высоте подъема h , в зависимости от многих факторов: вид (A) особи, ее состояние (B) (зараженность вирусом клещевого энцефалита (ВКЭ)), место обитания (C), температура окружающей среды (L) и времени суток (M).

Общий объем данных составляет 38472 измерений за 687 иксодовыми клещами 3 видов (*Ixodes ricinus*, *Ixodes persulcatus*, *Dermacentor reticulatus*) из 5 регионов РФ (Воронеж, Калуга, Карелия, Куршская коса, Тыва) с 3 уровнями состояния (незаражен, заражен ВКЭ, контрольный), повторно проводимых в фиксированные моменты времени 9.00, 12.00, 16.00, 20.00 при температурах $+4^{\circ}\text{C}$, $+5^{\circ}\text{C}$, ..., $+17^{\circ}\text{C}$.

Рассматривается задача определения степени влияния факторов A, B, C, L, M и/или их взаимозависимости на результаты наблюдений h .

На первом этапе решения задачи проведена проверка гипотез о равенстве групповых математических ожиданий методами дисперсионного анализа [1] на основе сформулированной многофакторной линейной модели поведения популяции биологических объектов, учитывающей особенности структуры исследуемых факторов и повторных наблюдений.

На втором этапе, на основе выявленных значимых факторов и/или их взаимодействий, влияющих на активность особей, проведены моделирование выявленных зависимостей и сравнительный анализ построенных регрессионных моделей.

Проведенный факторно-регрессионный статистический анализ реализован с помощью разработанного в R -среде программного кода. На основе полученных результатов сделаны многочисленные биологические выводы о зависимости активности иксодовых клещей от рассматриваемых факторов и/или их взаимодействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Белов А. Г., Полиенко А. Е., Белова О. А. Многофакторное моделирование и анализ повторных наблюдений за биологическими объектами // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислит. математика и киберн., 2021. № 2. С. 3–10.

КОМПОЗИЦИЯ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ВЕКТОРНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Го Фэнжуй

Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, соискатель, e-mail: guofengrui@lvk.cs.msu.ru

Введение. Управление перегрузкой в TCP-соединениях направлено на согласование интенсивности отправки пакетов с доступной пропускной способностью канала [1]. Недостаток традиционных реактивных алгоритмов управления перегрузкой состоит в том, что после возникновения перегрузки они резко сокращают размер окна перегрузки $Cwnd$, а его последующее восстановление происходит медленно [2]. В результате ёмкость канала недоиспользуется.

Постановка задачи. Цель работы состоит в том, чтобы обеспечить как можно более полное использование доступной потоку f пропускной способности канала, то есть добиться выполнения условия $B_f - \frac{Cwnd}{RTT} \approx 0$, где B_f — доступная потоку f пропускная способность канала. Для этого предлагается комбинировать метод, в котором управление $Cwnd$ строится как композиция базового реактивного алгоритма и прогноза, получаемого методом экспоненциальной векторной авторегрессии (EVAR) [3]. В качестве ограничения вводится безопасный порог RTT : если прогнозируемое значение RTT превышает этот порог, используется значение $Cwnd$, вычисленное базовым алгоритмом.

Метод. EVAR предназначен для прогнозирования параметров качества канала на основе машинного обучения. Его ключевая идея состоит в том, что исходный временной ряд сначала преобразуется в последовательность векторов квантилей, вычисляемых по взвешенной эмпирической функции распределения с экспоненциальными весами, а затем к этому многомерному ряду применяется модель VAR. В рассматриваемой работе EVAR используется для прогноза RTT , а прогноз пропускной способности для вычисления $Cwnd$ оценивается по историческому квантилю. В результате прогнозируемое значение окна перегрузки задаётся через произведение прогнозируемого RTT и оценки доступной пропускной способности.

Экспериментальные результаты. Проверка метода выполнялась на экспериментальном стенде ns-3. На рис. 1 показано, что для NewReno недоиспользованная пропускная способность изменялась в пределах от 0 до 3.1 Мбит/с,

тогда как для предлагаемого метода — от 0 до 2.2 Мбит/с. Следовательно, применение прогноза позволило уменьшить максимальную недоиспользованную пропускную способность на 0.9 Мбит/с по сравнению с NewReno.

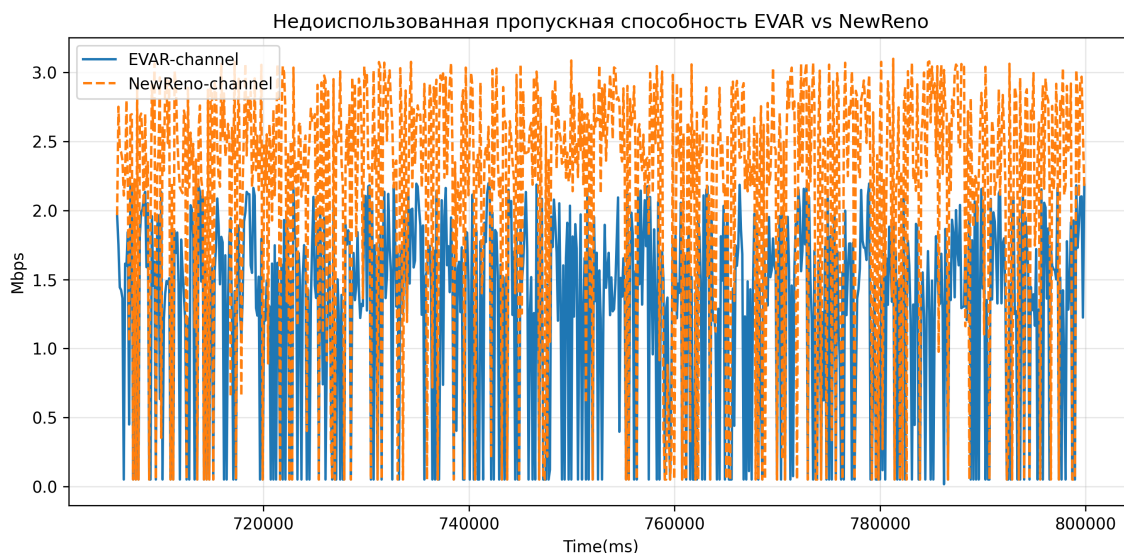


Рис. 1. Сравнение недоиспользованной пропускной способности для предложенного метода и алгоритма NewReno.

Заключение. Полученные результаты показывают, что композиция реактивного управления перегрузкой с прогнозом на основе EVAR позволяет сократить недоиспользование доступной пропускной способности канала и ускорить восстановление $Cwnd$ после перегрузки. По сравнению с NewReno предлагаемый метод обеспечивает более близкий к максимально допустимой нагрузке режим работы канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Allman M., Paxson V., Blanton E. TCP Congestion Control. RFC 5681. Internet Engineering Task Force, 2009.
- [2] Floyd S., Henderson T. The NewReno Modification to TCP's Fast Recovery Algorithm. RFC 6582. Internet Engineering Task Force, 2012.
- [3] Го Фэнжуй, Королёв В. Ю., Смелянский Р. Л. О прогнозировании качества наложенного канала // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2025. № 4. С. 17–25.

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ПРОГРАММИРУЕМЫХ АРХИТЕКТУР КОНТУРОВ ДАННЫХ СЕТЕВЫХ УСТРОЙСТВ

Волчанинов Алексей Павлович¹, Волканов Дмитрий Юрьевич²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: mr.volchaninov@yandex.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

Современные сетевые устройства - коммутаторы и маршрутизаторы обрабатывают трафик со скоростью до 102.4 Тбит/с [1], в зависимости от размеров сетевых кадров это соответствует $8 * 10^9 - 2 * 10^{11}$ пакетам в секунду. Частью сетевого устройства, отвечающего за обработку сетевых пакетов является контур данных. В наиболее производительных устройствах он реализуется на основе специализированной микросхемы. До появления в 2008 году протокола OpenFlow [2], который положил начало распространению технологии программно-конфигурируемых сетей (ПКС), протоколы и прочие функциональности, поддерживаемые контуром данных фиксировались на этапе разработки микросхемы. Ключевой мотивацией внедрения технологии ПКС стала борьба с трудностями внедрения новых протоколов и их версий – ранее для этого требовалось разработать новую микросхему. Одной из первых аппаратных коммерческих реализаций идей ПКС стали коммутаторы компании Barefoot серии Tofino [3]. Ключевой особенностью является полная программируемость контура данных - микросхема представлена в виде множества одинаковых специализированных для обработки сетевого трафика конвейеров, но набор протоколов и иных программных решений, реализуемых на коммутаторе - фиксируется на этапе компиляции программы, а не на этапе разработки микросхемы. Из-за высоких требований к производительности, объемы памяти, числа поддерживаемых типов данных и операций над ними - ограничены.

Возникновение программируемых контуров данных послужило импульсом для множества исследований в сфере дальнейшего повышения потенциала контуров данных. Ряд работ [4,5,6] посвящен внедрению возможностей реализации stateful-приложений, таких как Firewall, NAT, с использованием контуров данных. Другим направлением работ является внесение функциональностей, связанных с поддержкой инференса моделей ИИ непосредственно в контуре данных [7,8,9]. Также выделяются работы, стремящиеся расширить множество поддерживаемых типов данных и операций над ними [10, 11]. На основе проведенного обзора работ, в том числе упомянутых выше, авторы предлагают рассмотреть для исследования архитектуру, совмещающую достижения, полученные в различных направлениях развития архитектур программируемых контуров данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Broadcom. Broadcom Ships Tomahawk 6: World's First 102.4 Tbps Switch // URL: <https://investors.broadcom.com/node/63146/pdf> (Доступ - 07.03.2026).
- [2] Open networking foundation. OpenFlow Switch Specification // URL: <https://opennetworking.org/wp-content/uploads/2014/10/openflow-spec-v1.3.0.pdf> (Доступ - 07.03.2026).
- [3] P. Bosshart [и др.]. Forwarding metamorphosis: Fast programmable match-action processing in hardware for SDN // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. — 2013. — Т. 43, № 4. — С. 99—110.
- [4] X. Zhang [и др.]. A survey on stateful data plane in software defined networks // Computer Networks. — 2020. — Т. 184.
- [5] G. Bianchi [и др.]. Open Packet Processor: a programmable architecture for wire speed platform-independent stateful in-network processing // URL: <https://arxiv.org/abs/1605.01977> (Доступ - 07.03.2026).
- [6] S. Pontarelli [и др.]. FlowBlaze: Stateful packet processing in hardware // 16th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 19). — 2019. — С. 531—548.
- [7] C. Zheng [и др.]. In-Network Machine Learning Using Programmable Network Devices: A Survey // IEEE Communications Surveys and Tutorials. — 2024. — Т. 26, № 2. — С. 1171—1200.
- [8] Changgang Zheng [и др.]. Automating In-Network Machine Learning. // URL: <https://arxiv.org/pdf/2205.08824> (Доступ - 07.03.2026).
- [9] Tushar Swamy [и др.]. Taurus: A Data Plane Architecture for Per-Packet ML // URL: <https://arxiv.org/pdf/2002.08987> (Доступ - 07.03.2026).
- [10] Jing L. [и др.]. Design and implementation of programmable data plane supporting multiple data types // Electronics. — 2021. — Т. 10, № 21. — С. 2639.
- [11] A. Sivaraman [и др.]. Packet Transactions: High-Level Programming for Line-Rate Switches // URL: <https://archive.org/details/arxiv-1512.05023> (Доступ - 07.03.2026).

ОРГАНИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АГЕНТОВ В МУЛЬТИАГЕНТНОМ МЕТОДЕ БАЛАНСИРОВКИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

Алексеев Григорий Сергеевич, Степанов Евгений Павлович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: aleksgr107@gmail.com,
estepanov@lvk.cs.msu.ru

В докладе рассматривается задача управления трафиком в сетях передачи и обработки данных. Требуется распределить множество транспортных пото-

ков между возможными маршрутами таким образом, чтобы минимизировать максимальную нагрузку каналов (*MLU, Maximum Link Utilization*).

Существует множество централизованных методов решения задачи [1, 2], позволяющих быстро вычислять решение, близкое к оптимальному, однако недостаток таких методов заключается в медленной реакции на изменения в сети в связи с задержкой на сбор и распространение информации. Другим подходом является децентрализованное управление трафиком [3, 4], но существующие методы этого типа либо действуют неэффективно вследствие наличия у узла только локальной информации, либо действуют в дополнительных предположениях, таких как наличие дополнительной информации или неизменность топологии.

Рассматривается децентрализованное управление трафиком, *дополненное коммуникацией*. В таком подходе агенты мультиагентного обучения с подкреплением (MARL), работающие на узлах сети, перед принятием решения могут обмениваться информацией (а именно - текущей нагрузкой каналов) с соседствующими агентами. Существующие методы этого класса [5, 6] использовали неэффективные механизмы коммуникации и принятия решений, и в данной работе предлагается ряд улучшений.

Было разработано несколько схем взаимодействия агентов. В этих схемах каждая итерация обмена осуществляется в два этапа - обработка локальной информации, и обработка внешней информации. Это позволяет экономить на внешних обменах в случае, если локальной информации достаточно для принятия решения. Представленные схемы различаются между собой учитываемой при принятии решения информацией, и порядком обработки этой информации.

Было проведено экспериментальное исследование предложенных схем. Разработанные методы коммуникации позволяют агентам действовать более эффективно и слаженно, достигая распределения трафика, близкого к оптимальному, всего за несколько действий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] DOTE: Rethinking (predictive) WAN traffic engineering / Perry Y., Frujeri F. V., Hoch C., Kandula S., Menache I., Schapira M., Tamar A. // Proceedings of the 20th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation. NSDI, 2023. pp. 1557–1581.
- [2] SaTE: Low-Latency Traffic Engineering for Satellite Networks / Wu H., Han Y., Rajpal M., Zhang Q., Wang J. // Proceedings of the ACM SIGCOMM 2025 Conference (SIGCOMM '25). ACM, 2025. pp. 896–916.
- [3] RedTE: Mitigating Subsecond Traffic Bursts with Real-time and Distributed Traffic Engineering / Gui F., Wang S., Li D., et al. // Proceedings of the ACM SIGCOMM 2024 Conference (ACM SIGCOMM '24). ACM, 2024, pp. 71-85.

- [4] Walking the tightrope: responsive yet stable traffic engineering / Kandula S., Katabi D., Davie B., Charny A. // Proceedings of the 2005 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications (SIGCOMM '05). ACM, 2005, pp. 253-264.
- [5] MAGNNETO: A Graph Neural Network-Based Multi-Agent System for Traffic Engineering / Bernárdez G., Suárez-Varela J., López A., et al. // IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking. IEEE, 2023. pp. 494-506
- [6] Multi-Agent Reinforcement Learning with Two-Layer Control Plane for Traffic Engineering / Stepanov E., Smeliansky R., Garkavy I. // Mathematics 13, 19, 2025.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МУЛЬТИАГЕНТНОГО МЕТОДА БАЛАНСИРОВКИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ АЛГОРИТМА ПОИСКА МНОЖЕСТВА МАРШРУТОВ

Чистобаев Андрей Андреевич¹, Степанов Евгений Павлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: chistobaevandrey123@gmail.com

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

Для балансировки потоков по нескольким маршрутам кафедрой АСВК был предложен распределенный метод Multi-Agent Routing using Hashing (MAROH) [1] [2], основанный на мультиагентном обучении с подкреплением. Целью метода балансировки является поиск такого отображения потоков на маршруты, чтобы нагрузка каналов была наиболее равномерной, то есть минимизация функции Φ :

$$\Phi = \frac{1}{|E|} \sum_{(u,v) \in E} \left(\frac{b_{u,v}}{c_{u,v}} - \mu' \right)^2, \quad (1)$$

где $|E|$ - количество каналов, μ' - средняя загрузка каналов, $c_{u,v}$ - пропускная способность канала $(u, v) \in E$, $b_{u,v}$ - занятая полоса пропускания.

Так как решение о маршрутизации принимается каждым узлом отдельно, используются специальные алгоритмы для поиска множества маршрутов без циклов, их влияние на равномерность нагрузки трудно определить заранее.

Работа посвящена исследованию равномерности нагрузки каналов при использовании MAROH в зависимости от алгоритма поиска множества маршрутов между парой вершин без циклов. Для моделирования сетей современного масштаба с запуском множества нейросетевых агентов решено использовать систему распределенного моделирования Network Prototype Simulator (NPS) [3],

разработанную на кафедре АСВК и предназначенную для моделирования сетей из сотни тысяч устройств.

В результате обзора существующих алгоритмов поиска множества маршрутов для исследования были выбраны оригинальный алгоритм, используемый в MARON [1], Near-Optimum Multipath [4] и алгоритм Суурбалле [5]. Критериями обзора являлись применимость к задаче в текущей постановке (учет ориентированности графа, наличия кратных ребер, полное исключение циклов) и асимптотическая сложность. В ходе работы был реализован экспериментальный стенд на базе NPS, включающий скрипт для разворачивания топологии и сервер для сбора статистики каналов и прокладывания маршрутов. Было проведено экспериментальное сравнение эффективности выбранных алгоритмов на основе данных [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] On fair traffic allocation and efficient utilization of network resources based on MARL / E.P. Stepanov, R.L. Smeliansky, A.V. Plakunov et al. // Computer Networks. — 2024. — Vol. 250. — P. 110540.
- [2] Stepanov, Evgeniy. Multi-Agent Reinforcement Learning with Two-Layer Control Plane for Traffic Engineering / Evgeniy Stepanov, Ruslan Smeliansky, Ivan Garkavy // Mathematics. — 2025. — Vol. 13, no. 19.
- [3] А., Антоненко В. Разработка и исследование модели функционирования глобальной сети для анализа динамики распространения вредоносного программного обеспечения: Кандидатская диссертация / Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. — Москва, 2014.
- [4] A "Near-Optimum" Multiple Path Routing Algorithm for Space-Based SDI Networks / J. Bibb Cain, Stanley L. Adams, Michael D. Noakes et al. // MILCOM 1987 - IEEE Military Communications Conference - Crisis Communications: The Promise and Reality. — Vol. 2. — 1987. — Pp. 0578–0584.
- [5] Suurballe, J. W. Disjoint paths in a network / J. W. Suurballe // Networks. — 1974. — Vol. 4. — Pp. 125–145.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕНИ ИСПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЯМИ СЕТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ

Лысенко Данил Русланович¹, Писковский Виктор Олегович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: dlysenko@asvk.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: vpiskovski@asvk.cs.msu.ru

Введение. Рост масштабов высокопроизводительных вычислений требует не только повышения производительности систем, но и эффективного управления ресурсами. Прогнозирование времени выполнения вычислительных заданий позволяет оптимизировать планирование и снижать простои в гетерогенных средах. Данная проблема исследовалась в статье [1].

Постановка задачи. $\mathcal{P}$ — множество выполненных заданий в системе управления заданиями (СУЗ). Для нового задания p_{new} известен вектор признаков $\mathbf{x}_{new} \in \mathbb{R}^d$ (запрашиваемые ресурсы, метаданные пользователя, параметры очереди). Целевая переменная — фактическое время выполнения $\tau_i = t_i^{\text{End}} - t_i^{\text{Start}}$, где: $\tau_i \in \mathcal{P}$.

Требуется построить регрессионную модель $f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^+$, для прогноза времени выполнения задачи: $\hat{\tau} = f(\mathbf{x}_{new}; \theta, W_{train})$, где: θ — параметры модели; W_{train} — обучающая выборка данных.

В качестве метрики для оценивания на тестовой выборке W_{test} используется $sMAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\tau_i - \hat{\tau}_i|}{(|\tau_i| + |\hat{\tau}_i|)/2}$ ввиду ассиметричного распределения и наличия выбросов.

Решение. Исследован набор данных СУЗ SLURM суперкомпьютера NREL Eagle [2]. Выявлена высокая кардинальность категориальных признаков (name, work_dir, submit_line, user). Кодирование One-Hot или Ordinal Encoding неприменимы из-за роста размерности и потери семантической информации. Количественные признаки, наоборот, являются малоинформативными: большая часть задач считается на 1 узле, 1 процессоре, без видеокарты и на автоматическом выделении памяти.

Применён подход, аналогичный подходу из статьи [3]: конкатенация признаков в текстовую строку с последующим кодированием через предобученную модель Sentence-BERT в 384-мерный вектор. Для регрессии использован метод k-ближайших соседей (KNN). Эксперименты выполнены с использованием стратегии скользящего окна, имитирующую реальный сценарий: обучение на исторических данных, тестирование на последующем окне заданий. Сравнены два подхода: классический (масштабирование + One-Hot/Ordinal encoding) и SBERT.

Таблица 1: Результаты экспериментов

Подход	Модель	sMAPE
Classic	KNN	90-97%
Classic	XGBoost	93-100%
SBERT	KNN	25-40%

Выводы. SBERT+KNN показал лучшее качество по метрикам 1, подтверждая гипотезу о преимуществе семантического кодирования текстовых признаков. Основной недостаток — высокие вычислительные затраты на генерацию эмбедингов. Перспективные направления: дообучение SBERT на доменных данных, снижение размерности эмбедингов, гибридные архитектуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Grusho A. A. et al. Predicting the network service quality via the log of hardware usage //Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2025. – Т. 64. – №. 3. – С. 452-459.
- [2] Duplyakin, D., & Menear, K. (2023). *NREL Eagle supercomputer jobs*. [Data set]. Open Energy Data Initiative (OEDI). National Renewable Energy Laboratory. <https://data.openei.org/submissions/5860>
- [3] Antici F. et al. UoPC: A User-Based Online Framework to Predict Job Power Consumption in HPC Systems //ISC High Performance 2025 Research Paper Proceedings (40th International Conference). – Prometheus GmbH, 2025. – С. 1-12.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЯМИ СЕТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ

Съедин Никита Константинович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: syedin.n.k@asvk.cs.msu.ru, vpiskovski@asvk.cs.msu.ru

С ростом числа задач, поступающих в суперкомпьютерные центры, проблема оптимального использования оборудования становится все более актуальной. Планировщик позволяет использовать ресурсы эффективнее, однако его работе мешает склонность пользователей завышать запрашиваемое время вычислений. Применение методов прогнозирования времени, необходимого для выполнения таких задач, позволяет уточнить расписание вычислений и, как следствие, снизить издержки. В этой работе исследуется применимость методов глубокого обучения для предсказания времени выполнения задач в гетерогенной вычислительной среде.

Наборы данных представлены обезличенными журналами логов SLURM [1], в т. ч. инфраструктуры совместного исследовательского центра «Высокопроизводительные вычисления и большие данные» (ЦКП «Информатика») ФИЦ КНЦ РАН (Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской академии наук, Москва) [2].

Обзор литературы показал, что усложнение архитектуры нейросети не всегда влечет улучшение результатов. Так, в исследовании [3] представлен набор данных, на котором Long Short–Term Memory (LSTM) и Transformer продемонстрировали одинаковую точность прогноза. Таким образом, теоретически обоснованный выбор метода затруднён, что требует эмпирической проверки перспективных подходов на исследуемых данных. Полученные результаты (Табл. 1) демонстрируют точность моделей на наборе данных ФИЦ РАН после минимальной предобработки. Сравнение показывает преимущества моделей глубокого обучения при работе в рамках текущей проблематики.

Табл. 1. Сравнение методов прогнозирования по метрике MAPE (%)

Метод	MAPE
Random Forest	25.0%
Multivariate LSTM	21.2%
MLP (из работы [4])	19.4%

Использованные методы глубокого обучения обладают потенциалом для дальнейшего совершенствования результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Slurm Workload Manager [Электронный ресурс] / SchedMD LLC. 2025. URL : <https://slurm.schedmd.com>. (дата обращения: 11.03.2026).
- [2] Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской Академии Наук URL : <https://www.frccsc.ru> (дата обращения: 11.03.2026).
- [3] Chen F. Job runtime prediction of HPC cluster based on PC-Transformer // The Journal of Supercomputing. 2023. Т. 79, № 17. С. 20208–20234.
- [4] Могиленец В. М. Применение моделей машинного обучения для прогноза временных характеристик исполнения программы на супервычислителях в реальном времени // Сборник тезисов лучших выпускных квалификационных работ факультета ВМК МГУ 2025 года. М. : 2025. С. 129-130.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТАБЛИЧНЫХ ДАННЫХ БОЛЬШОГО ОБЪЁМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНСАМБЛЕЙ ГЕТЕРОГЕННЫХ КЛАССИФИКАТОРОВ И ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЯВНО ЗАДАНЫХ СЕМАНТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Могиленец Виктор Максимович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: mogilenetc.v.m@asvk.cs.msu.ru,
vpiskovski@asvk.cs.msu.ru

Современные системы машинного обучения, несмотря на высокую точность, часто функционируют как «чёрные ящики», что существенно ограничивает их применение в ответственных областях, таких как медицинская диагностика, финансовый скоринг и промышленная дефектоскопия. Традиционные методы пост-хоc объяснимости не всегда позволяют полностью раскрыть логику принятия решений моделью после завершения обучения, а также не дают возможности эксперту вмешаться в процесс предсказания для коррекции очевидных ошибок. В связи с этим возрастает интерес к методам обучения на концептах (МОК), которые обеспечивают встроенную интерпретируемость за счёт использования явно заданных семантических понятий вместо скрытых представлений нейронных сетей [1]. Использование МОК позволяет перейти от абстрактных весов признаков к понятным человеку сущностям, например, «высокий риск дефолта» или «активная фаза деградации компонента», что реализует принцип human—in—the-loop [2].

Несмотря на очевидные преимущества, количество работ, посвящённых адаптации МОК для табличных данных, остаётся относительно небольшим по сравнению с задачами компьютерного зрения. Это обусловлено фундаментальными различиями в природе данных: в изображениях концепты часто имеют естественную семантическую привязку, такую как форма, цвет или текстура, тогда как в табличных данные признаки часто представляют собой разнородные числовые или категориальные величины без явной семантики высокого уровня [3]. Кроме того, табличные данные характеризуются высокой взаимной корреляцией признаков и мультиколлинеарностью, что затрудняет выделение независимых концептов без потери информативности [4]. Существующие подходы, такие как TabCBM, предлагают формализовать концепты как параметрические функции от подмножеств признаков, однако задача автоматического выделения таких понятий и их согласования с экспертной областью знаний остаётся открытой [5]. Большинство существующих решений требуют полной аннотации концептов экспертом.

В рамках данной работы решается задача регрессии, где в качестве целевой переменной принято время выполнения задачи на супервычислителе. В рамках задачи дано: $\vec{x} \in R^n$ — вектор признаков для задачи, где n — размерность признакового пространства, $y \in R$ — значение целевой функции. Необходимо найти $F(\vec{x}) = \arg \min_F (||F(\vec{x}) - y||)$, $\vec{x} \in X$, где F — прогностическая модель для целевой функции, построенная путем комбинации гетерогенного ансамбля классификаторов и регрессионной модели, построенной на основе архитектуры TabCBM.

В рамках поставленной задачи предлагается гибридное решение, объединяющее архитектуру TabCBM с методом построения гетерогенного ансамбля классификаторов HBoost для классификации табличных данных. Предполагаемая архитектура решения включает построение расширенного признакового пространства, куда входят исходные признаки, эмбединги путей к исполняемым файлам и результат классификации, построенный бустингом, что позволяет обогатить представление данных для последующей обработки нейронной сетью. Прогноз целевой переменной осуществляется с помощью модели, построенной на основе архитектуры TabCBM, где кодировщик концептов и генератор вектора концептов реализованы в виде многослойных перцептронов из трёх слоев. Для предотвращения переобучения в кодировщике используется L1L2 регуляризация без drop-out слоев, а в генераторе концептов применяются drop-out слои в сочетании с регуляризацией. Для обеспечения высокой точности классификации формируется пул из разнородных алгоритмов, включая наивный байесовский классификатор, дерево решений, метод k ближайших соседей и метод опорных векторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Koh P.,W., Nguyen T., Tang Y.,S., Mussmann S., Pierson E., Kim B., Liang P. Concept Bottleneck Models // International Conference on Machine Learning (ICML). PMLR, 2020. P. 5338–5348.
- [2] Forest F., Rombach K., Fink O. Interpretable Prognostics with Concept Bottleneck Models // Information Fusion. 2025. Vol. 124. 103427.
- [3] Уткин Л.,В., Константинов А.,В., Вербова Н.,М., Заборовский В.,С., Орлов И.,Н. Обучение на концептах для классификации табличных данных с использованием модели внимания // Математические методы в технологиях и технике. 2025. № 1. С. 7–12.
- [4] Pendyala V., Choi J. Concept-Based Explanations for Tabular Data // arXiv preprint arXiv:2209.05690. 2022.
- [5] Zarlenga M.,E., Shams Z., Nelson M.,E., Kim B., Jamnik M. TabCBM: Concept-based Interpretable Neural Networks for Tabular Data // Transactions on Machine Learning Research. 2023.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ СЕТЕВЫХ ФУНКЦИЙ В ТУМАННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ

Иванов Павел Игоревич, Антоненко Виталий Александрович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: ivanov.p.i@asvk.cs.msu.ru,
anvial@asvk.cs.msu.ru

Развитие интернета вещей и сервисов реального времени требует минимизации задержек, что делает централизованные облачные вычисления недостаточно эффективными [1]. Парадигма туманных вычислений решает эту проблему, перенося ресурсы на периферию сети [2]. В этой среде критически важной становится задача размещения сетевых функций. Для решения этой задачи были выделены два ключевых параметра, которые будут учитываться при решении задачи: соотношение между требующимися ресурсами для корректного функционирования сетевых функций и имеющимися ресурсами на узлах, значение максимальной задержки среди всех цепочек сетевых функций (целевая функция). Сложность задачи обусловлена гетерогенностью узлов, динамическим трафиком и NP-трудностью математической модели, что исключает эффективное использование классических методов оптимизации в реальном времени.

Традиционные эвристические алгоритмы позволяют решать поставленную задачу, но часто не обладают достаточной гибкостью и требуют модификаций при смене инфраструктуры. Применение обучения с подкреплением позволяет создать адаптивного агента, способного обучаться оптимальному размещению VNF на основе опыта.

Для применения обучения с подкреплением необходимо сформулировать формальную постановку задачи, включающую в себя понятия: состояния, действия, функция переходов, награда. На основе обзора методов обучения с подкреплением, применяемых для решения схожих задач, был выбран алгоритм Proximal Policy Optimization (PPO) [3]. А точнее его модификация Maskable PPO [4], позволяющая ограничивать пространство действий в зависимости от текущего состояния. В ходе исследования и модификации методов проводилось их сравнение с жадным алгоритмом на реальных данных, полученных с помощью датасетов [5], [6].

Алгоритм	Задержка	Относ.	Время работы
Жадный алгоритм	0.0038	1х	55мс
Maskable PPO	0.0127	3.34х	4.57с
Пред. обучение + Maskable PPO	0.0033	0.86х	4.54с

Таблица 2: Результаты работы алгоритмов (меньше=лучше)

Из-за характера поставленной задачи приходится работать с разреженной функцией награды, что значительно увеличивает требуемое время обучения и ухудшает конечный результат. Для преодоления этой проблемы используется предварительное обучение с учителем модели, и только затем применяется последующее обучение с подкреплением. Такой подход позволяет получить алгоритм находящий более эффективные решения (с меньшим значением целевой функции), чем жадный алгоритм, имея при этом линейное время работы (Табл. 2).

Применения обучения с подкреплением в данной области имеет потенциал для дальнейшего совершенствования результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Cisco, U., 2020. Cisco annual internet report (2018–2023) white paper. Cisco: San Jose, CA, USA, 10(1), pp.1-35.
- [2] Bonomi, F., Milito, R., Zhu, J. and Addepalli, S., 2012, August. Fog computing and its role in the internet of things. In Proceedings of the first edition of the MCC workshop on Mobile cloud computing (pp. 13-16).
- [3] Schulman, J., Wolski, F., Dhariwal, P., Radford, A. and Klimov, O., 2017. Proximal policy optimization algorithms. arXiv preprint arXiv:1707.06347.
- [4] Huang, S. and Ontañón, S., 2020. A closer look at invalid action masking in policy gradient algorithms. arXiv preprint arXiv:2006.14171.
- [5] Lai, P., He, Q., Abdelrazek, M., Chen, F., Hosking, J., Grundy, J. and Yang, Y., 2018, November. Optimal edge user allocation in edge computing with variable sized vector bin packing. In International Conference on Service-Oriented Computing (pp. 230-245). Cham: Springer International Publishing.
- [6] Li, Y., Zhou, A., Ma, X. and Wang, S., 2021. Profit-aware edge server placement. IEEE Internet of Things Journal, 9(1), pp.55-67.

НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ ОБУЧЕНИЯ МНОГОАГЕНТНОГО ПЛАНИРОВЩИКА ДЛЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Теслюк Никита Сергеевич, Балашов Василий Викторович

Кафедра АСВК, e-mail: nikita.teslyk@yandex.ru, hbd@cs.msu.ru

Вычислительная сеть (ВС) состоит из локальных вычислительных мощностей (узлов), объединенных высокоскоростной сетью передачи данных. Для эффективного выполнения в ВС вычислений по запросу необходимо решать задачу динамического планирования, учитывая текущую загрузку ресурсов ВС. В статье [1] сформулирована задача динамического планирования в ВС и предложен подход к ее решению на основе многоагентного машинного обучения с подкреплением (ММОП). В рамках этого подхода сеть делится на домены, в каждом из которых работает агент. Для поступившей в ВС работы, каждый доменный агент предлагает узел-исполнитель из своего домена. Окончательный выбор узла для выполнения работы осуществляется центральным агентом.

Эксперименты с предложенным в [1] подходом показали, что на ВС с 16 и более узлами при средней загрузке узла менее 95% сходимость процесса обучения оставляет желать лучшего, а качество получаемого расписания зачастую уступает результату наивного жадного алгоритма. Возможной причиной слабых результатов ММОП-подхода является использование фиксированных значений гиперпараметров, таких как ϵ , задающий в ϵ -жадной стратегии соотношение между случайным выбором новых действий и применением известных выгодных действий.

В докладе представлены результаты экспериментов по настройке гиперпараметров ММОП на ВС с модельными и реалистичными топологиями и рабочей нагрузкой, создающей разную среднюю загрузку узлов ВС. Для автоматической оптимизации гиперпараметров использован инструмент Optuna [2]. По результатам экспериментов можно сделать вывод, что для различных входных данных (сетевых топологий и уровней загрузки узлов) подходят разные значения гиперпараметров, позволяющие заметно улучшить результаты из [1] по скорости сходимости обучения и качеству расписания. При этом возможна группировка наборов входных данных, так что в пределах одной группы может использовать общий набор гиперпараметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Machine learning-based task allocation in computational networks / V. Balashov, A. Plakunov, R. Smeliansky, E. Stepanov // Proc. International Science and Technology Conference Modern Networking Technologies (MoNeTeC'2024). IEEE Moscow: 2024. 10 p.
- [2] Optuna – A hyperparameter optimization framework. [Электронный ресурс]. URL: <https://optuna.org/> (дата обращения: 6.03.2026).

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МНОГОАГЕНТНОГО ПЛАНИРОВЩИКА ДЛЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Мозжухин Александр Васильевич, Балашов Василий Викторович

Кафедра АСВК, e-mail: mozhuhin71@gmail.com, hbd@cs.msu.ru

Для выполнения вычислений по запросу, например от устройств Интернета вещей, локальные вычислительные мощности (узлы) объединяются в вычислительную сеть (ВС) посредством высокоскоростной сети передачи данных. Поскольку запросы на вычисления (работы) поступают в непредсказуемые моменты времени, для эффективной их обработки необходимо решать задачу динамического планирования вычислений, учитывая текущую загрузку ресурсов ВС. В статье [1] такая задача сформулирована, и для ее решения предложен подход на основе многоагентного машинного обучения с подкреплением. Каждый агент в этом подходе отвечает за планирование в некотором подмножестве узлов сети (домене), а выбор домена для поступившей работы выполняется центральным агентом.

Проведенные в [1] эксперименты показали, что обучение нейросетей в составе агентов на сравнительно небольших (20–45 узлов) ВС с нагрузкой из нескольких сотен работ занимает порядка 10 часов процессорного времени на современном сервере. Такая длительность связана с большим количеством эпизодов обучения, в каждом из которых выполняется моделирование работы ВС. При настройке значений гиперпараметров [2], таких сеансов обучения потребуется до нескольких сотен (в зависимости от количества и шага изменения гиперпараметров), что приводит к неприемлемой длительности настройки. Необходима оптимизация производительности процесса обучения.

В докладе описаны использованные авторами подходы к профилированию затрат процессорного времени и оптимизации производительности процесса обучения. Использовались профилировщики и визуализаторы профиля: NSight, TensorBoard, gprof, snakeviz. В связи с небольшой размерностью нейросети [1], перенос части вычислений на графический процессор не дал существенного прироста производительности. Наиболее результативными оптимизациями производительности стали: отказ от "глубокого" копирования структур данных в пользу "поверхностного" копирования, а также параллельное выполнение нескольких (по числу процессорных ядер) моделей ВС с целью ускорения сбора данных для обучения.

Выполненные оптимизации производительности позволили проводить настройку гиперпараметров за приемлемое время (несколько суток).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Machine learning-based task allocation in computational networks / V. Balashov, A. Plakunov, R. Smeliansky, E. Stepanov // Proc. International Science and Technology Conference Modern Networking Technologies (MoNeTeC'2024). IEEE Moscow: 2024. 10 p.
- [2] Optuna – A hyperparameter optimization framework. [Электронный ресурс]. URL: <https://optuna.org/> (дата обращения: 6.03.2026).

О МЕТОДЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЯХ

Пашков Василий Николаевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@cs.msu.ru

В программно-конфигурируемых сетях (ПКС, SDN) в отличие от сетей с традиционной архитектурой контур управления и контур передачи данных физически разделены [1]. В контур управления входят контроллер с набором приложений, которые осуществляют постоянный мониторинг состояния сети, логически централизованное программное управление конфигурациями сетевых устройств (коммутаторов) и управление потоками данных в сети. Одновременно с этим контроллер является единой точкой отказа в сети. Сбои сервера, перебои с питанием, программные ошибки контроллера и его приложений, уязвимости в системе безопасности или несанкционированный доступ к контроллеру могут привести к отказу ПКС контроллера и недоступности контроллера для коммутаторов сети. Это может стать причиной частичной или полной потери управления сетью, отказу сети и недоступности сетевых сервисов для конечных пользователей.

Одним из основных способов обеспечения отказоустойчивости управления в ПКС сети является организация физически распределенного контура управления из множества взаимодействующих друг с другом контроллеров и резервирование ресурсов в контуре управления [2]. Таким образом, актуальной является задача организации и выбора отказоустойчивой конфигурации распределенного контура управления для дальнейшего практического внедрения технологий ПКС в реальных сетях.

В работе приводится архитектура, принципы организации и метод выбора конфигурации отказоустойчивого распределенного контура управления на основе резервирования контроллеров, резервирования активных управляющих соединений между коммутаторами и контроллерами, резервирования вычислительных ресурсов контроллеров и алгоритмов обнаружения угроз и восстановления управления сетью.

Метод выбора конфигурации распределенного контура управления включает в себя следующие аспекты: выбор размещения контроллеров в узлах ПКС сети [3], определение оптимального количества контроллеров для сети, выбор основного и резервных контроллеров для каждого коммутатора сети. Данная задача является NP-трудной. В качестве основного критерия оптимизации размещения контроллеров и организации управления коммутаторами является задержка в худшем случае на передачу управляющих сообщений между коммутатором и основным контроллером. Также необходимо учитывать нагрузку, создаваемую каждым коммутатором по отношению к своему активному контроллеру. Восстановление управления сетью в случае единичного отказа контроллера платформы управления обеспечивается за счет перераспределения управления коммутаторами между заранее выбранными данным методом исправными контроллерами распределенной платформы управления.

Проведено экспериментальное исследование метода и сравнение с алгоритмом перебора на топологиях реальных магистральных сетей из библиотеки Topology-Zoo [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] 1. Смелянский Р.Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы. СУБД. 2012. №9. С. 15-26.
- [2] Pashkov V.N. Design of Highly Available Distributed Control Plane for Software-Defined Networks // Proceeding of the 4-th International Science and Technology Conference «Modern Network Technologies» (MoNeTec-2022). IEEE, Moscow, 2022.
- [3] Heller B. Sherwood R. McKeown N. The Controller Placement Problem // In Proceedings of the first workshop on Hot topics in software defined networks, 2012.
- [4] Internet Topology Zoo: <http://www.topology-zoo.org>

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОТТОКА КЛИЕНТОВ В УСЛОВИЯХ КОНКУРИРУЮЩИХ РИСКОВ

**Машечкин Игорь Валерьевич, Петровский Михаил Игоревич, Васильев
Юлий Алексеевич, Приданова Ирма Георгиевна**

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mash@cs.msu.ru, michael@cs.msu.ru, iuliiivasilev@gmail.com, s02220214@gse.cs.msu.ru

Прогнозирование времени до наступления терминальных событий является актуальной задачей во многих прикладных областях. В частности, в кредитном скоринге данный подход применяется для оценки вероятности дефолта и времени ухода клиента. Дефолт может наступить по различным причинам, каждая из которых требует отдельного рассмотрения.

Анализ выживаемости представляет собой совокупность моделей и методов для оценки времени и вероятности наступления определенного события. В классической постановке время события оценивается как время до наступления целевого события или до прекращения наблюдения, при этом предполагается наличие лишь одной причины исхода. На практике наличие нескольких альтернативных причин нарушает данное предположение. Для решения подобных задач применяется анализ выживаемости с конкурирующими рисками [1]. В таких моделях время события рассматривается как время до наступления ближайшего из возможных событий-причин или до момента цензурирования (выхода из наблюдения).

Существующие подходы к обработке конкурирующих событий имеют ряд ограничений: приравнивание альтернативных исходов к цензурированию приводит к завышению оценок, объединение всех событий в единый исход исключает раздельный анализ причин, а вычисление функции риска для каждого события в отдельности обладает низкой интерпретируемостью и не позволяет напрямую предсказывать вероятность выживания. В работе предлагается адаптировать классические модели анализа терминальных событий к задаче анализа конкурирующих рисков на основе стратегии «один против всех» (One-vs-Rest, OvR)[2]. Для построения единого прогноза предлагается использовать метамоделю классификации.

Классические метрики анализа выживаемости предполагают наличие единого терминального исхода. При оценке качества по каждому типу исхода наблюдается проблема сведения конкурирующих рисков к независимому цензурированию. В работе предлагается модификация метрики IBS, которая не требует фиксации целевого типа и учитывает прогнозы всех типов событий.

Экспериментальное исследование проводилось на наборе данных о кредитах на жилье, предоставляемых компанией FreddieMac с 1999 года [3]. Набор данных включает информацию о характеристиках заемщиков, условиях кредитования и ежемесячных выплатах. Сравнение предложенных и существующих методов проводилось по метрикам AUPRC, стандартной и модифицированной версиям IBS.

Оценка качества методов проводилась в трех сценариях: изолированно по каждому исходу, по общему прогнозу выживаемости и с использованием предложенной метрики IBS. В ходе экспериментов модели Кокса и случайного леса показали высокое качество в роли базовых алгоритмов для ансамблей One-vs-Rest. По результатам экспериментов лучшее качество демонстрирует ансамбль на базе случайного леса выживания при условии обучения моделей только на собственном типе событий и усреднения итоговых прогнозов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ping Wang, Yan Li и Chandan K. Reddy. «Machine Learning for Survival Analysis: A Survey». В: (2017), с. 13—16. arXiv: 1708 . 04649 [cs.LG]. url: <https://arxiv.org/abs/1708.04649>
- [2] Wieslaw Chmielnicki и Katarzyna Stapor. «Using the one-versus-rest strategy with samples balancing to improve pairwise coupling classification». В: International Journal of Applied Mathematics and Computer Science 26 (март 2016). doi: 10.1515/amcs-2016-0013.
- [3] J. Mushava и M. Murray. «Comprehensive credit scoring datasets for robust testing: Out-of-sample, out-of-time, and out-of-universe evaluation». В: Data Brief 54 (февр. 2024), с. 110262. doi: 10.1016/j.dib.2024.110262.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ, УЧИТЫВАЮЩИХ ИСТОРИЮ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБОРУДОВАНИЯ

**Машечкин Игорь Валерьевич, Петровский Михаил Игоревич, Васильев
Юлий Алексеевич, Говердовский Марк Васильевич**

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mash@cs.msu.ru, michael@cs.msu.ru,
iuliivasilev@gmail.com, s02220058@gse.cs.msu.ru

Анализ выживаемости представляет собой набор статистических методов, которые позволяют предсказывать ожидаемое время до наступления события, а также оценивать риски в реальном времени. Данный подход находит широкое применение в задачах анализа надёжности. Он может использоваться для оценки срока службы оборудования или выявления подверженных риску компонентов системы.

Особенностью задач выживаемости является наличие цензурированных данных, для которых истинное время события неизвестно. Для жёстких дисков цензурирование происходит в момент извлечения диска из системы до поломки или при прекращении мониторинга за исправными дисками.

Классические методы анализа выживаемости основываются на предположении, что относительный риск наступления события для двух различных наборов признаков не изменяется во времени [1]. Однако данное предположение не выполняется при использовании изменяющихся во времени признаков.

Time-varying методы анализа выживаемости позволяют учитывать динамику изменения ковариат во времени, преодолевая ограничения пропорциональности рисков. В работе оценивается эффективность модификации модели пропорциональных рисков Кокса, адаптированной для работы с временно-зависимыми ковариатами [2]. В частности, для применения методов на практике поднимается вопрос о влиянии частоты сбора данных на качество прогноза.

Экспериментальное исследование было проведено на наборе данных жёстких дисков за 2017–2018 годы компании Backblaze [3]. Состояние диска описывается с помощью параметров S.M.A.R.T. (Self-Monitoring, Analysis and Reporting Technology). Они включают такие показатели, как количество ошибок чтения/записи, температура и количество циклов включения/выключения. Некоторые из этих признаков напрямую отражают работоспособность диска и активно изменяются в процессе эксплуатации, например, частота ошибок при позиционировании блока магнитных головок.

На основе оценки качества по метрикам Concordance Index и IBS, максимальное качество прогнозирования ($CI=0.83$, $IBS=0.2$) достигается при сборе от 5 до 20 наблюдений для каждого жесткого диска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Wang P., Li Y., Reddy C. K. Machine learning for survival analysis: A survey // ACM Computing Surveys (CSUR). 2019. Т. 51. №. 6. С. 1-36.
- [2] Kleinbaum D. G., Klein M. Extension of the Cox Proportional Hazards Model for Time-Dependent Variables // Survival Analysis. Statistics for Biology and Health. Springer, New York, NY. С.244-277.
- [3] Pinciroli R. et al. Machine learning models for SSD and HDD reliability prediction // 2022 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). – IEEE, 2022. – С. 1-7.

НЕЙРОСЕТЕВОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАНИЦ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПОЛЕЙ РОССИИ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВ ГРУППИРОВКИ SENTINEL-2

**Мещеряков Александр Валерьевич, Епифанова Агата Станиславовна¹,
Кашницкий Александр Витальевич, Трошко Ксения Анатольевна²**

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mesch@cosmos.ru, s02240412@gse.cs.msu.ru

² Институт космических исследований РАН, e-mail: kashnitskii@d902.iki.rssi.ru, troshko_prosto@cosmos.ru

Спутниковый мониторинг является ключевым инструментом для решения широкого круга прикладных задач в сельском хозяйстве: от оценки состояния посевов до кадастрового учёта. Базовым этапом такого анализа выступает детектирование границ сельскохозяйственных полей. Несмотря на важность задачи, на данный момент не существует полной и актуальной карты сельхозполей России, а её создание вручную является крайне трудоёмким процессом, требующим автоматизации.

Настоящая работа посвящена разработке нейросетевого метода автоматического детектирования границ сельскохозяйственных полей России по данным

спутниковой съемки по данным безоблачных композитных изображений со спутников серии Sentinel-2 [1].

В работе исследуется решение задачи на базе классической архитектуры сегментации U-Net [2], так и современной многозадачной трансформерной модели HBGNet [3]. К основным идеям HBGNet можно отнести использование предобученного энкодера на базе Pyramid Vision Transformer (PVT-V2) [4], использование специальных сверточных модулей внимания и использование принципов многозадачного обучения (веса модели определяются путем одновременной оптимизации площади полей, их границ и карт расстояний до границы полей).

В ходе исследования были собраны и проанализированы данные восьми регионов РФ, выявлены их ландшафтные особенности и проблемы переносимости моделей между регионами. Экспериментально показано, что многозадачная архитектура HBGNet позволяет значительно повысить качество сегментации (+15% IoU) по сравнению с базовой моделью U-Net. Также нами были проведены эксперименты по выбору оптимального набора каналов для построения модели на основе сезонных изображений, и выбору оптимального набора месяцев года для моделей на основе карт спектрального индекса NDVI. Мы сравнили нейросетевые модели на основе сезонных и помесечных данных с точки зрения точности прогнозов границ полей и переносимости прогнозов на разные регионы России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кашницкий А. В., Бурцев М. А., Прошин А. А., Технология создания безоблачных композитных изображений по данным спутников серии Sentinel-2 // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19. № 5. С. 76-85
- [2] Ronneberger O., Fischer P., Brox T., U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. // International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention. – Cham : Springer international publishing. 2015. С. 234-241.
- [3] Zhao H. et al. A large-scale VHR parcel dataset and a novel hierarchical semantic boundary-guided network for agricultural parcel delineation // ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing. 2025. Т. 221. С. 1-19.
- [4] Wang W. et al. Pyramid vision transformer: A versatile backbone for dense prediction without convolutions // Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision. 2021. С. 568-578.

МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В ЗАДАЧЕ ВЫЯВЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ УГРОЗ

Казачук Мария Андреевна, Чикин Олег Павлович

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mkazachuk@cs.msu.ru,
chikin.oleg@gmail.com

В современном мире, в условиях роста цифровизации бизнес—процессов и увеличения объемов корпоративных данных, критически важными становятся вопросы защиты информационных систем от внутренних угроз [1, 2]. При этом одним из основных инструментов обеспечения безопасности является процедура обнаружения аномального поведения пользователей (UEBA). Данная работа посвящена исследованию и разработке методов выявления внутренних угроз на основе анализа поведенческой информации пользователей. При этом анализируются как структурированные контекстные данные, так и неструктурированная контентная информация. Особенностью задачи является необходимость обработки разнородных данных, обладающих сложной временной зависимостью, и высокая размерность формируемого признакового пространства. Для решения проблемы представления данных, в работе предлагается схема гибридной предобработки (расчет статистик, применение тематического моделирования LDA, использование предобученной нейронной сети BERT [3] для получения текстовых эмбедингов). Для построения модели пользователя в работе предлагается алгоритм на основе архитектуры BiLSTM—автокодировщика [4], позволяющего эффективно выявлять отклонения в последовательностях действий сотрудника. Для проведения исследований и проверки гипотез реализован программный экспериментальный стенд на языке Python, позволивший протестировать разработанные алгоритмы на общедоступных наборах данных CERT [5] Insider Threat Dataset (версий r6.2 и r4.2). По результатам проведенной серии экспериментов, предложенный метод превзошел по качеству работы существующие решения, достигнув значения метрики ROC AUC, равного 0.92, и F1-Score, равного 0.90, и может активно применяться на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A review of insider threat detection: Classification, machine learning techniques, datasets, open challenges, and recommendations / M. N. Al-Mhiqani [et al.] // Applied Sciences. 2020. T. 10, № 15. С. 5208.
- [2] Cost of insider threats: Global report / Ponemon Institute // IBM Security. 2020. С. 3–4.
- [3] Attention is all you need / A. Vaswani [et al.] // Advances in neural information processing systems. 2017. T. 30.

- [4] Schuster M., Paliwal K. K. Bidirectional recurrent neural networks // IEEE transactions on Signal Processing. 1997. Т. 45, № 11. С. 2673–2681.
- [5] Glasser J., Lindauer B. Bridging the gap: A pragmatic approach to generating insider threat data // 2013 IEEE Security and Privacy Workshops. IEEE, 2013. С. 98–104.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПО УПРАВЛЕНИЮ ДВИЖЕНИЕМ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ

Шергин Иван Андреевич¹, Рыжов Александр Павлович²

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: i.a.shergin@gmail.com

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: alexander.ryjov@gmail.com

В докладе рассматривается проблема управления процессом обучения выполнению физических упражнений на основе персональных рекомендаций. С помощью комбинации методов 2D-оценки позы человека и нечеткого управления предлагается система, позволяющая контролировать процесс выполнения физических упражнений, учитывая персональные особенности конкретного пользователя. Управление осуществляется посредством выработки рекомендаций, которые формируются на основе базы знаний тренера – эксперта предметной области, и обработки потока данных системы оценки позы человека. Такие рекомендации используются для корректировки неправильно выполняемых действий пользователем.

Эффективность выполнения физических упражнений зависит от правильности выполнения упражнений с учетом физиологического состояния занимающегося. В массовом случае это невозможно обеспечить без непосредственного участия эксперта-тренера. Авторы [1] доказывают, что выполнение физических упражнений под руководством персонального тренера продемонстрировало лучшую эффективность и безопасность по сравнению с самостоятельным выполнением.

Методы для оценки позы человека возникли в 2014 г. [2], они предоставляют функционал для определения положения ключевых точек тела человека в 2D-или 3D-пространстве на изображении или видеопотоке изображений. Благодаря анализу полученных ключевых точек и различным способам их обработки возникли работы по оценке выполнения физических упражнений [3], в том числе с использованием нечеткой логики [4]. Из недостатков существующих подходов стоит отметить, что они не предлагают функционала для гибкого контроля выполнением с помощью естественного языка, который обычно использует эксперт-тренер.

В докладе представлен подход для формирования рекомендаций для корректировки неправильного выполнения физического упражнения, с помощью

которого можно влиять на пользователя непосредственно во время выполнения упражнения. Данный подход основан на использовании признакового пространства, рассмотренного в [5], в системе нечеткого управления, которая основывается на формализации базы знаний эксперта-тренера, осуществляющим контроль за выполнением упражнением. Благодаря нечеткому управлению предлагается протокол взаимодействия между тренером и лицом, выполняющим упражнение, моделируя качество контроля как при личном занятии.

Такие системы гибридного интеллекта могут быть полезны в сферах, которым необходимо поддерживать физическую форму пользователя, например, в спорте и реабилитации. Подобные системы могут быть реализованы в виде мобильного приложения, что позволит проводить совершенствование физических навыков самостоятельно, сократить время обучения и снизить травматичность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Yunhang Lu. Comparing the impact of personal trainer guidance to exercising with others: Determining the optimal approach. 2024.
- [2] Toshev A., Szegedy C. DeepPose: Human Pose Estimation via deep neural networks // IEEE Conference on computer vision and pattern recognition. 2014.
- [3] Anuradha T. A method for specifying yoga poses based on deep learning, utilizing opencv and mediapipe technologies. 2024.
- [4] Siow C. Evaluating simple exercises with a fuzzy system based on human skeleton poses. 2023.
- [5] Шергин И. А. Система контроля выполнения физических упражнений средствами гибридного интеллекта // XXIV Всероссийского научно-технического Конгресса «Интеллектуальные системы и информационные технологии – 2025» («ИС & ИТ-2025»). (Россия, Дивноморское, 31.08.2025–07.09.2025). Изд-во Ступина С.А., 2025. С. 177–180.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МНОГОАГЕНТНОМУ ОБУЧЕНИЮ В СПЕЦИАЛЬНЫХ СРЕДАХ

Бегишев Руслан Ренатович¹, Ильин Александр Владимирович²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: begrusso@gmail.com

² д.ф-м.н. Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: iline@cs.msu.ru

Задача многоагентного взаимодействия в средах с препятствиями, как неподвижными, так и динамическими, является актуальной задачей в современных робототехнических исследованиях. В качестве модельной задачи на плоскости рассматривается прикладная область предотвращения столкновений беспилотных надводных аппаратов (БНА) в достаточно небольших и загруженных различными препятствиями зонах [1].

Нами рассматривается модель аппарата, управление которым задаётся через ускорение и угловую скорости: $u_i(t) = (a_i(t), w_i(t))$. Для упрощения моделирования, каждый БНА представляет из себя окружность с радиусом r_i с центром вида (x_i, y_i, θ_i) .

Дополнительным фактором сложности в описанных задачах является наличие явных возмущений, вызванных водными течениями в средах действия БНА. Базовая симуляция таких потоков может быть представлена вихрями Рэнкина [2] со скоростью $v_R(t)$. Исходя из этого, скорость каждого БНА может быть вычислена как:

$$v_i(t + \Delta t) = \begin{cases} v_i(t) + a_i(t) + v_R(t), & |v_i(t) + a_i(t)| < v_{max} \\ -(+)v_{max} + v_R(t), & v_i(t) + a_i(t) < (>)v_{max} \end{cases}$$

Ранее был предложен алгоритм решения данной задачи [3], использующий дискретное пространство действий (9 вариантов), и локальные наблюдений (до 5 ближайших агентов и 5 препятствий). Однако данная система оказалась неустойчивой к масштабируемости при увеличении количества агентов и препятствий в области действия.

В работе предлагается улучшенная модификация этого подхода. Используется вектор наблюдений произвольного размера, что гарантирует учёт всех наблюдений, которые способен выполнить агент. Дополнительно мы расширили пространство действий из дискретного в непрерывное. Проведено сравнение нашего подхода как с классическими техниками взаимодействий много-агентных систем, так и подходов, основанных на обучении с подкреплением, в условиях масштабируемости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Li Y. et al. Deep reinforcement learning for collision avoidance in unmanned surface vehicles: State-of-the-art //Applied Ocean Research. – 2025. – Т. 164. – С. 104778.
- [2] Acheson D. J. Elementary fluid dynamics //Acoustical Society of America. – 1991. – С. 205.
- [3] Lin X. et al. Decentralized multi-robot navigation for autonomous surface vehicles with distributional reinforcement learning //2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). – IEEE, 2024. – С. 8327-8333.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ МОРФОЛОГИЧЕСКИ ПРАВДОПОДОБНЫХ КАРСТОВЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ МУЛЬТИАГЕНТНЫМИ СИСТЕМАМИ

Фурсов Андрей Серафимович¹, Толкачев Олег Григорьевич²

¹ д.ф.-м.н. Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: tolkachevog@cs.msu.ru

Существующие подходы к тестированию алгоритмов управления мульти-агентными робототехническими системами при решении задач построения карт пещерных образований обычно опираются либо на реальные подземные наборы данных, либо на синтетически генерируемые тестовые среды [1-2]. Использование реальных датасетов обеспечивает высокую достоверность среды, однако их ограниченность и неполное покрытие разнообразия подземных сценариев снижают репрезентативность тестирования: для обучаемых методов это повышает риск переобучения и ухудшает обобщающую способность, а для классических методов ограничивает внешнюю валидность получаемых оценок [3]. Физически обоснованные генераторы карстовых структур потенциально позволяют приблизиться к реальной морфологии, но требуют значительных вычислительных затрат [4]. Упрощённые процедурные генераторы, напротив, вычислительно эффективны, однако не воспроизводят ключевые морфологические и топологические особенности природных пещерных систем [5].

Рассматривается задача генерации двумерных сеточных карт размером $n \times m$, в которых каждая ячейка интерпретируется как полость или порода. Требуется разработать параметрический генератор карстоподобных пещерных структур, обеспечивающий морфологическую правдоподобность синтезируемых карт, управляемое варьирование их топологических и геометрических характеристик, а также инструментарий для воспроизводимого тестирования и сравнительной оценки алгоритмов управления мультиагентными робототехническими системами.

В работе предлагается подход к генерации тестовых сред, сочетающий низкие вычислительные затраты, высокую скорость построения карт, параметрический контроль морфологической правдоподобности и возможность формирования benchmark-сценариев с управляемой структурной сложностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Simon Schaefer, Luigi Palmieri, Lukas Heuer, Ruediger Dillmann, Sven Koenig, Alexander Kleiner. A Benchmark for Multi-Robot Planning in Realistic, Complex and Cluttered Environments. // 2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2023)

- [2] Li J., Benndorf J., Köhler C., Loskot P. SubSurfaceGeoRobo: a Comprehensive Underground Dataset for SLAM-Based Geomonitoring with Sensor Calibration. // PFG, 2025.
- [3] Li L., Yang B., Chen C. et al. Intelligent multi-robot exploration in non-exposed spaces: methods and challenges. // Artificial Intelligence Review, 2025.
- [4] Jourde H., Wang X. Advances, challenges and perspective in modelling the functioning of karst systems: a review. // Environmental Earth Sciences, 2023.
- [5] Gouy A., Collon P., Bailly-Comte V. et al. KarstNSim: A graph-based method for 3D geologically-driven simulation of karst networks. // Journal of Hydrology, 2024.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ПОНИЖЕННОГО И ПОЛНОГО ПОРЯДКА

Денисова Надежда Игоревна

Кафедра НДСиПУ, e-mail: denisovani@my.msu.ru

Введение. Во многих задачах управления динамическими системами предполагается, что вектор состояния системы известен полностью. На практике состояние системы обычно недоступно для прямого измерения и должно восстанавливаться по измеряемым выходным сигналам. Для этой цели используются наблюдатели.

Наиболее распространённой конструкцией является полноразмерный наблюдатель Люенбергера [1], позволяющий асимптотически восстановить весь вектор состояния системы, однако во многих задачах управления закон управления зависит не от всего состояния системы, а лишь от некоторого линейного функционала состояния.

В работе [2] показано, что функционалы специального вида

$$F_\lambda = (1, \lambda, \lambda^2, \dots, \lambda^{n-1})$$

могут быть восстановлены с помощью скалярных наблюдателей первого порядка, однако для произвольного функционала точный функциональный наблюдатель может не существовать. В этом случае предлагается приближать заданный функционал линейной комбинацией функционалов, но тогда использование полноразмерного наблюдателя может быть избыточным. Альтернативой являются функциональные наблюдатели, предназначенные для восстановления только требуемого функционала состояния.

Целью данной работы является исследование влияния ошибки функционального наблюдения на качество управления системой.

Постановка задачи. Пусть дана линейная стационарная система:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t),$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}$, пара A, C — наблюдаема и приведена ко II канонической форме

Пусть управление строится по функционалу состояния $\sigma(t) = Fx(t)$; закон управления имеет вид $u(t) = -k_\sigma \hat{\sigma}(t)$, где $\hat{\sigma}(t)$ — оценка функционала состояния.

Рассматриваются два подхода к получению оценки $\hat{\sigma}(t)$:

- полноразмерный наблюдатель Люенбергера;
- приближённый функциональный наблюдатель пониженного порядка.

В последнем случае функционал F аппроксимируется линейной комбинацией базисных функционалов F_{λ_i} .

Численные эксперименты. Для оценки влияния ошибки функционального наблюдения на динамику системы было проведено численное моделирование линейных динамических систем. В экспериментах сравнивались полноразмерный наблюдатель Люенбергера и приближённые функциональные наблюдатели различных порядков. Показано, что ошибка аппроксимации функционала напрямую влияет на точность закона управления.

Работа подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Luenberger D. G. Observers for multivariable systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966.
- [2] Фомичев В. В. Функциональные наблюдатели и наблюдатели состояния при неопределенности: дис. д-р. физ.-мат. наук: 01.01.02 / Фомичев Василий владимирович. Москва, 2009. 33 с.

КОРРЕКТНОСТЬ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ СУПЕРХЕДЖИРОВАНИЯ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ — СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МОДЕЛИ РЫНКА

Смирнов Сергей Николаевич¹, Жуков Сергей Юрьевич²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: s.n.smirnov@gmail.com

² Кафедра системного анализа, e-mail: zhukov.staz@gmail.com

Рассматривается задача суперхеджирования опциона в рамках гарантированного детерминистского подхода (ГДП) с дискретным временем [1]. В отличие от классического вероятностного подхода, в ГДП не требуется задавать опорную вероятностную меру: целью хеджирования является гарантированное

покрытие обязательства по опционному контракту при всех допустимых сценариях. Допустимые сценарии задаются априорно определёнными компактами $K_t(\cdot) \subset \mathbb{R}^n$, зависящими от предыстории цен: приращения дисконтированных цен в каждый момент t должны принадлежать соответствующему компакту. Задача имеет теоретико-игровую интерпретацию и приводит к уравнениям Беллмана—Айзека [1].

Структурная устойчивость модели означает сохранение свойства «отсутствия арбитража» при малых (в смысле метрики Помпею—Хаусдорфа) возмущениях динамики [2]. В работе [2] сформулирован «принцип неопределённости», эквивалентный структурной устойчивости в случае отсутствия торговых ограничений. Для численного решения задачи суперхеджирования компакты $K_t(\cdot)$ аппроксимируются конечными множествами на дискретной решётке [3]. Корректность такой аппроксимации существенно зависит от структурной устойчивости: при её нарушении аппроксимирующая модель может допускать гарантированный арбитраж с неограниченной прибылью, что влечёт вырождение численного решения.

В настоящей работе исследуется связь между структурной устойчивостью и корректностью численных алгоритмов решения уравнений Беллмана—Айзека. Для моделей с неограниченными коническими и ограниченными торговыми ограничениями получены оценки точности аппроксимации динамики цен. Показано, что при выполнении условия структурной устойчивости цена суперхеджирования непрерывно зависит от параметров модели, а численное решение сходится к точному при измельчении разбиения. Установлены достаточные условия непрерывности в терминах модуля непрерывности решений уравнений Беллмана—Айзека. Приведены результаты вычислительных экспериментов для мультипликативной модели при вычислении цены суперхеджирования бинарного опциона европейского типа [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смирнов С. Н. Гарантированный детерминистский подход к суперхеджированию: модель рынка, торговые ограничения и уравнения Беллмана—Айзека // Мат. теория игр и её прилож. 2018. Т. 10, № 4. С. 59–99.
- [2] Smirnov S. N. Structural stability of the financial market model: continuity of superhedging price and model approximation // J. Oper. Res. Soc. China. 2024. Vol. 12, no. 1. P. 215–241.
- [3] Smirnov S. N. Guaranteed deterministic approach to superhedging: sensitivity of solutions of the Bellman–Isaacs equations and numerical methods // Comput. Math. Model. 2020. Vol. 31, no. 3. P. 384–401.
- [4] Smirnov S., Sotnikov D., Zanochkin A. Approximation and asymptotics in the superhedging problem for binary options // Ann. Finance. 2024. Vol. 20. P. 421–458.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ В ЗАДАЧЕ О СЕДЛОВОЙ ТОЧКЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

Арутюнов Арам Владимирович¹, Васянин Олег Александрович²,
Жуковский Сергей Евгеньевич³

¹ Институт проблем управления РАН, e-mail: arutyunov@cs.msu.ru

² Кафедра системного анализа, e-mail: o.vasyanin@gmail.com

³ Институт проблем управления РАН, e-mail: S-E-Zhuk@yandex.ru

Целью настоящей работы является получение необходимых условий первого и второго порядков, которым обязана удовлетворять седловая точка гладкой функции.

Пусть гладкая вещественнозначная функция $f = f(x_1, x_2)$ определена на прямом произведении конечномерных пространств $\mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2}$ и имеет седловую точку $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ на множестве $X_1 \times X_2$, где $X_1 \subset \mathbb{R}^{n_1}$ и $X_2 \subset \mathbb{R}^{n_2}$ — замкнутые множества. Предположим, что $X_1 = \{x_1 \in \mathbb{R}^{n_1} : F_1(x_1) = 0\}$ и $X_2 = \{x_2 \in \mathbb{R}^{n_2} : F_2(x_2) = 0\}$, где $F_1 : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{k_1}$ и $F_2 : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}^{k_2}$ — гладкие отображения. То, что точка (x_1^*, x_2^*) седловая, означает, что

$$\min_{x_1 \in X_1} f(x_1, x_2^*) = f(x_1^*, x_2^*) = \max_{x_2 \in X_2} f(x_1^*, x_2). \quad (1)$$

Отметим, что точка (x_1^*, x_2^*) не обязана быть седловой для функции f , если рассматривать f на всем пространстве (простой пример: $n_1 = n_2 = k_1 = k_2 = 1$ и $F_1(x_1) = x_1, F_2(x_2) = x_2, f(x_1, x_2) = x_1 + x_2, (x_1^*, x_2^*) = (0, 0)$).

Для получения условий, которым удовлетворяет точка (x_1^*, x_2^*) , заметим, что определение (1) эквивалентно тому, что точка (x_1^*, x_2^*) является решением двух задач минимизации $f(x_1, x_2^*) \rightarrow \min_{x_1}, F_1(x_1) = 0$ и $-f(x_1^*, x_2) \rightarrow \min_{x_2}, F_2(x_2) = 0$.

Воспользуемся индексным подходом к задачам условной оптимизации [1]. Составим функции Лагранжа

$$L_1(x_1, x_2^*, \lambda_1) = \lambda_1^0 f(x_1, x_2^*) + \langle y_1, F_1(x_1) \rangle,$$

$$L_2(x_1^*, x_2, \lambda_2) = -\lambda_2^0 f(x_1^*, x_2) + \langle y_2, F_2(x_2) \rangle.$$

Введем множества множителей Лагранжа

$$\Lambda_{1,m_1}(x^*) = \{\lambda_1 = (\lambda_1^0, y_1) : \lambda_1^0 \geq 0, y_1 \in \mathbb{R}^{k_1},$$

$$|\lambda_1| = 1, \frac{\partial L_1}{\partial x_1}(x^*, \lambda_1) = 0, \text{ind} \frac{\partial^2 L_1}{\partial x_1^2}(x^*, \lambda_1) \leq m_1\},$$

$$\Lambda_{2,m_2}(x^*) = \{\lambda_2 = (\lambda_2^0, y_2) : \lambda_2^0 \geq 0, y_2 \in \mathbb{R}^{k_2},$$

$$|\lambda_2| = 1, \frac{\partial L_2}{\partial x_2}(x^*, \lambda_2) = 0, \text{ind} \frac{\partial^2 L_2}{\partial x_2^2}(x^*, \lambda_2) \leq m_2\},$$

где $m_1, m_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

В силу результатов раздела 2 из [2] имеем следующую теорему.

Теорема 1. Пусть точка (x_1^*, x_2^*) является седловой для функции f , причем функция f и отображения F_1, F_2 — гладкие. Тогда множества $\Lambda_{1,k_1}(x^*)$ и $\Lambda_{2,k_2}(x^*)$ не пусты, причем

$$\max_{\lambda_1 \in \Lambda_{1,k_1}(x^*)} \frac{\partial^2 L_1}{\partial x_1^2}(x_1^*, x_2^*, \lambda_1)[h_1, h_1] \geq 0 \quad \forall h_1 \in \ker F_1'(x_1^*),$$

$$\max_{\lambda_2 \in \Lambda_{2,k_2}(x^*)} \frac{\partial^2 L_2}{\partial x_2^2}(x_1^*, x_2^*, \lambda_2)[h_2, h_2] \geq 0 \quad \forall h_2 \in \ker F_2'(x_2^*).$$

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 25-21-00525).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Арутюнов А. В. Условия экстремума. Анормальные и вырожденные задачи. М. : Факториал, 1997. 256 с.
- [2] Арутюнов А. В. Гладкие анормальные задачи теории экстремума и анализа // Успехи математических наук. 2012. Т. 67, вып. 3(405). С. 3–62.

АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ВНЕШНИХ И ВНУТРЕННИХ ОЦЕНОК МНОЖЕСТВ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Точилин Павел Александрович¹, Юлдашев Кирилл Ринатович²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

² Кафедра системного анализа, e-mail: kirill-konas@mail.ru

В работе рассматривается задача оценки множества разрешимости для нелинейных управляемых систем с дискретным временем. Для систем с нелинейной динамикой точное построение таких множеств, как правило, затруднительно, что обуславливает актуальность разработки методов их аппроксимации.

Наш подход заключается в аппроксимации функции цены $V(t, x)$, связанной с множеством разрешимости соотношением $\mathcal{W}(t, T, \mathcal{X}_1) = \{x : V(t, x) \leq \gamma\}$, с помощью кусочно-аффинных конструкций. Для этого фазовое пространство $\mathbb{R}^n$ разбивается на симплексы $\Omega^{(i)}$. В каждом симплексе нелинейная динамика $x(t+1) = f(t, x(t)) + B(t)u$ заменяется линеаризованным аналогом:

$$x(t+1) = A^{(i)}(t)x + B(t)u + f^{(i)}(t) + r^{(i)}(t, x),$$

где вектор $r^{(i)}(t, x)$ соответствует остаточному члену.

Кусочно-аффинная аппроксимация функции цены ищется в виде

$$V(t, x) = \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k(x) v_k^{(i)}(t), \quad x \in \Omega^{(i)},$$

где $\alpha_k(x)$ — барицентрические координаты точки x в симплексе $\Omega^{(i)}$. Для вычисления параметров $v_k^{(i)}(t)$ предложены рекуррентные соотношения, основанные на уравнении Беллмана и позволяющие двигаться в обратном времени от известного терминального условия $V(T, x) = \varphi(x)$. Сформулированы теоремы, показывающие, что при определенном выборе параметров построенная функция $V(0, x)$ дает внешнюю и внутреннюю оценки искомого множества разрешимости.

Для ограничения области поиска и ускорения вычислений предварительно строится «грубая» оценка $G(t)$ — объединение симплексов, заведомо содержащих искомое множество. В работе обсуждаются два подхода к построению $G(t)$: первый основан на линеаризации обратной динамики и требует обращения матрицы A , а второй использует эвристику о том, что за один шаг траектория может попасть только в «соседние» симплексы.

Эффективность предложенного метода продемонстрирована на примере двумерной нелинейной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kurzanskiy A. A., Varaiya P. Reach set computation and control synthesis for discrete-time dynamical systems with disturbances // Automatica. 2011. Vol. 47. P. 1414–1426.
- [2] Точилин П. А. Аппроксимация множества достижимости нелинейной управляемой системы с дискретным временем // Вестник московского университета. Серия 15, вычислительная математика и кибернетика. 2024. С. 1–11.

О ЗАДАЧЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ РАВНОВЕСНЫХ ЦЕН В МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА С ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ТИПА CES

Обросова Наталия, Котельницкий Константин

Кафедра системного анализа, e-mail: nobrosova@yandex.ru, konst2002kotel@mail.ru

В статье [1] представлена нелинейная модель межотраслевого баланса с производственными функциями, обладающими свойством постоянной эластичности замещения $\tilde{\rho}_j$ производственных факторов (Constant Elasticity Substitution). Для применения модели требуется описать численный метод решения системы нелинейных взаимосвязанных уравнений, единое решение которой определяет вектор цен $p = (p_1, \dots, p_m) \in [p_{\min}, p_{\max}]^m$, $p_{\min} > 0$ при

фиксированном векторе эластичностей $\tilde{\rho} = (\tilde{\rho}_1, \dots, \tilde{\rho}_m) \in [-M, M]^m$, $M > 0$:

$$p_j = \underbrace{\left(\sum_{i=1}^m a_{ij}(p_i)^{1-e^{-\tilde{\rho}_j}} + \sum_{k=1}^n b_{kj}(s_k)^{1-e^{-\tilde{\rho}_j}} \right)^{\frac{e^{\tilde{\rho}_j}}{e^{\tilde{\rho}_j}-1}}}_{F_j(p, \tilde{\rho}_j)}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Матрицы $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ и $B = (b_{kj}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ определяются по данным за выбранный базовый год и считаются известными.

Задача нахождения решения $p \in [p_{\min}, p_{\max}]^m$ при $\forall \tilde{\rho} \in [-M, M]^m$ переписывается в оптимизационной постановке:

$$J(p) := \frac{1}{2} \cdot \|G(p, \tilde{\rho})\|_2^2 \rightarrow \inf, \quad \text{для } G(p, \tilde{\rho}) = (G_1(p, \tilde{\rho}_1), \dots, G_m(p, \tilde{\rho}_m)),$$

$$\text{где } G_j(p, \tilde{\rho}_j) := F_j(p, \tilde{\rho}_j) - p_j.$$

Негладкость правой части системы по $\tilde{\rho}$ не позволяет использовать теорему о системе неявных функций без явной модификации модели, поэтому возникает идея сгладить систему по параметру $\tilde{\rho}$, потребовав дополнительно Липшицевость градиента $\frac{dp}{d\tilde{\rho}}$ у найденного решения $p(\tilde{\rho})$. Сглаживание $\tilde{G}_j$ построено с использованием специальной quintic smoothstep-функции $\psi(\tilde{\rho}_j)$ с регулирующими темпы сглаживания $(\tilde{G}_j \xrightarrow{\varepsilon_1 \rightarrow 0} G_j)$ параметрами $\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0$:

$$\tilde{G}_j(p, \tilde{\rho}_j) = \begin{cases} G_j(p, \varepsilon_1), & |\tilde{\rho}_j| \leq \varepsilon_1, \\ (1 - \psi(\tilde{\rho}_j)) \cdot G_j(p, \varepsilon_1) + \psi(\tilde{\rho}_j) \cdot G_j(p, \tilde{\rho}), & \text{иначе,} \\ G_j(p, \tilde{\rho}_j), & |\tilde{\rho}_j| \geq \varepsilon_2, \end{cases}$$

где функция $\psi(\tilde{\rho}_j) \in C^2$ определяется, как:

$$\psi(\tilde{\rho}_j) = \begin{cases} 0, & |\tilde{\rho}_j| \leq \varepsilon_1, \\ s\left(\frac{|\tilde{\rho}_j| - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right), & \text{иначе,} \\ 1, & |\tilde{\rho}_j| \geq \varepsilon_2, \end{cases} \quad s(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 6x^5 - 15x^4 + 10x^3, & x \in (0, 1), \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

В работе показана справедливость утверждения о невырожденности якобиана $\frac{\partial \tilde{G}}{\partial p}$ с использованием теоремы Леви-Деспланка, а также существование и единственность решения сглаженной системы, из чего следует и отсутствие других стационарных точек задачи оптимизации в силу:

$$J'(p) = \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial p} \right)^T \cdot \tilde{G} = 0 \Leftrightarrow \tilde{G}(p, \tilde{\rho}) = 0, \quad \text{где } \frac{\partial \tilde{G}}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial p_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \tilde{G}_m}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \tilde{G}_m}{\partial p_m} \end{bmatrix}.$$

Липшицевость градиентов $\frac{dJ}{dp}$ и $\frac{dp}{d\tilde{\rho}}$ обеспечена разумным ограничением p и $\tilde{\rho}$ в классе выпуклых компактов. Такое свойство градиента позволяет исследовать

произвольные гладкие функции от цен p и находить их чувствительности к $\tilde{\rho}$ по цепному правилу с вычислением внутренней производной, как:

$$\frac{dp}{d\tilde{\rho}} = - \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial p} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{\rho}}.$$

В дальнейшем планируется применить данные наработки для решения задачи идентификации $\tilde{\rho}$ по имеющимся статистическим данным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] The Nonlinear Model of Intersectoral Linkages of Kazakhstan for Macroeconomic Decision-Making Processes in Sustainable Supply Chain Management / S. Kerimkhulle, N. Obrosova, A. Shanin, G. Azieva // Sustainability. Basel, Switzerland. 2022. Volume 14, 21. 14375 p.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВЫХ ПРОСТРАНСТВ МЕТОДА MATRYOSHKA REPRESENTATION LEARNING

Семенов Артём Евгеньевич¹, Буряк Дмитрий Юрьевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: s02220230@gse.cs.msu.ru

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: dyb04@yandex.ru

Введение. Метод Matryoshka Representation Learning (MRL) [1] формирует вложенные векторные представления, где информация упорядочивается от «грубой к тонкой». Такая структура позволяет использовать адаптивную размерность эмбеддингов для оптимизации систем поиска и классификации.

Постановка задачи. Целью данной работы является определение того, есть ли в MRL семантическая иерархия признаков. Мы проверяем, действительно ли вложенные уровни представления отражают содержательную структуру понятий или же их архитектура строится лишь на основе того, какой объем информации несет каждая компонента.

Методы исследования. Для проверки гипотезы о характере иерархии использован автокодировщик [2], архитектура которого была модифицирована для локализации ошибки реконструкции по отдельным сегментам векторов. Эксперимент заключался в сравнении ошибки восстановления для базового класса (на котором обучалась модель), а также семантически близкого и далекого классов. Предполагается, что распределение ошибки по сегментам позволит выявить, на каких уровнях представления локализуется информация, определяющая специфику конкретных классов.

Результаты. Анализ распределения ошибки реконструкции по сегментам (табл. 1) показал, что иерархия в MRL строится на основе информационной значимости компонент, аналогично методу главных компонент (PCA). При сравнении с PCA установлено, что профили распределения ошибок идентичны:

основная доля информации концентрируется в первых сегментах, а последующие лишь уточняют общую дисперсию данных без привязки к глубоким семантическим различиям между классами.

Сегмент MRL	Норма (Собаки)	Близкая (Кошки)	Дальняя (Самолеты)
Segment [0:2]	0.227	1.029	13.638
Segment [4:8]	0.274	0.791	5.377
Segment [32:64]	0.028	0.064	0.207
Segment [128:256]	0.015	0.028	0.093

Табл. 1: Средняя поэлементная ошибка реконструкции.

Заключение. В работе показано, что стандартный подход MRL формирует иерархию по принципу убывания информационной значимости. Полученные результаты указывают на необходимость дальнейших исследований в области модификации метода для создания управляемой семантической иерархии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kusupati A., Tripathi G., Singh K. et al. Matryoshka Representation Learning // Advances in Neural Information Processing Systems. 2022. Т. 35. С. 30233—30246.
- [2] Deep Learning for Anomaly Detection: A Survey / G. Pang, C. Shen, L. Cao, A. Hengel // ACM Computing Surveys. 2021. Т. 54, № 2. С. 1—38.

УСКОРЕНИЕ АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАТЕНЁННОСТИ 3D-МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ CUDA И PYBIND11

Русол Андрей Владимирович¹, Маркин Игорь Валерьевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики; ГЕОХИ РАН, e-mail: fermata@inbox.ru

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: igormarkin2003@yandex.ru

Рассматривается задача определения самозатенения граней треугольной 3D-модели при заданном направлении на источник света. Для каждой грани проводится луч от её центра к источнику. Грань считается затенённой, если луч пересекает другую грань модели. Для сокращения числа проверок пересечений используется предварительная фильтрация потенциально затеняющих граней. Далее следует точная проверка пересечения луча и треугольника выполняется алгоритмом Мёллера–Трумбора.

Базовая реализация алгоритма была выполнена на Python с использованием NumPy и scipy.spatial.KDTree. Для ускорения вычислений разработана библиотека на CUDA (C++), интегрированная с Python посредством pybind11. Обработка граней выполняется батчами, при этом каждая партия полностью

обрабатывается на GPU одной CUDA-функцией. В оптимизированной версии минимизированы передачи данных между CPU и GPU. GPU-реализация показала ускорение примерно в 68 раз по сравнению с CPU-версией.

Полученные результаты демонстрируют высокую эффективность переноса вычислительно интенсивных этапов алгоритма на графический процессор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Маров М. Я., Русол А. В., Дорофеева В. А. Трёхмерная модель освещённости кометных ядер: на примере ядра кометы 67P/Чурюмова–Герасименко // Доклады академии наук. 2017. Т. 474, № 1. С. 41–45.
- [2] Маров М. Я., Русол А. В., Дорофеева В. А. Численное моделирование длительной тепловой эволюции ядер короткопериодических комет: на примере ядра кометы 67P/Чурюмова–Герасименко // Доклады академии наук. 2019. Т. 484, № 2. С. 150–155.
- [3] 3D представление ядра кометы 67P/Чурюмова–Герасименко, выполненное Европейским космическим агентством по итогам миссии Розетта. <https://sci.esa.int/comet-viewer/>

СТРАТЕГИЯ ИТЕРАТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ РАССУЖДЕНИЯМ МАЛЫХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Алексеев Никита Константинович, Попова Нина Николаевна

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: s02220013@gse.cs.msu.ru,
popova@cs.msu.ru

Большие языковые модели демонстрируют высокое качество в задачах обработки естественного языка, однако их применение ограничено высокими вычислительными затратами. Поэтому растёт интерес к малым языковым моделям (SLM) [1], которые можно развернуть локально. При этом одной из ключевых проблем SLM остаётся низкое качество решения задач, требующих многошаговых рассуждений. Одним из эффективных подходов для повышения способности языковых моделей к рассуждениям является метод Chain-of-Thought (CoT) [2], стимулирующий генерацию промежуточных логических шагов. Однако перенос данного метода на малые модели затруднён из-за ограниченной ёмкости и деградации знаний при дообучении.

В данной работе выдвигается гипотеза: эффективность SLM в задачах рассуждения может быть повышена путем последовательного применения различных методов обучения. С этой целью предлагается итеративная стратегия обучения, изображённая на рисунке 1, которая объединяет несколько подходов к оптимизации обучения. Предлагаемая стратегия обучения строится в виде итерационного процесса с использованием методов Direct Preference Optimization (DPO) [3], усиливающего предпочтительные варианты рассуждений, и Group

Relative Policy Optimization (GRPO) [4], поощряющего корректные вычисления и правильные ответы. Процесс обучения прекращается при отсутствии улучшений метрики качества на валидационном наборе.

В работе представлены результаты экспериментального исследования предложенного метода, проведённого на моделях Llama3.2-1B и Qwen2.5-1.5B. Качество оценивалось на датасете математических задач GSM8K, требующего построения цепочек рассуждений. Целевая функция оптимизации — максимизация доли корректных числовых ответов модели на тестовой выборке. Предложенная стратегия позволила достигнуть zero-shot точности 51.93% для Llama-1B и 63.99% для Qwen-1.5B, что превышает базовые показатели, составившие примерно 15% и 30% соответственно. Все эксперименты проводились на суперкомпьютере МГУ-270 с использованием видеокарт A100.

Полученные результаты показывают, что последовательное применение методов Supervised Fine-Tuning (SFT), DPO и GRPO существенно улучшает способность малых моделей решать задачи, требующие рассуждений. Эта стратегия может быть эффективно использована для разработки компактных интеллектуальных систем и специализированных ИИ-агентов.

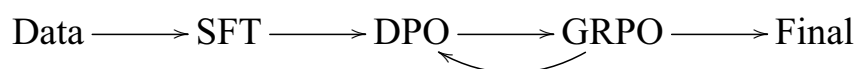


Рис. 1: Итеративная стратегия обучения малой языковой модели

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Small Language Models: Survey, Measurements, and Insights [Препринт] / Zhenyan Lu, Xiang Li, Dongqi Cai, Rongjie Yi, Fangming Liu, Xiwen Zhang, Nicholas Donald Lane, Mengwei Xu // arXiv. — 2024. — № 2409.15790. — URL: <https://arxiv.org/abs/2409.15790> (дата обращения: 05.03.2026).
- [2] Chain-of-Thought Prompting Elicits Reasoning in Large Language Models / Jason Wei, Xuezhi Wang, Dale Schuurmans, Maarten Bosma, Brian Ichter, Fei Xia, Ed Chi, Quoc Le, Denny Zhou // Advances in Neural Information Processing Systems. 2022. T. 35, C. 24824–24837.
- [3] Direct Preference Optimization: Your Language Model is Secretly a Reward Model / Rafael Rafailov, Archit Sharma, Eric Mitchell, Stefano Ermon, Christopher D. Manning, Chelsea Finn // Advances in Neural Information Processing Systems. 2023. T. 36, C. 53728–53741. .
- [4] DeepSeekMath: Pushing the Limits of Mathematical Reasoning in Open Language Models [Препринт] / Zhihong Shao, Peiyi Wang, Qihao Zhu, Runxin Xu, Junxiao Song, Xiao Bi, Haowei Zhang, Mingchuan Zhang, Y.K. Li, Y. Wu, Daya Guo // arXiv. — 2024. — № 2402.03300. — URL: <https://arxiv.org/abs/2402.03300> (дата обращения: 05.03.2026).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГРАФОВЫХ НЕЙРОСЕТЕЙ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ТРЁХМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Никольский Илья Михайлович, Сайбель Тимофей Александрович

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: inikolsky@cs.msu.ru,
saybeltimofey@gmail.com

Задача распознавания трёхмерных объектов, представленных облаками (неструктурированными наборами) точек, возникает в робототехнике, системах автономной навигации и других прикладных областях. При решении этой задачи достаточно эффективным является использование структурного представления, объекта - совокупности простых геометрических компонентов и отношений между ними. Данный подход восходит к теории распознавания по компонентам [1], предложенной психологом И. Бидерманом и утверждающей, что сложный объект может быть представлен как композиция элементарных геометрических примитивов, а структура их взаимного расположения несёт важную информацию о типе объекта.

В данной работе эффективность структурного представления исследовалась на трёхмерных изображениях из коллекции ShapeNet [2]. Структура объектов фиксировалась в виде топологических графов примитивов, что позволило в частности значительно сократить объём памяти, занимаемой объектами коллекции.

Классификация полученных графов выполнялась с помощью графовых нейросетей. Базовая архитектура состояла из последовательности графовых свёрточных слоёв, за которыми следовала агрегации (readout) и полносвязный многослойный перцептрон. Рассмотрен широкий спектр механизмов агрегации информации от соседних вершин графа: нормированную спектральную свёртку, суммирование признаков соседей, механизм внимания и другие. Представлено исследование точности классификации с помощью широко используемых на практике графовых свёрток, таких как GCNConv, GraphConv, GATConv, GINConv, SAGEConv и ChebConv [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Biederman I. Recognition-by-components: A theory of human image understanding // Psychological Review, 1987, 94(2), pp. 115–147.
- [2] Chang A. X. et al ShapeNet: An Information-Rich 3D Model Repository arXiv:1512.03012
- [3] Zhou J. Graph neural networks: A review of methods and applications. AI Open. 2020. 1. P.57-81.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ СЕТИ ОСЦИЛЛЯТОРОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИНАМИКИ ТКАНИ

Русол Андрей Владимирович¹, Ши Хуэй²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, доцент; ГЕОХИ РАН, с.н.с., e-mail: fermata@inbox.ru

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, студ., e-mail: s02240723@gse.cs.msu

В работе рассматривается применение модели сети осцилляторов для численного моделирования динамики ткани. Данная модель на дискретном уровне эквивалентна массово-пружинной системе и позволяет аппроксимировать непрерывную ткань как дискретную динамическую систему взаимосвязанных осцилляторов, обеспечивая математическую основу для описания деформации и разрушения материала.

При построении модели ткань дискретизируется в виде двумерной сеточной структуры. Каждый узел рассматривается как осциллятор с некоторой массой, а между узлами вводятся локальные связи посредством пружин. Система формализуется как совокупность связанных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, где переменными состояниями являются положения и скорости узлов. В модель включены силы упругого восстановления, гравитационные силы и демпфирующие члены, что приводит к формированию нелинейной диссипативной динамической системы. Для временной дискретизации используется неявная схема Эйлера, позволяющая повысить численную устойчивость и сохранять физическую корректность решения при сравнительно больших шагах по времени.

В рамках моделирования разрушения ткани реализован динамический механизм разрыва, основанный на пороговом значении деформации пружин. При превышении заданного порога соответствующая связь удаляется, что приводит к дискретной эволюции топологической структуры системы. Данный механизм вызывает локальный нелинейный отклик и позволяет адекватно описывать процесс разрыва ткани в областях концентрации напряжений. Численные эксперименты демонстрируют устойчивость моделирования перехода от деформации системы осцилляторов в целом к локальному разрушению.

Реализация выполнена с использованием фреймворка Taichi и поддерживает вычисления как на CPU, так и на GPU. Результаты экспериментов показывают, что при увеличении размера сетки потоковый параллелизм обеспечивает хорошую масштабируемость вычислительной модели, а применение GPU существенно снижает время одного шага интегрирования. В таблице ?? приведено время одного шага интегрирования в миллисекундах для различных размеров сетки. Используемая стратегия параллелизации основана на независимости локальных вычислений сил и подтверждает высокую адаптивность модели сети осцилляторов к параллельным архитектурам.

Метод	100×100	300×300	600×600	1000×1000
NumPy	612.995	5445.626	22610.385	60801.991
Taichi CPU	4.047	7.229	16.176	29.313
Taichi GPU	1.478	2.420	5.478	10.264
Numba CPU	14.284	18.488	23.735	33.064

Табл. 1: Сравнение времени выполнения модели сети осцилляторов (мс).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что модель сети осцилляторов при ясной структурной организации и возможности эффективной параллелизации позволяет адекватно описывать динамическое поведение ткани и её топологическую эволюцию. Предложенный подход создаёт основу для дальнейшего расширения модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Taichi Developers. Taichi: High-performance numerical computation in Python. 2020. URL: <https://taichi.graphics>.
- [2] Hu Y. The Taichi High-Performance and Differentiable Programming Language for Sparse and Quantized Visual Computing: Ph.D. thesis. Massachusetts Institute of Technology, 2021.
- [3] Hu Y., Liu S., et al. Taichi: A Language for High-Performance Computation on Spatially Sparse Data Structures // ACM Transactions on Graphics. 2019. Vol. 38, No. 4.
- [4] Nealen A., Müller M., Keiser R., Boxerman E., Carlson M. Physically Based Deformable Models in Computer Graphics // Computer Graphics Forum. 2006. Vol. 25, No. 4. P. 809–836.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПРОСТРАНСТВ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ СИАМСКОГО ТРЕКЕРА

Муромцев Олег Сергеевич¹, Буряк Дмитрий Юрьевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: s02230200@gse.cs.msu.ru

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: dyb04@yandex.ru

Слежение за единственным объектом в видеопоследовательности (Single Object Tracking, SOT) — задача, заключающаяся в выделении в прямоугольник (bounding-box) некоторого заранее заданного объекта (шаблона) на каждом кадре видеопотока и возникающая при проектировании различных автономных систем. Алгоритм, решающий данную задачу, принято называть трекером. Одними из наиболее популярных и эффективных на практике являются трекеры на основе сиамских нейронных сетей. Трекеры данной архитектуры решают задачу SOT как задачу обнаружения сходства между изображением-шаблоном

и очередным кадром видеопоследовательности. При этом для прогнозирования местоположения объекта на кадре используются векторные представления, полученные в результате обработки изображения-шаблона и самого кадра одной и той же нейронной сетью, называемой «сиамской» подсетью.

Определение. Пусть ϕ - сиамская подсеть трекера f . Обозначим векторные представления, полученные на выходах N последовательных слоёв подсети ϕ из изображения x , как $\mathcal{F}_1(x), \mathcal{F}_2(x), \dots, \mathcal{F}_N(x)$. Тогда пространства вида $\mathcal{R}_\phi^M = \{(\mathcal{F}_1(x), \mathcal{F}_2(x), \dots, \mathcal{F}_N(x)) | x \in M\}$ будем называть полными пространствами представлений сиамской подсети ϕ сиамского трекера f относительно множества изображений M .

В последние годы появилось значительное количество трекеров, показывающих высокие результаты на современных бенчмарках. Одним из возможных вариантов дальнейшего улучшения качества трекинга является исследование свойств пространств представлений трекеров.

В данной работе исследуются полные пространства представлений сиамского трекера путём рассмотрения различных метрик, представляющих собой отображения вида $\rho : \mathcal{R}_\phi^S \times \mathcal{R}_\phi^T \rightarrow \mathbb{R}$ (S, T - множества кадров видеопоследовательности и изображений-шаблонов, соответственно). Будем называть их в дальнейшем «микрометриками». В рамках исследования был разработан некоторый набор «микрометрик», среди которых необходимо было определить наиболее коррелирующие со значениями метрики качества работы трекера — «макрометрики» — IoU ($IoU = \frac{|GT \cap P|}{|GT \cup P|}$, где GT, P - область, размеченная как верное местоположение объекта, и область, которую трекер предсказал как местоположение объекта на кадре, соответственно).

В результате экспериментов удалось установить корреляцию между частью предложенных «микрометрик» и «макрометрикой» IoU для трекера SiamBAN [1], обученного и валидированного на датасете GOT-10k [2]. Все метрики собирались в процессе работы трекера на датасете UAV123 [3]. Одной из наиболее коррелирующих с IoU оказалась «микрометрика» *Centered Cosine Metric* ($CCM_k(x, z) = \text{CosineSimilarity}(\text{centered}(\mathcal{F}_k(x)), \mathcal{F}_k(z))$, где $x \in S, z \in T$, а *centered* - операция извлечения из векторного представления его центральной части) — значения коэффициента корреляции Пирсона для неё на некоторых видео датасета достигали 0.96. По этой причине, так как упомянутая метрика является дифференцируемой, её можно использовать для модификации функции потерь трекера, при этом рассчитывая на улучшение качества его работы.

Результаты проведенного исследования можно использовать при анализе пространств представлений других трекеров нейросетевых архитектур. На основе полученной информации о существующей корреляции «микрометрики» *Centered Cosine Metric* с IoU можно предположить, что сиамские трекеры,

обученные путём минимизации модифицированной с помощью данной «микрометрики» функций потерь, будут показывать более высокие результаты на современных бенчмарках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Siamese Box Adaptive Network for Visual Tracking / Chen, Zedu and Zhong, Bineng and Li, Guorong and Zhang, Shengping and Ji, Rongrong // Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2020. С. 6668–6677.
- [2] Lianghua Huang, Xin Zhao, and Kaiqi Huang. GOT-10k: A large high-diversity benchmark for generic object tracking in the wild. // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019.
- [3] Matthias Mueller, Neil Smith, and Bernard Ghanem. A benchmark and simulator for uav tracking. // European Conference on Computer Vision, Springer, 2016. С. 445–461.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ИНФЕРЕНСА БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ BERT-ПОДОБНЫХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕЛЕВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ

**Агаджанян Грант Минасович, Вахрушев Вадим Юрьевич, Попова Нина
Николаевна**

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: grantag1010@gmail.com,
prismanabern@yandex.ru, popova@cs.msu.ru

Работа посвящена исследованию эффективности нейросетевых моделей класса Transformer [1]. Рассматривается задача предсказания времени инференса BERT-подобных архитектур [2] с учетом аппаратных характеристик целевых вычислительных систем.

Предложенное решение этой задачи основывается на графовом представлении нейросетевой трансформерной модели и является развитием методологии DIPPM, изначально разработанной для свёрточных сетей [3]. Ключевая идея заключается в том, чтобы описывать исследуемую модель не только агрегированными характеристиками, такими как количество слоев энкодера, число голов внимания и параметры запуска инференса, но и структурой выполняемых вычислений.

Для этой цели на основе аннотации узлов графа модели формируется вектор признаков, дополненный агрегированными характеристиками всей модели. В работе представлено подробное описание как локальных, так и глобальных признаков построенной модели.

Предсказание построено на основе модификации архитектуры GraphSAGE [4], адаптированной для регрессионной задачи. Модель обучается предсказывать среднее время инференса на один батч/на один токен. Обучение предсказательной модели проводится с использованием функции потерь Хьюбера. Построенная обучающая выборка включает около 10 тысяч образцов, соответствующих различным конфигурациям запусков BERT-подобных моделей.

Практическая реализация метода выполнена на вычислительном узле суперкомпьютера «270 лет МГУ». Результаты проведенного эксперимента подтверждают обоснованность разработанного подхода. Предложенная методика позволяет оценивать ключевую метрику производительности BERT-подобной модели с учетом архитектуры и параметров запуска инференса достаточно точно, избегая многократного эмпирического перебора конфигураций на целевом GPU. Это высокое качество предсказаний дало возможность интегрировать разработанную предсказательную модель в эволюционный алгоритм настройки эффективности BERT-подобных моделей [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Attention Is All You Need / A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A. N. Gomez, L. Kaiser, I. Polosukhin // Proc. NeurIPS. 2017. P. 5998–6008.
- [2] BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding / J. Devlin, M.-W. Chang, K. Lee, K. Toutanova // Proc. NAACL-HLT. 2019. P. 4171–4186.
- [3] Panner Selvam K., Brorsson M. DIPPM: A Deep Learning Inference Performance Predictive Model Using Graph Neural Networks // Proc. Euro-Par. 2023. P. 3–16.
- [4] Hamilton W. L., Ying Z., Leskovec J. Inductive Representation Learning on Large Graphs // Proc. NeurIPS. 2017. P. 1024–1034.
- [5] Vakhrushev V., Popova N. An Evolutionary-Based Approach for Hardware-Aware Optimization of BERT-Like Models // Supercomputing. RuSCDays 2025 / V. Voevodin, A. Antonov, D. Nikitenko (eds). Lecture Notes in Computer Science. Vol. 16196. Springer, Cham, 2026. P. 408–421. DOI: 10.1007/978-3-032-13127-0_29.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ С РЕГУЛЯРНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ

Русол Андрей Владимирович¹, Аверин Дмитрий Алексеевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, доцент; ГЕОХИ РАН, с.н.с., e-mail: fermata@inbox.ru

² Кафедра вычислительной математики, студент Филиала МГУ в г. Сарове, e-mail: dead-iced@mail.ru

Современные аддитивные технологии позволяют создавать детали, материал которых образует регулярные пространственные структуры. При этом размеры характерных элементарных ячеек могут быть порядка нескольких миллиметров, а размеры образующих такие ячейки элементов — долей миллиметра. Развитие аддитивных технологий делает актуальной задачу идентификации эффективных упругих постоянных (модулей Юнга и коэффициентов Пуассона) на основе анализа микроструктуры [1, 2, 3]. Прямые экспериментальные методы часто трудоемки и дороги, в то время как численное моделирование на отдельных ячейках периодичности позволяет получить достоверные оценки эффективных свойств с учетом внутренних особенностей материала.

Целью данной работы является разработка и реализация вычислительного алгоритма для определения эффективных упругих характеристик материалов на основе анализа напряженно-деформированного состояния ячейки периодичности при задании начальных деформаций.

В основе предлагаемого подхода лежит метод конечных элементов [4]. Рассматривается представительный объем материала (ячейка периодичности), для которого решается краевая задача теории упругости (растяжение вдоль оси X). Граничные условия включают жесткое закрепление одной грани, заданное перемещение на противоположной грани и свободные от напряжений боковые поверхности.

В ходе выполнения данной работы были реализованы следующие этапы:

- С использованием пакета Gmsh построены модели пяти различных конфигураций ячеек периодичности. Геометрия ячеек образована цилиндрическими элементами, реализована параметризация от радиуса составляющих цилиндров. Для каждой из пяти конфигураций радиус цилиндров последовательно принимал следующие значения (в метрах): 5.0×10^{-5} , 1.0×10^{-4} , 1.5×10^{-4} , 2.0×10^{-4} , 2.5×10^{-4} , 3.0×10^{-4} , 3.5×10^{-4} , 4.0×10^{-4} , 4.5×10^{-4} , 5.0×10^{-4} , 5.5×10^{-4} , 6.0×10^{-4} , 6.5×10^{-4} , 7.0×10^{-4} .
- В том же пакете Gmsh проведена дискретизация полученных образцов. Характерный размер элемента сетки выбирался равным половине текущего радиуса цилиндров.

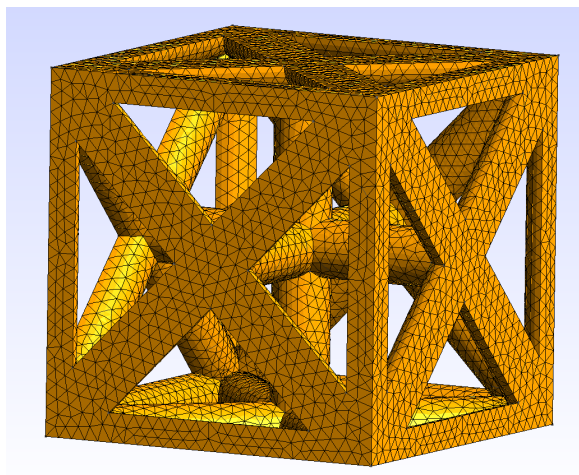


Рис. 1: Пример одного из вариантов ячейки периодичности (радиус цилиндрических элементов $r = 0.4$ мм)

- В пакете CalculiX реализовано решение задачи деформирования (растяжение по оси X) методом конечных элементов для каждого варианта ячейки. Граничные условия включали жесткое закрепление одной грани и заданное перемещение на противоположной.
- В результате расчетов получены эффективные модули Юнга по направлению X , а также соответствующие коэффициенты Пуассона.

В результате численных экспериментов получены значения модулей Юнга для пяти различных микроструктур. Установлена существенная зависимость жесткости материала от геометрии ячейки: модуль E_x изменяется от 4.5 ГПа (для первой структуры) до 19.9 ГПа (для пятой) при одинаковом радиусе элементов ($r = 0.4$ мм). Показано, что коэффициенты Пуассона также чувствительны к топологии ячейки.

Проведена оценка сходимости результатов при изменении параметра t (шага нагружения) от 0.02 до 1.0, подтверждающая устойчивость предложенного алгоритма.

В работе показано, что разработанный алгоритм на основе метода начальных деформаций позволяет эффективно идентифицировать упругие свойства материалов по их микроструктуре. Подход может быть использован для виртуального тестирования новых материалов с регулярной внутренней структурой с целью достижения требуемых механических характеристик.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ньюнхем Р. Э. Свойства материалов. Анизотропия, симметрия, структура. М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007. 652 с.

- [2] Tayal, S., Singla, P., Nandi, A., Davim, J.P. (Eds.). (2021). Computational Technologies in Materials Science (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003121954>
- [3] Behera, A. (2022). Nanomaterials. In: Advanced Materials. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-80359-9>
- [4] Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике. М. : Мир, 1975. 544 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАТТЕРНОВ ДОСТУПА К ДАННЫМ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ЭМБЕДИНГОВ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

**Шубин Михаил Витальевич, Григорьева Мария Александровна¹, Попова
Нина Николаевна²**

¹ Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ, e-mail: mih.shub@gmail.com, magsend@gmail.com

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: popova@cs.msu.ru

Работа посвящена анализу паттернов доступа к датасетам в физике высоких энергий (ФВЭ) с использованием методов кластеризации на основе эмбедингов. В работе предлагается подход для группировки датасетов по временным рядам доступа к данным, что может быть полезно для оптимизации хранения и обращений в крупных экспериментах, таких как ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) на Большом Адронном Коллайдере (БАК).

В ФВЭ большие научные установки, такие как Большой Адронный Коллайдер, NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility) и другие, предполагают обработку и хранение больших объёмов данных, измеряемых петабайтами, требуя эффективного управления датасетами. Датасеты в ФВЭ — минимальные единицы для репликации, кэширования и распределения; доступ к ним часто схожий в рамках некоторых групп, понимание паттернов обращений помогает прогнозировать популярность и оптимизировать ресурсы.

Группировка по именам датасетов недостаточна; анализ истории обращений как временных рядов позволяет выявлять группы с похожим характером доступа. Это может позволить улучшить локальность данных, снизить накладные расходы на перемещение данных и адаптировать системы к нуждам экспериментов.

Временные ряды обращений к данным в многопользовательских распределённых системах очень часто имеют нерегулярный, несбалансированный и местами хаотичный вид [1], что требует разработки нестандартных подходов к их анализу. Кластеризация временных рядов является активно развивающимся направлением исследований [2].

В работе рассматриваются истории обращений к данным пользовательского анализа эксперимента ATLAS на БАК с 2017 года. Базовый временной отрезок при построении временных рядов — 1 неделя. Временные ряды имеют длину в 385 недель. Рассмотрению подлежат наиболее популярные датасеты, временные ряды которых содержат более 40 ненулевых значений (26 536 из 1 млн датасетов). Временные ряды нерегулярны, разрежены, с преобладанием одиночных обращений.

Предобработка включает квантизацию значений для сглаживания распределения и нормализацию, позволяя привести данные к виду, пригодному для подачи в нейросети.

В качестве метода кластеризации используется плотностной метод HDBSCAN. Метод не требует задания числа кластеров заранее. Отправной точкой в сравнительном анализе методов построения эмбедингов временных рядов служит кластеризация в исходном пространстве по расстоянию — DTW (Dynamic Time Warping). Такая кластеризация требует вычисления матрицы попарных расстояний между временными рядами (сложность $O(N^2)$).

Среди методов построения эмбедингов рассматривались следующие: метод главных компонент (PCA), автоэнкодеры (MLP, Bidirectional LSTM), трансформер DistilBERT, библиотека TS2Vec (контрастное обучение). Оценка качества кластеризации демонстрируется с помощью показателя Silhouette score с функцией расстояния DTW.

Эксперименты показали, что построение эмбедингов позволяет существенно упростить выделение кластеров датасетов, сходных по паттерну обращений. По качеству кластеризации наилучшим методом показал себя метод TS2Vec, в то время как метод снижения размерности PCA демонстрирует сравнимое качество.

Среди выделенных кластеров встречаются как кластеры, содержащие точно совпадающие (высокий silhouette score) временные ряды, так и кластеры, содержащие датасеты из различных проектов, но имеющие похожий характер обращений.

Основные аспекты работы представлены в рейтинговом рецензируемом журнале [3].

Перспективы дальнейшего развития включают исследование других методов кластеризации, таких как OPTICS, иерархическая кластеризация, исследование других нейросетевых моделей на основе трансформера для построения эмбедингов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Methodology of Data Popularity Forecasting in High-Energy Physics Experiments on Unbalanced and Irregular Time-series Data / M. A. Grigorieva, N. N. Popova, D. A. Vartanov, M. V. Shubin // Lobachevskii Journal of

Mathematics. 2024. Vol. 45. P. 3072–3084. <https://doi.org/10.1134/S1995080224603771>

[2] J. Paparrizos, F. Yang, H. Li, Bridging the Gap: A Decade Review of Time-Series Clustering Methods // arXiv:2412.20582. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2412.20582>

[3] M. A. Grigorieva, N. N. Popova, M. V. Shubin, Decoding dataset access patterns in high-energy physics through embedding-driven density clustering // International Journal of Modern Physics A. 2025. Vol. 40. 2550173. <https://dx.doi.org/10.1142/S0217751X25501738>

ОТКРЫТАЯ КВАНТОВАЯ МОДЕЛЬ ПРОТОННОЙ ДИНАМИКИ В ВОДОРОДНЫХ СВЯЗЯХ ДНК ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКА ОШИБОК ПЦР

Демина Мария Александровна¹, Кулагин Алексей Владимирович²

¹ Кафедра Суперкомпьютеров и квантовой информатики, факультет Вычислительной математики и кибернетики, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, e-mail: st02220011@gse.cs.msu.ru

² Кафедра Суперкомпьютеров и квантовой информатики, факультет Вычислительной математики и кибернетики, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, e-mail: alexfsu@cs.msu.ru

Водородные связи в комплементарных парах оснований ДНК определяют устойчивость двойной спирали и точность матричного копирования. В условиях ПЦР эти связи многократно разрушаются и восстанавливаются, поэтому представляет интерес исследование протонной динамики при изменении температуры и вероятности перехода пары оснований в редкие таутомерные состояния, способные приводить к ошибочному спариванию [1, 2]. В контексте ПЦР важна оценка факторов, влияющих на вероятность ошибочного состояния [4].

Цель работы состоит в исследовании влияния температурно-зависимой диссипации и изменения эффективного профиля водородной связи на вероятность таутомерного состояния, связанного с риском ошибки ПЦР.

Протон моделируется как подсистема открытой квантовой системы в эффективном двуймном потенциале, соответствующем нормальной и таутомерной конфигурациям. Эволюция матрицы плотности рассматривается в линдбладовской форме в рамках подхода открытых квантовых систем [3]

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_k \gamma_k(T) \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right),$$

где H — эффективный гамильтониан протонной подсистемы, L_k — операторы релаксации и дефазировки, а $\gamma_k(T)$ задают температурную зависимость взаимодействия с окружением.

Температура влияет на релаксацию, потерю когерентности и заселённость состояний, между которыми происходит перенос протона. Изменение геометрии водородной связи, локальные мутации или разъединение цепей могут изменять барьер переноса и влиять на вероятность образования таутомерных форм [1, 2].

В качестве количественной характеристики вводится вероятность нахождения пары оснований в таутомерном состоянии к моменту t^* , соответствующему окончанию стадии отжига:

$$p_{\text{err}}(T) = \text{Tr}(\Pi_{\text{taut}}\rho(t^*; T)),$$

где Π_{taut} — проектор на подпространство таутомерных конфигураций. Величина $p_{\text{err}}(T)$ служит модельной мерой риска ошибки ПЦР.

Таким образом, предложена квантовая модель, объединяющая температурно-зависимую диссипацию, таутомерные переходы и перестройку водородной связи. Новизна подхода состоит в использовании величины $p_{\text{err}}(T)$, определяемой к моменту завершения стадии отжига и позволяющей сопоставлять температурные режимы ПЦР и мутационные сценарии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Proton transfer during DNA strand separation as a source of mutagenic guanine–cytosine tautomers / L. Slocombe, M. Winokan, J. Al-Khalili, M. Sacchi // *Communications Chemistry*. 2022. Vol. 5. Art. 144.
- [2] Inverse Temperature Dependence of Nuclear Quantum Effects in DNA Base Pairs / W. Fang, J. Chen, M. Rossi, Y. Feng, X.-Z. Li, A. Michaelides // *The Journal of Physical Chemistry Letters*. 2016. Vol. 7, No. 11. P. 2125–2131.
- [3] Slocombe L., Sacchi M., Al-Khalili J. An Open Quantum Systems approach to proton tunnelling in DNA // *Communications Physics*. 2022. Vol. 5. Art. 109.
- [4] MIQE 2.0: Revision of the Minimum Information for Publication of Quantitative Real-Time PCR Experiments Guidelines / S. A. Bustin, J. M. Ruijter, M. J. B. van den Hoff, M. Kubista, M. W. Pfaffl, G. L. Shipley, N. Tran, S. Rödiger, A. Untergasser, R. Mueller, T. Nolan, M. Milavec, M. J. Burns, J. F. Huggett, J. Vandesompele, C. T. Wittwer // *Clinical Chemistry*. 2025. Vol. 71, No. 6. P. 634–651.

О ЗАДАЧЕ ТРИКОМИ ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Капустин Николай Юрьевич

Кафедра общей математики, e-mail: n.kapustin@bk.ru

Пусть область D — пятиугольник вида:

$$\{(x, y) : |x-1/2|-1/2 < y < 1, 0 < x < 1\}; D^+ = D \cap \{y > 0\}, D^- = D \cap \{y < 0\}.$$

Рассмотрим в области $D^+ \cup D^-$ параболо-гиперболический оператор

$$Lu(x, y) \equiv \begin{cases} u_x(x, y) - u_{yy}(x, y), & y > 0, \\ u_{xx}(x, y) + au_x(x, y) - u_{yy}(x, y), & y < 0. \end{cases}$$

где a — заданная постоянная. В теории трансрелакционного распространения тепла уравнение с таким оператором называется параболо-гиперболическим уравнением теплопроводности.

Теорема. Пусть функция $u(x, y)$ из класса $C(\overline{D}) \cap C^1(D) \cap C^{1,2}(D^+) \cap C^2(D^-)$, $u(0, 0) = 0$, $Lu(x, y) \in L_p(D)$, $p > 1$. Тогда справедлива оценка

$$\begin{aligned} \|u(x, y)\|_{L_2(D)} + \|u(x, 0)\|_{L_2(0,1)} &\leq C_1 \left(\|Lu(x, y)\|_{L_p(D)} + \right. \\ &\left. + \|u(-y, y)\|_{L_2(-1/2,0)} + \|u(0, y)\|_{L_1(0,1)} + \|u(x, 1)\|_{L_2(0,1)} \right), \end{aligned}$$

в которой положительная постоянная C_1 не зависит от функции $u(x, y)$.

Результат соответствует задаче Трикоми. При $a = 0$ для однородного уравнения, нулевых граничных данных на верхней стороне квадрата и левой характеристике спектральным методом получена теорема существования и единственности решения в случае принадлежности начальной функции классу Гельдера. Также уточнена априорная оценка в L_p [1-2].

Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Капустин Н. Ю. К теории обобщенного параболо-гиперболического уравнения теплопроводности // Дифференц. уравнения. 1996. Т. 32, № 3. С. 375–383.
- [2] Моисеев Е. И., Капустин Н. Ю. Об оценке решения одной задачи для параболо-гиперболического уравнения с помощью рядов Фурье // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39. № 5. С. 656–662.

БАЗИСНОСТЬ РИССА СО СКОБКАМИ СИСТЕМЫ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С СИНГУЛЯРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА ГРАФЕ-ЗВЕЗДЕ

Садовничая Инна Викторовна¹, Зуев Кирилл Петрович²

¹ Кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

² Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: kizuev02@gmail.com

Рассматривается простейший квантовый граф, а именно граф-звезда с тремя ребрами одинаковой длины π . На каждом из ребер задан оператор Штурма-Лиувилля, порожденный дифференциальным выражением

$$l(h) = -h'' + q(x)h$$

и краевыми условиями Дирихле. Потенциал предполагается сингулярным: $q = u'$, $u \in L_2[0, \pi]$.

В свободных концах поставим условия Дирихле: $h_1(0) = h_2(0) = h_3(0) = 0$, а в общей вершине — условие непрерывности $h_1(\pi) = h_2(\pi) = h_3(\pi)$ и условие Кирхгофа $h_1^{[1]}(\pi) + h_2^{[1]}(\pi) + h_3^{[1]}(\pi) = 0$.

Здесь через $h^{[1]} = h' - uh$ обозначена квазипроизводная. В случае нулевого потенциала считаем $u = 0$, где u — первообразная потенциала, тогда квазипроизводная, очевидно, совпадает с обычной: $h^{[1]} = h'$. Заметим, что спектральную задачу на графе можно свести к системе

$$-h'' + q(x)h = \lambda h,$$

где $h = (h_1, h_2, h_3)^T$, $q = \text{diag}\{q_1, q_2, q_3\}$.

В работах [1]–[2] были получены асимптотические формулы для собственных значений и собственных функций оператора. Настоящий доклад посвящен вопросам базисности Рисса системы собственных и присоединенных функций.

Теорема 1. Пусть L_u — оператор, порожденный дифференциальным выражением $\ell(h)$, где $\ell(h) = -(h^{[1]})' - uh^{[1]} - u^2h$, и краевыми условиями

$$h_1(0) = h_2(0) = h_3(0) = 0, h_1(\pi) = h_2(\pi) = h_3(\pi), h_1^{[1]}(\pi) + h_2^{[1]}(\pi) + h_3^{[1]}(\pi) = 0.$$

Здесь $u = \text{diag}\{u_1, u_2, u_3\}$, $q_k = u'_k$ и $u_1 = u_2 = u_3 = u$. Тогда система собственных и присоединенных функций оператора образует базис Рисса в пространстве $\mathfrak{H} = L_2[0, \pi] \oplus L_2[0, \pi] \oplus L_2[0, \pi]$.

Теорема 2. Пусть теперь $u = \text{diag}\{u_1, u_2, u_3\}$, $q_k = u'_k$, причем функции u_1 , u_2 , и u_3 могут быть различны. Тогда имеет место базисность Рисса системы корневых подпространств, выбранных специальным образом в соответствии с асимптотическим поведением собственных значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зуев К. П. Асимптотики собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с сингулярным потенциалом на графе-звезде. I // Дифференциальные уравнения. 2025. Т. 61, № 2. С. 162—176.
- [2] Зуев К. П. Асимптотики собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с сингулярным потенциалом на графе-звезде. II // Дифференциальные уравнения. 2025. Т. 61, № 3. С. 293—304.

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ СЛЕД ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С ДЕЛЬТА-ПОТЕНЦИАЛОМ И СДВИГОМ В АРГУМЕНТЕ

Савчук Артем Маркович¹, Северцов Станислав Александрович²

¹ Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: savchuk@cosmos.msu.ru

² Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: stas.severtsov@mail.ru

В пространстве $L_2[0, \pi]$ рассматривается оператор L , порожденный дифференциальным выражением

$$l(y) = -y''(x) + q(x)y(x - b), \quad x \in [0, \pi],$$

и краевыми условиями Дирихле $y(0) = y(\pi) = 0$. При этом, мы продолжаем функции $y(x)$ нулем за пределы отрезка $[0, \pi]$, т.е. $l(y)(x) = -y''(x)$ при $x \in (0, b)$. Наш потенциал $q(x)$ является сингулярным, а именно, $q(x)$ — произвольная комплексная функция из соболевского пространства $W_2^{-1}[0, \pi]$. Через $u(x) \in L_2[0, \pi]$ мы обозначаем обобщенную первообразную потенциала (выбор константы интегрирования не важен). В нашей недавней работе [1] мы дали корректное определение такого оператора (с произвольными регулярными по Биркгофу краевыми условиями) и изучили некоторые его спектральные свойства (дали оценки на норму резольвенты, нашли короткие асимптотические формулы для собственных значений, а в случае сильной регулярности краевых условий — и для собственных функций, доказали базисность Рисса системы нормированных собственных и присоединенных функций).

В докладе речь пойдет о задаче вычисления регуляризованного спектрального следа первого порядка для дельтообразных потенциалов $q(x)$.

Теорема 1. Пусть $q(x) = \delta_a(x)$, где $0 < b < a < \pi$, или $q(x) = \delta_a(x) + \delta_{a+b}(x)$, где $0 < b < a < a + b < \pi$. Пусть λ_n — собственные значения оператора L , а $\lambda_n^0 = n^2$ — собственные значения невозмущенного оператора. Тогда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n - \lambda_n^0) = 0,$$

где ряд суммируется методом средних или методом Абеля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Савчук А. М., Северцов С. А. Операторы Штурма–Лиувилля с сингулярным потенциалом со сдвигом в аргументе// Дифференциальные уравнения. 2026. Т. 62, № 2.

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ СЛЕД ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С ПОТЕНЦИАЛОМ ИЗ КЛАССА ЗАРЯДОВ НА ГРАФЕ-ЕЖЕ

Савчук Артем Маркович¹, Кузнецов Егор Дмитриевич²

¹ Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: savchuk@cosmos.msu.ru

² Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: egorka.kuz@yandex.ru

Рассматривается квантовый граф, а именно граф с одной центральной вершиной и произвольным конечным числом $d \geq 3$ ребер одинаковой длины π , исходящими из данной вершины. На каждом из ребер задан оператор Штурма–Лиувилля, порожденный дифференциальным выражением

$$l(h) = -h'' + q_\nu(x)h, \quad \nu = 1, \dots, d,$$

и краевым условием Дирихле в концевой вершине $h_1(0) = \dots = h_d(0) = 0$. Потенциал предполагается комплекснозначным зарядом: $q_\nu = u'_\nu$, u_ν — функции ограниченной вариации с нормировкой $u_\nu(\pi) = 0$, $\nu = 1, \dots, d$. В центральной вершине ставятся условия непрерывности и условие Кирхгофа.

Здесь через $h^{[1]} = h' - uh$ обозначена квазипроизводная. В случае нулевого потенциала считаем $u = 0$, где u — первообразная потенциала, тогда квазипроизводная совпадает с обычной: $h^{[1]} = h'$. Мы находим собственные значения λ_n^0 невозмущенного оператора (они совпадают с квадратами натуральных чисел, причем четным числам отвечают собственные значения кратности $d - 1$) и его резольвенту. Используя известные результаты из теории возмущений мы получаем асимптотические формулы для собственных значений оператора: $\lambda_n = \lambda_n^0 + o(1)$ при $n \rightarrow \infty$ и утверждение об отсутствии дефекта нумерации.

В докладе мы рассмотрим регуляризованный спектральный след:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n - \lambda_n^0 - b_n), \quad b_n = -\frac{k}{\pi} \int_0^\pi \sum_{\nu=1}^d u_\nu(x) \sin(kx) dx,$$

где $n = d(k - 1) + 1$ для нечетных k и $n \in [d(k - 1) + 2, dk]$ для четных k . Оказывается, что ряд сходится при правильной расстановке скобок: надо искать предел частичных сумм S_N по подпоследовательности $N = 1, d, d + 1, 2d, \dots$. Наш основной результат состоит в вычислении суммы ряда — оказывается, она равна $-\frac{1}{8} \sum_{j,\nu} h_{j,\nu}^2$, где $h_{j,\nu}$ — величины всех скачков функции $u_\nu(x)$.

Работа авторов с результатом для $d = 3$ находится в печати (см. [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кузнецов Е. Д., Савчук А. М. Формула регуляризованного следа для оператора Штурма–Лиувилля с сингулярным потенциалом на трехзвенном графе // Дифференциальные уравнения. 2026.

НЕКОТОРЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С БОЛЬШИМ ПАРАМЕТРОМ

Емельянов Дмитрий Павлович

Кафедра общей математики, e-mail: emelianov@cs.msu.ru

Рассматриваются решения однородного уравнения

$$(p(x)y'(x))' - (q(x) + \pi^2 k^2)y(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

в котором коэффициенты $q(x)$ и $p(x)$ — аналитические функции на отрезке $[0, l]$ вещественной прямой, причём $q(x), p(x) \geq 0$ на $[0, l]$. Также предполагается, что функция $p(x) > 0$ при $0 < x < l$, то есть уравнение может вырождаться на концах отрезка.

Поставлена задача выявить общие закономерности, позволяющие получать асимптотики решений этого уравнения при $k \rightarrow +\infty$ в зависимости от функции $p(x)$. Была доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть выполнены выше приведённые условия на коэффициенты уравнения (1) и пусть $y(x)$ — его решение на интервале $(0, l)$, причём при всех $k \in \mathbb{N}$ существует

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{y'(x)}{y(x)} \cdot \frac{\sqrt{p(x)}}{\pi k} = 1 + \underline{O}\left(\frac{1}{k}\right).$$

Тогда имеет место асимптотическая формула

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = \frac{\pi k}{\sqrt{p(x)}} \left(1 + \underline{O}\left(\frac{1}{k}\right) \right), \quad k \rightarrow +\infty,$$

равномерно по $x \in (0, l)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Емельянов Д. П., Ломов И. С. Использование рядов Пуассона в аналитической теории нерегулярно вырождающихся эллиптических дифференциальных операторов // Дифференциальные уравнения. М. : ФГБУ «Издательство «Наука», 2021. Т. 57, № 5. С. 655–672.
- [2] Емельянов Д. П. Эллиптические дифференциальные операторы с аналитическими коэффициентами и линейным вырождением // Дифференциальные уравнения. М. : ФГБУ «Издательство «Наука», 2022. Т. 58, № 5. С. 607–627.

ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аристов Анатолий Игоревич

Кафедра общей математики, e-mail: ai_aristov@mail.ru

Работа посвящена исследованию модельного уравнения

$$\frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = f(u),$$

описывающего нестационарные процессы в полупроводниковой среде. Здесь $f(\cdot)$ — фиксированная функция одного аргумента.

Проведен групповой анализ этого уравнения: построены допускаемые им инфинитезимальные операторы и классифицированы в соответствии с видом функции $f(\cdot)$. С их помощью построены инвариантные решения. В простейшие решения внесены свободные параметры.

Работа подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Свешников А. Г., Альшин А. Б., Корпусов М. О., Плетнер Ю. Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М. : Физматлит, 2007.
- [2] Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М. : Физматлит, 2005.
- [3] Ибрагимов Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. М. : Физматлит, 2012.

ЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С ПРОИЗВОДНОЙ ГЕРАСИМОВА–КАПУТО

Костин Андрей Борисович, Макаров Степан Дмитриевич

Кафедра общей математики, e-mail: abkostin@yandex.ru, leofeen@yandex.ru

Для линейной системы уравнений дробного порядка с неизвестной правой частью изучается обратная задача о нахождении источника. Рассмотрен случай конечномерного унитарного пространства U . Доказаны критерии разрешимости этой обратной задачи как для диагонализуемого оператора, так и для произвольного линейного оператора в U . Получены результаты, которые являются новыми даже для такой простейшей ситуации. Отметим также близкие

по постановке работы, посвящённые обратным задачам для уравнений первого и второго порядков [1-3].

В унитарном пространстве $U = \mathbb{C}^n$ со стандартным скалярным произведением рассмотрим задачу о нахождении пары $y \in AC([0, T], U)$ и $p \in U$ из следующих условий

$$(D_t^\alpha y)(t) = Ay(t) + \Phi(t)p, \quad t > 0, \quad y(0) = y^0, \quad (1)$$

$$y(T) = y^1, \quad (2)$$

где заданными являются: $\alpha \in (0, 1)$; $A = (a_{ij})$ — $n \times n$ матрица, $a_{ij} \in \mathbb{C}$; столбцы $y^0, y^1 \in U$; $\Phi(t) = (\varphi_{ij}(t))$ — $n \times n$ матрица, $\varphi_{ij} \in C([0, T], \mathbb{C})$. Производную Герасимова–Капуто порядка α от функции y обозначаем $D_t^\alpha y$. Если элемент $p \in U$ известен, то решение прямой задачи (1) в классе $y \in AC([0, T], U)$ существует, единственно и справедлива формула

$$y(t) = E_{\alpha, 1}(t^\alpha A)y^0 + \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}((t - \tau)^\alpha A)\Phi(\tau)p d\tau,$$

где $E_{\alpha, \beta}$ — обобщённая функция Миттаг–Леффлера [4].

Ниже черта обозначает комплексное сопряжение, а звёздочка — переход к сопряжённой матрице.

Теорема. Пусть матрица A диагонализуема; $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ — её собственные значения; $e_1, \dots, e_n$ — базис в U из собственных векторов матрицы A^* , отвечающих собственным значениям $\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_n$; а λ_0 — фиксированное число из резольвентного множества матрицы A . Определим систему элементов пространства U по правилу

$$\psi_k = (\bar{\lambda}_k - \bar{\lambda}_0) \int_0^T (T - \tau)^{\alpha-1} \Phi^*(\tau) E_{\alpha, \alpha}((T - \tau)^\alpha A^*) e_k d\tau, \quad k = 1, \dots, n.$$

Решение обратной задачи (1), (2) единственно тогда и только тогда, когда система $\psi_1, \dots, \psi_n$ образует базис в U .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Эйдельман Ю. С. Двухточечная краевая задача для дифференциального уравнения с параметром // Докл. АН УССР. Сер. А. 1983. № 4. С. 15–18.
- [2] Тихонов И. В., Эйдельман Ю. С. Единственность решения двухточечной обратной задачи для абстрактного дифференциального уравнения с неизвестным параметром // Дифференц. уравн. 2000. Т. 36, № 8. С. 1132–1133.
- [3] Prilepko A. I., Orlovsky D. G., Vasin I. A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. New York: Marcel Dekker, 2000. 709 p.
- [4] Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. Fractional integrals and fractional derivatives. Theory and applications of fractional differential equations. Amsterdam: Elsevier B.V. 2006. 207 p.

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С РАЗРЫВОМ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

Коровкин Илья Валерьевич, Костин Андрей Борисович

Кафедра общей математики, e-mail: ilyuska.k@gmail.com, abkostin@yandex.ru

В работе [1] на примере задачи Дирихле для уравнения Лапласа изучался вопрос о скорости приближения решения в метрике Хаусдорфа к простейшей разрывной граничной функции. Естественным обобщением задачи является рассмотрение граничных функций с конечным множеством точек разрыва первого рода. Этому и посвящена настоящая работа.

Напомним постановку задачи Дирихле для уравнения Лапласа в верхней полуплоскости $\Pi^+ = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$ с непрерывной граничной функцией φ : найти функцию $u = u(x, y)$, удовлетворяющую условиям

$$\Delta u = 0, \quad (x, y) \in \Pi^+, \quad (1)$$

$$\lim_{\Pi^+ \ni (x, y) \rightarrow (\zeta, 0)} u(x, y) = \varphi(\zeta), \quad \zeta \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

В стандартном курсе уравнений математической физики доказывается (см., например, [2]), что для любой функции $\varphi \in C(\mathbb{R}) \cap B(\mathbb{R})$ существует решение $u \in C^2(\Pi^+) \cap C(\overline{\Pi}^+) \cap B(\Pi^+)$, которое будет единственным в этом классе. При указанных предположениях относительно граничной функции φ упомянутое решение задаётся формулой Пуассона

$$u(x, y) = \frac{y}{\pi} \int_{\mathbb{R}} \frac{\varphi(\xi)}{(\xi - x)^2 + y^2} d\xi, \quad (x, y) \in \Pi^+. \quad (3)$$

Наш результат показывает, что формула Пуассона даёт решение для более широкого класса граничных функций, допускающих разрывы.

Теорема. Пусть $\varphi \in B(\mathbb{R})$ и непрерывна на $\mathbb{R}$ всюду, за исключением конечного множества точек $\{a_1, \dots, a_N\}$. Тогда существует и притом единственная гармоническая и ограниченная в Π^+ функция u , удовлетворяющая (2) для всех $\zeta \in \mathbb{R} \setminus \{a_1, \dots, a_N\}$, которая может быть найдена по формуле (3).

Отметим, что задача в ограниченной области с разрывной граничной функцией обсуждается, например, в [2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kostin A. B., Sherstyukov V. B. Application of the Hausdorff Metric in Model Problems with Discontinuous Functions in Boundary Conditions // J. Math. Sci. 2023. Vol. 274, №1. P. 511–522.
- [2] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М. : Изд-во МГУ; Изд-во «Наука», 2004. 798 с.

- [3] Привалов И. И. Субгармонические функции. М.; Л.: ОНТИ НКТП СССР, Главная редакция технико-теоретической литературы, 1937. 200 с.

СТРУКТУРНАЯ АТАКА НА СХЕМУ ПОДПИСИ PQSIGRM ДЛЯ ОРИГИНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Рубенков Андрей Дмитриевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: adrubenkov@gmail.com

Схема подписи pqsigRM [1], построенная на модификации кодов Рида–Маллера, была подана на дополнительный раунд конкурса стандартизации NIST и на корейский конкурс KpqC. Открытый ключ задается матрицей $G_{\text{pub}} = M \cdot G_{\sigma_1, \sigma_2}(r, m) \cdot \gamma$, где $G_{\sigma_1, \sigma_2}(r, m)$ — порождающая матрица кода семейства PQRМ(r, m), имеющая блочную 4×4 структуру на основе кодов Рида–Маллера, M — невырожденная матрица, γ — подстановка, а σ_1, σ_2 — подстановки внутри блоков. Задача криптоаналитика — восстановить параметры секретного ключа по G_{pub} .

Ранее в [2] была построена структурная атака на основе возведения в степень Адамара, применимая при $2r < m - 2$. Однако параметры, предлагаемые авторами [1], не удовлетворяют этому условию. В настоящей работе строится атака, не имеющая ограничений на размерности кода, что позволяет атаковать все предлагаемые параметры, в том числе оригинальные.

Ключевая идея состоит в анализе оболочки кода $\text{hull}(\mathcal{C}) = \mathcal{C} \cap \mathcal{C}^\perp$. Получен явный вид оболочки кода PQRМ(r, m), который сохраняет блочную структуру исходного кода. В частности, в блоках 2 и 3 оболочки содержится код $\mathcal{RM}(\min(r-1, m-r-2), m-2)$ с фиксированным и предсказуемым числом слов минимального веса. В остальных блоках лежат попарные пересечения кодов вида $\mathcal{RM}(r', m-2)^{\sigma'}$ и $\mathcal{RM}(r'', m-2)^{\sigma''}$ для различных подстановок, содержащие существенно меньше таких слов. Это свойство позволяет по набору слов минимального веса оболочки статистически выделить носитель блоков 2 и 3.

Далее исходный код укорачивается по найденному носителю, а его произведение Адамара с дуальным укороченным кодом дает возможность разделить блоки 1 и 4. После разделения всех блоков применяется преобразование Гаусса, приводящее матрицу к верхнему блочно-треугольному виду, и к диагональным блокам применяется атака на коды Рида–Маллера [3]. Завершающий этап — очистка блоков выше диагонали при помощи декодирования [2] — полностью восстанавливает секретный ключ.

Сложность атаки определяется двумя наиболее трудоемкими этапами: поиском слов минимального веса в оболочке и восстановлением структуры кодов Рида–Маллера на диагонали. Для параметров $(r, m) = (5, 11)$, предлагаемых авторами [1], практическая реализация раскрывает секретный ключ за 5–7

часов на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-13700H без параллелизации. Таким образом, сложность атаки эквивалентна сложности атаки на криптосистему непосредственно на кодах Риды–Маллера, что показывает отсутствие дополнительной защищенности предлагаемой модификации.

Автор выражает благодарность И. В. Чижову за постановку задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Modified pqsigRM: RM Code-Based Signature Scheme / Y. Lee, W. Lee, Y. S. Kim, J.-S. No // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 177506–177518.
- [2] Рубенков А. Д., Чижов И. В. Эффективная структурная атака на схему пост-квантовой подписи pqsigRM // XIV симпозиум «Современные тенденции в криптографии» (CTCrypt 2025). 2025. С. 478–496.
- [3] Бородин М. А., Чижов И. В. Эффективная атака на криптосистему Мак-Элиса, построенную на основе кодов Риды–Маллера // Дискрет. математика. 2014. Т. 26, № 1. С. 10–20.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЧЕСТВА ДАННЫХ ДЛЯ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Порывай Максим Викторович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: maximporyvay@yandex.ru, dnamiot@gmail.com

Актуальность. Современные системы машинного обучения все активнее внедряются в критически важные процессы — от управления промышленными объектами до медицинской диагностики и систем автономного вождения. Во всех перечисленных областях модели машинного обучения функционируют в режиме реального времени, непрерывно обрабатывая входящие потоки данных и формируя прогнозы с минимальной задержкой. В этих условиях качество данных, поступающих на вход модели, становится определяющим фактором надежности, точности и стабильности всей системы. Между тем вопросы систематической оценки и обеспечения качества данных именно в потоковом режиме остаются недостаточно проработанными как в теоретическом, так и в практическом плане.

Качество данных в системах реального времени. Системы реального времени накладывают жесткие ограничения на процесс контроля качества данных. Во-первых, проверка должна осуществляться с минимальной задержкой. Во-вторых, данные поступают непрерывным потоком, что исключает возможность полного перебора набора данных и требует инкрементальных методов вычисления метрик качества. В-третьих, характеристики данных могут эволюционировать со временем — явление, известное как дрейф данных, — что требует адаптивных механизмов мониторинга с динамическими порогами срабатывания [1]. Эти ограничения делают неприменимыми многие классические подходы к оценке качества данных.

Классификация методов оценки качества потоковых данных. В работе рассматриваются основные группы методов, применяемых для определения качества данных в потоковых системах машинного обучения. Первая группа — методы статистического мониторинга распределений, основанные на сравнении текущего распределения признаков с эталонным распределением. К ним относятся, например, расчет индекса стабильности популяции и вычисление дивергенции Кульбака–Лейблера [2]. Вторая группа — методы, основанные на декларативном задании наборов правил и ограничений для признаков: допустимые типы, диапазоны значений, межпризнаковые зависимости [3]. Третья группа — методы автоматического обнаружения аномалий в потоке данных, основанные на алгоритмах обучения без учителя, таких как Isolation Forest [4], и их потоковых модификациях. Эти методы полезны для выявления нетипичных экземпляров данных, которые могут свидетельствовать о сбоях в источниках данных, атаках или изменениях внешней среды. Четвертая группа — подходы, основанные на вычислениях статистик в непересекающихся/скользящих временных окнах [5].

Агрегирование приведенных типов метрик позволяет формировать комплексный «индекс здоровья данных» и использовать его для автоматического реагирования на проблемы с данными в реальном времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bayram F., Ahmed B. S., Kassler A. From concept drift to model degradation: an overview on performance-aware drift detectors // Knowledge-Based Systems. 2022, T. 245, № C.
- [2] Kurian J. F., Allali M. Detecting drifts in data streams using Kullback-Leibler (KL) divergence measure for data engineering applications // Journal of Data, Information and Management. 2024. T. 6., № 3., C. 207–216.
- [3] Multivariate time-series anomaly detection based on enhancing graph attention networks with topological analysis // Z. Liu, X. Huang, J. Zhang, Z. Hao, L. Sun, H. Peng // In Proceedings of the 33rd ACM International Conference on Information and Knowledge Management. 2024. C. 1555–1564.
- [4] Deep isolation forest for anomaly detection / H. Xu, G. Pang, Y. Wang, Y. Wang // IEEE transactions on knowledge and data engineering. 2023. T. 35, № 12, C. 12591–12604.
- [5] Zhang H., Xuzhong J., Chen C. Deep learning-based real-time data quality assessment and anomaly detection for large-scale distributed data streams // International Journal of Medical and All Body Health Research. 2024. T. 6, C. 1-11.

МОДЕЛЬ СЕРВИСОВ СЕТЕВОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ БЛИЗОСТИ: ОТ ПРИМИТИВОВ К ПРОГРАММНОЙ ПЛАТФОРМЕ

Макаров Артём Владимирович¹, Намиот Дмитрий Евгеньевич²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: artmakar01@mail.ru

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: dnamiot@gmail.com

Во многих цифровых сервисах, зависящих от местоположения пользователя, важны не точные географические координаты, а факт нахождения рядом с объектом, местом или другим устройством [1]. В работе рассматривается класс сервисов сетевой пространственной близости, в которых пространственный контекст задается обнаружением и идентификацией беспроводных узлов [1, 2]. Видимость узла, его идентификатор, длительность присутствия в зоне радиовидимости и параметры сигнала трактуются как события прикладного уровня, на основе которых могут строиться пользовательские сервисы [2, 3].

Такой подход позволяет отказаться от GPS, мобильного интернета и постоянного клиент-серверного взаимодействия. Пространственная близость определяется через видимость беспроводных интерфейсов и потому может быть не только статической, но и динамической: «место» в системе может программно создаваться, перемещаться вместе с носителем и исчезать после завершения сценария [1, 4].

В качестве основы предлагается модель, включающая набор универсальных примитивов: `fingerprint`, `broadcast`, `subscribe`, `presence`, `sendTo/receivedFrom`, `openChannel`, `measureDistance`. Они задают минимально необходимый уровень абстракции для фиксации сетевого окружения, обнаружения объектов поблизости, обмена сообщениями и оценки расстояния. Тем самым отдельные сервисы трактуются как композиции одних и тех же базовых операций [3, 5, 6].

С точки зрения реализации примитивы могут быть построены на основе существующих механизмов мобильных платформ и беспроводных технологий: Wi-Fi Direct, Wi-Fi Aware, Wi-Fi RTT, BLE, NSD, Multipeer Connectivity и др. [4, 5, 6]. Это позволяет предоставить разработчику единый программный интерфейс и перейти от разрозненных proximity-сценариев к расширяемой программной платформе для систематического проектирования сервисов сетевой пространственной близости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Namiot D., Sneps-Snepp M. Geofence and Network Proximity // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networking. NEW2AN 2013, ruSMART 2013. Lecture Notes in Computer Science. 2013. Vol. 8121. P. 117–127.

- [2] Намиот Д. Е. Сетевая пространственная близость между мобильными устройствами // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 1. С. 80–85.
- [3] Namiot D., Sneps-Snepp M. On Content Models for Proximity Services // 2019 24th Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2019. P. 277–284.
- [4] Намиот Д. Е. Wi-Fi Direct как технологическая основа для гипер-локального интернета // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8, № 6. С. 77–82.
- [5] Намиот Д. Е. О программировании для сервисов на основе близости // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8, № 3. С. 47–54.
- [6] Namiot D., Sneps-Snepp M. On the New Architecture of Location-Based Services // 2021 29th Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2021. P. 254–260.

АВТОНОМНАЯ НАВИГАЦИЯ КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ: МЕТОД РОБАСТНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ

Аграновский Марат Антонович, Сухомлин Владимир Александрович¹,
Яковлев Константин Сергеевич²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: agrinscience@gmail.com, sukhomlin@mail.ru

² ФИЦ ИУ РАН, e-mail: k.yakovlev@spbu.ru

Киберфизические системы (КФС), в частности беспилотные автомобили, могут быть уязвимы к атакам на каналы связи и подмене навигационных данных. В условиях компрометации внешнего управления мобильному агенту необходима бортовая подсистема автономной навигации, например, для гарантированного перехода в безопасное состояние (экстренной остановки). Реализация такой подсистемы сводится к фундаментальной задаче робототехники — планированию траекторий движения с кинематическими ограничениями. Среди множества подходов к её решению выделяется графовый поиск по предварительно вычисленным шаблонам движений (*примитивам*) [1, 2], который является детерминированным и обеспечивает строгие математические гарантии, что критически важно для безопасного программного обеспечения.

Генерация примитивов движения. Движение мобильного агента описывается кинематикой велосипедного типа с вектором состояния (x, y, θ, κ) , включающим координаты, угол направления и кривизну траектории. Далее генерируются *примитивы движения* — короткие кинематически выполнимые фрагменты пути между заданными состояниями. Они строятся на основе кривых кубической кривизны [3], удовлетворяющих уравнению:

$$\kappa(s) = \kappa_0 + as + bs^2 + cs^3, \quad (1)$$

где s — длина пройденной дуги, а параметры a, b, c подбираются численными методами. Данное уравнение гарантирует непрерывность производной кривизны и плавность управляющего момента на рулевом колесе.

Поиск пути на графе. Рабочее пространство накрывается регулярной сеткой, а непрерывный угол θ ограничивается конечным набором значений, образуя пространство дискретных состояний. Для обеспечения переходов в каждое из них копируется заранее вычисленный набор примитивов, образуя граф — решётку состояний. Итоговая непрерывная траектория формируется как цепочка состыкованных примитивов, то есть путь в этом графе, поиск которого осуществляется детерминированным алгоритмом A^* [4].

Поскольку элементы графа вычисляются на этапе инициализации, онлайн-планирование требует минимума ресурсов. Агент физически не способен выполнить маневр, не заложенный в структуру графа, что позволяет безопасно функционировать при отказе внешних сенсоров.

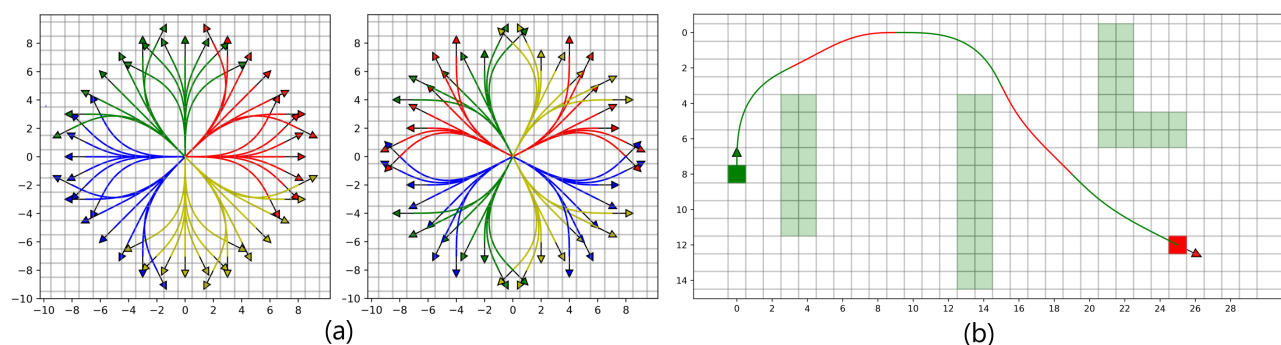


Рис. 1: Предварительно вычисленный набор примитивов, по 7 шаблонов для 16 направлений (а), и пример траектории, построенной на их основе (б).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Pivtoraiko M., Kelly A. Efficient constrained path planning via search in state lattices // International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics, and Automation in Space. Munich, Germany, 2005. P. 1–7.
- [2] Pivtoraiko M., Knepper R. A., Kelly A. Differentially constrained mobile robot motion planning in state lattices // Journal of Field Robotics. 2009. Vol. 26, № 3. P. 308–333.
- [3] Nagy B., Kelly A. Trajectory generation for car-like robots using cubic curvature polynomials // Field and Service Robots. 2001. Vol. 11. P. 479–490.
- [4] Hart P. E., Nilsson N. J., Raphael B. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths // IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics. 1968. Vol. 4, № 2. P. 100–107.

АРХИТЕКТУРА ЗАЩИТЫ АГЕНТНЫХ СИСТЕМ ОТ УЯЗВИМОСТЕЙ И АТАК В РЕЖИМЕ ИСПОЛНЕНИЯ

Лю Хайлинь¹, Ильюшин Евгений Альбинович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: hereishailin@outlook.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: e.ilyushin@cs.msu.ru

В агентных системах LLM не только генерирует текст, но и инициирует привилегированные действия через инструменты (файловая система, сеть, API), что превращает ошибки инструкций в реальные побочные эффекты. Промпт-инъекция нарушает границу между данными и управляющими инструкциями, особенно при косвенном воздействии через внешние источники, поэтому защита должна обеспечиваться на уровне исполнения и контекста, а не только текстовой фильтрации.

Промпт-инъекция на агентную систему — это атака, при которой злоумышленник внедряет в поступающие текстовые или средовые данные скрытые управляющие инструкции, изменяющие поведение агента. В результате агент, опираясь на модифицированный контекст, с ненулевой вероятностью отклоняется от исходной цели, выполняет нежелательные действия либо нарушает политики доступа и конфиденциальности.

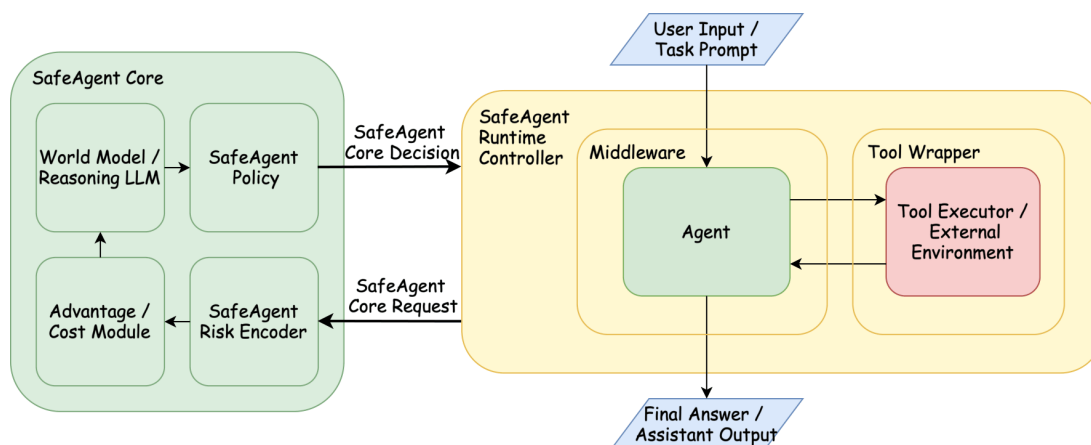


Рис. 1: Обзор системы SafeAgent.

Мы предлагаем SafeAgent как разделённую архитектуру для агентных рабочих процессов. Контроллер управляет циклом агента и потоком данных в сессии: нормализует события, регулирует траекторию и формирует запрос к ядру, изолируя привилегированные интерфейсы от недоверенного текста. Ядро выступает внешним модулем принятия решений: аномалии контекста кодируются в латентном пространстве риска $z_t = \Phi(x_t, s_t)$, где x_t — текущие наблюдаемые артефакты, s_t — состояние. На каждом шаге ядро выбирает допустимое вмешательство и действие a_t с учётом жёстких ограничений, а память согласованно обновляется $s_{t+1} = \mathcal{M}(s_t, z_t, a_t)$.

Мы оцениваем SafeAgent на бенчмарке Agent Safety Benchmark (ASB) [1], ориентированном на агентов с вызовами инструментов, и рассматриваем: прямую (DPI) и косвенную (IPI) инъекцию. В качестве текстовых базовых защит сравниваем Llama Guard [2] и LLM Guard [3]. Метрики следуют [1].

Method	PNA ↑	DPI ASR ↓	DPI NRP ↑	IPI ASR ↓	IPI NRP ↑
No Defense	0.8431	0.7627	0.2001	0.8054	0.1641
Llama Guard	0.7843	0.5510	0.3522	0.6858	0.2464
LLM Guard	0.7451	0.7588	0.1797	0.7941	0.1534
SafeAgent	0.7451	0.4186	0.4332	0.2936	0.5263

Таблица 3: Результаты ASB при прямой и косвенной промпт-инъекции.

Как показано в таб. 3, SafeAgent снижает ASR в обоих сценариях, особенно при косвенной инъекции, без существенного снижения доли успешного выполнения целевых задач (PNA). Результаты показывают, что для агентных задач необходимы защитные механизмы, основанные на управлении потоком исполнения и семантикой инструментальных вызовов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zhang H., Huang J., Mei K., et al. Agent Security Bench (ASB): Formalizing and Benchmarking Attacks and Defenses in LLM-based Agents // arXiv:2410.02644 [cs], 2024. URL: <https://arxiv.org/abs/2410.02644>.
- [2] Inan H., Upasani K., Chi J., et al. Llama Guard: LLM-based Input-Output Safeguard for Human-AI Conversations // arXiv:2312.06674 [cs], 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2312.06674>.
- [3] Protect AI. LLM Guard: Security Toolkit for LLM Interactions (документация). URL: <https://protectai.github.io/llm-guard/>.

ОГРАНИЧЕНИЕ ВХОДНЫХ ГРАДИЕНТОВ КАК МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ОБОБЩАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ДЕТЕКТОРОВ СИНТЕТИЧЕСКОЙ РЕЧИ

Терёхина Ирина Юрьевна, Пак Юлия Руслановна

Кафедра информационной безопасности, e-mail: iteryokhina@cs.msu.ru, pjulie717119@gmail.com

Детекторы синтетической речи подвержены проблеме shortcut learning: они полагаются на артефакты, содержащиеся не в речи, а в окружающей ее тишине [1]. Ранее в работах [2] предлагалось решить проблему разделением сигнала на шумовую и речевую компоненты с помощью моделей Demucs и SepFormer, однако такие методы ресурсоемки и могут внести артефакты в сигнал.

В настоящей работе предлагается альтернативный подход, заключающийся в адаптации метода Right for the Right Reasons [3]. Метод RRR состоит в применении функции потерь с регуляризацией, уменьшающей энергию градиентов в областях тишины, обнаруженных с помощью VAD [4]. В отличие от методов работы [2], RRR воздействует только на процесс обучения модели и не модифицирует входные данные. Описанный подход выражается формулой (1):

$$L(\theta) = L_{CE}(y, \hat{y}) + \lambda_1 \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\| A_n \odot \nabla_{x_n} \sum_{k=1}^K \log(\hat{y}_{nk}) \right\|_2^2 \quad (1)$$

Эффективность предложенного подхода была подтверждена экспериментами для модели архитектуры RawNet2 [5] и набора данных ASVspoof 2019 [6]. Несмотря на связанное с отказом от shortcut-признаков снижение EER на валидационном подмножестве (dev) с 0.028 до 0.045, на тестовом подмножестве (eval), содержащем ранее неизвестные атаки, наблюдается рост робастности: точность обнаружения сложной атаки A17 повысилась на 13.2%. Точность определения подлинной речи в выборках dev и eval выросла на 1.9% и 1.6% соответственно.

Энергия градиентов в зонах тишины снизилась на 3–4 порядка, при этом распределения энергий между речевыми и неречевыми сегментами полностью разделились. Таким образом, полученная с помощью RRR модель способна сосредоточиться на речи без применения технологий VAD, шумоподавления и разделения источников звука.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Li M., Ahmadiadli Y., Zhang X.-P. A survey on speech deepfake detection // ACM Computing Surveys. 2025. T. 57, № 7. С. 1–38.
- [2] Listening between the lines: Synthetic speech detection disregarding verbal content / D. Salvi, T.S. Balcha, P. Bestagini, S. Tubaro // 2024 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing Workshops (ICASSPW). IEEE, 2024. С. 883–887.
- [3] Ross A. S., Hughes M. C., Doshi-Velez F. Right for the right reasons: training differentiable models by constraining their explanations // Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2017. С. 2662–2670.
- [4] Ramirez J., Górriz J. M., Segura J. C. Voice activity detection. Fundamentals and speech recognition system robustness // Robust speech recognition and understanding. 2007. T. 6. №. 9. С. 1–22.
- [5] End-to-end anti-spoofing with RawNet2 / H. Tak, J. Patino, M. Todisco, A. Nautsch, N. Evans, A. Larcher // ICASSP 2021-2021 IEEE International

Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2021. С. 6369–6373.

- [6] ASVspoof 2019: Future horizons in spoofed and fake audio detection / M. Todisco, X. Wang, V. Vestman, M. Sahidullah, H. Delgado, A. Nautsch, J. Yamagishi, N. Evans, T. Kinnunen, K. A. Lee // Proceedings of the Annual Conference of the International Speech Communication Association, INTERSPEECH. International Speech Communication Association, 2019. С. 1008–1012.

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ТОГО, ЧТО КВАДРАТ ШУРА–АДАМАРА СЛУЧАЙНОГО ПОДКОДА НЕКОТОРОГО ЛИНЕЙНОГО ДВОИЧНОГО КОДА СОВПАДАЕТ С КВАДРАТОМ САМОГО КОДА

Чижов Иван Владимирович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: chizhoviv@my.msu.ru

Линейным $[n, k]$ -кодом $\mathcal{C}$ над полем $\mathbb{F}_2$ называется произвольное линейное подпространство размерности k пространства векторов $\mathbb{F}_2^n$ длины n . Код может быть задан своей порождающей матрицей $\mathbf{G} \in \mathbb{F}_2^{k \times n}$, строками которой являются базисные векторы код $\mathcal{C}$. Код $\mathcal{A}$ называется $[n, \ell]$ -подкодом $[n, k]$ -кода, если он является линейным подпространством $\mathcal{C}$. Если $\mathbf{G}$ — порождающая матрица $\mathcal{C}$, то ясно, что $\mathcal{A}$ порождается матрицей $\mathbf{A} \cdot \mathbf{G}$ для некоторой невырожденной матрицы $\mathbf{A} \in \text{GL}_\ell(2)$.

Произведением Шура–Адамара (произведением Шура, произведением Адамара или покомпонентным произведением) кодов $\mathcal{C} \in \mathbb{F}_2^n$ и $\mathcal{B} \in \mathbb{F}_2^n$ будем называть код $\mathcal{A} = \mathcal{C} \circ \mathcal{B} \in \mathbb{F}_2^n$, который состоит из линейной оболочки векторов $\left\{ \mathbf{c} \circ \mathbf{b} = (c_1, \dots, c_n) \circ (b_1, \dots, b_n) \stackrel{\text{def}}{=} (c_1 \cdot b_1, \dots, c_n \cdot b_n) \mid \mathbf{c} \in \mathcal{C}, \mathbf{b} \in \mathcal{B} \right\}$.

Квадратом Шура–Адамара код $\mathcal{C}$ называется код $\mathcal{C}^{\circ 2} = \mathcal{C} \circ \mathcal{C}$.

В работе изучается вопрос с какой вероятностью квадрат случайно выбранного подкода $\mathcal{A}$ кода $\mathcal{C}$ совпадает с квадратом исходного кода, т.е. с какой вероятностью выполняется равенство $\mathcal{A}^{\circ 2} = \mathcal{C}^{\circ 2}$. Впервые задача исследовать поведение квадрата Шура–Адамара подкода линейного кода была сформулирована в работе [1], в которой изучались подкоды кодов Риды–Соломона. Интерес обусловлен тем, что в работе [2] с помощью указанного свойства подкодов кода Риды–Соломона была построена первая успешная атака на теоретико-кодую криптосистему Бергера–Луадра.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Зафиксируем некоторые натуральные числа k, ℓ и n таким образом, что выполняются неравенства $1 \leq \ell \leq k \leq n$ и

$$4\ell \geq \min(k, k+1 - 2\log_2((n+1)/k)).$$

Будем выбирать $(k \times n)$ -матрицу $\mathbf{G}$ случайно и равномерно из $\mathbb{F}_2^{k \times n}$. Тогда для любого числа $\varepsilon \in \mathbb{R}$, для которого выполняются неравенства

$$\varepsilon k - 2\log_2(\varepsilon k) \leq k+1 - 2\log_2(n+1), 1 \leq \varepsilon k \leq 2\ell,$$

и любого $\delta \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$ существуют такие константы C_2 и B_2 , что неравенство

$$\Pr_{\mathbf{A} \leftarrow \mathbb{S}_{\text{GL}_\ell(2)}} [\mathcal{A}^{\circ 2} = \mathcal{C}^{\circ 2}] > 1 - C_2 \cdot 2^{-\frac{1}{2}\ell + \log_2(k \cdot n) + \log_2(\varepsilon k) + \log_2((1+\delta^{-1})e)} (1 + o(1))$$

выполняется с вероятностью по меньшей мере

$$1 - B_2 \delta \cdot 2^{-\frac{1-\varepsilon}{2}k + \log_2(k\sqrt{2(n+1)})} - B_2 2^{n + \log_2 k - \frac{(1-\varepsilon)k((1-\varepsilon)k+1)}{2}}.$$

Здесь $\mathcal{A}$ — код, который порождается матрицей $\mathbf{A} \cdot \mathbf{G}$, $\mathcal{C}$ — код, который порождается матрицей $\mathbf{G}$, а $o(1)$ — функция стремящаяся к нулю при $k, n \rightarrow +\infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Berger T., Loidreau P. How to Mask the Structure of Codes for a Cryptographic Use // Des Codes Crypt. 2015. N 35. PP. 63–79 (2005).
- [2] Wieschebrink C. Cryptanalysis of the Niederreiter Public Key Scheme Based on GRS Subcodes // Lecture Notes in Computer Science. 2005. V. 6061. PP. 61–72.
- [3] The non-gap sequence of a subcode of a generalized Reed–Solomon code / Marquez-Corbella I., Martinez-Moro E., Pellikaan R. // Des. Codes Cryptogr. 2013. N. 66, PP. 317–333.

PHANTOMHASH — ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЫЧИСЛЕНИЯ ХЕШ-ФУНКЦИИ SHA-256 С НУЛЕВЫМ РАЗГЛАШЕНИЕМ НА БАЗЕ STARK AIR

Воронов Михаил Сергеевич, Николайчук Артём Константинович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: michail.vms@gmail.com, antyartem1@yandex.ru

Криптографическая хэш-функция SHA-256 [1] является одним из самых часто используемых примитивов в современных децентрализованных системах. Поэтому её нередко используют внутри доказательств с нулевым разглашением (zero-knowledge proofs); при этом SHA-256 неудобна для арифметизации в таких схемах из-за опоры на 32-битные побитовые операции (XOR, AND, сдвиги) и сложение по модулю 2^{32} , которые трудно эффективно реализовать над полем $\mathbb{F}_p$, лежащим в основе большинства ZKP-протоколов. Классический подход

с битовой декомпозицией сильно увеличивает ширину трассы, а реализация через zkVM даёт большую гибкость, но проигрывает специализированным схемам на порядки по производительности.

Целью данной работы является построение специализированной виртуальной машины в форме AIR, предназначенной для вычисления этого хэша, следующей стандартным подходам zkVM, но использующей конструкции на основе байтового представления, эффективные и предназначенные только для SHA-256.

Результаты. Введены три основные конструкции.

Оптимизация функции большинства (Maj). Стандартное разложение Maj по трём AND на байт заменено тождеством

$$\text{Maj}(a, b, c) = (a \wedge b) \oplus (c \wedge (a \oplus b)), \quad (1)$$

требующим только двух AND-lookup на байт (и дешёвые XOR). Это даёт экономию 256 AND-lookup на один блок сжатия (64 раунда).

Шина обращений к массиву состояния. Введена конструкция шины, которая гарантирует запись каждого элемента массива состояния один раз и чтение многократно (на следующих шагах вычисления и в раундовой функции). Ключевое преимущество — возможность сократить количество столбцов трассы: вместо дублирования данных при каждом обращении используется единая шина обращений [2], при этом верификатор способен криптографически проверить, что все многократные чтения по одному адресу возвращают одно и то же записанное значение. Доказана теорема о корректности представления SHA-256 на основе шины данных и доступа к ней с оценкой вероятности ошибки порядка $n^2/|\mathbb{F}|$, где n — число записей в шине.

Проверка диапазона без отдельной таблицы. Требуется убедиться, что каждый элемент трассы, интерпретируемый как байт, действительно лежит в диапазоне $\{0, \dots, 255\}$. Вместо отдельной таблицы проверки диапазона (range-check) используются уже имеющиеся таблицы побитовых операций (BITOP8, SHRPAIR): в них по определению участвуют только байты, поэтому если значение входит в такую таблицу, оно является байтом. Для переменных, которые нигде не участвуют в этих таблицах (например, некоторые граничные значения), добавляются единичные проверки через ту же BITOP8. Доказана теорема: при таком «покрытии» все такие переменные лежат в $\{0, \dots, 255\}$, что существенно уменьшает количество запросов к таблицам.

Объединённая таблица BITOP8 (операции XOR и AND по байтам) и таблица SHRPAIR (сдвиги и ротации через пары байт) покрывают все побитовые операции; сложения по модулю выполняются байтовыми блоками с явным учётом переносов (шести- и семиоперандное сложение в раундовой функции). В итоге в предложенной схеме достигается разумный компромисс между временем построения доказательства и его размером; она составляет основу эффективной верификации SHA-256. Эксперименты показали, что данное

решение эффективнее реализации на основе существующих zkVM подходов и подходов, на основе криптографических схем (zkSNARK).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Secure Hash Standard (SHS). FIPS PUB 180-4. National Institute of Standards and Technology (NIST), 2015.
- [2] Cairo — a Turing-complete STARK-friendly CPU architecture / E. Ben-Sasson, I. Bentov, Y. Horesh, M. Riabzev // IACR Cryptol. ePrint Arch. 2021. Report 2021/1063.
- [3] Haböck U. Lookup Arguments based on Logarithmic Derivatives // IACR Cryptol. ePrint Arch. 2022. Report 2022/1530.

ПРИМЕНЕНИЕ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ (LLM) ДЛЯ ПОИСКА СЕМАНТИЧЕСКИ БЛИЗКИХ ФУНКЦИЙ В БИНАРНОМ КОДЕ

Воронов Михаил Сергеевич¹, Кучерин Георгий Дмитриевич²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: m.voronov@gse.cs.msu.ru

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: georgy.kucherin@gmail.com

В настоящее время одной из актуальных задач в сфере анализа компилированных программ является нахождение семантически близких функций, представленных в виде бинарного кода. Её решение позволяет обнаруживать участки кода, которые осуществляют преобразование одинаковых входных данных в одинаковые выходные данные. Обнаружение данных функций в скомпилированном исполняемом файле предоставляет возможность присвоить им определённые характеристики: например, присвоенное разработчиком функции имя [1].

В частности, при помощи нахождения семантически близких функций представляется возможным определить, какие из функций внутри исполняемого файла, метаданные которого не содержат каких-либо имён символов, принадлежат статически скомпонованным библиотекам. В свою очередь, это позволяет аналитику бинарного кода не тратить временные ресурсы на анализ обнаруженных библиотечных функций.

Одним из известных способов решения рассматриваемой задачи является применение методов машинного обучения [2]. В частности, данную задачу представляется возможным решать при помощи больших языковых моделей (LLM). Например, в статье [3] представлен подход, позволяющий посредством больших языковых моделей верифицировать результат работы моделей машинного обучения, используемых для нахождения семантически близких функций. Помимо этого, в работе [4] предлагается метод, позволяющий при помощи

больших языковых моделей осуществлять трансляцию бинарного кода в представленный в текстовом виде псевдокод, а также сравнение полученных текстов псевдокода между собой.

В рамках работы был проведён сравнительный анализ эффективности наиболее популярных больших языковых моделей для распознавания библиотечных функций в бинарном коде. Кроме того, был разработан метод поиска семантически близких функций, основанный на построении предметно-ориентированного языка (DSL) для псевдокода, генерируемого при помощи декомпилятора Hex-Rays. Данный метод позволяет большой языковой модели принимать решение о схожести двух функций на основании совокупности факторов, таких как схожесть графов потоков управления и наличие одинаковых последовательностей вызовов API-функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Юмаганов А. С., Мясников В. В. Метод поиска похожих последовательностей кода в исполняемых бинарных файлах с использованием беспризнакового подхода // Компьютерная оптика. 2017. Т. 41, №5. С. 756-764.
- [2] How Machine Learning Is Solving the Binary Function Similarity Problem / A. Marcelli, M. Graziano, X. Ugarte-Pedrero, Y. Fratantonio // 31st USENIX Security Symposium (USENIX Security 22). С. 2099-2116.
- [3] Advancing Binary Code Similarity Detection via Context-Content Fusion and LLM Verification / C. Dong, J. Guo, S. Yang, Y. Li, D. Fang, Y. Xiao, Y. Chen, L. Sun // 40th IEEE/ACM International Conference on Automated Software Engineering (ASE). 2025. С. 204-316.
- [4] Binary Code Similarity Detection via LLM-Based Source Code Conversion / B. Wan, S. Wang, Z. Wei, J. Huaung, C. Hu // IEEE Internet of Things Journal. 2025. Т.1, № 24. С. 51842-51853.

БЫСТРОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОГОННЫХ ЕМКОСТЕЙ БЕСКОНЕЧНЫХ ДЛИННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ ПРИ ПОМОЩИ АППРОКСИМАЦИЙ

Сазонов Василий Викторович¹, Устюжанин Илья Павлович²

¹ Факультет космических исследований, e-mail: sazonov@cosmos.msu.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: ilyaustuzhanin16@gmail.ru

В задачах анализа межсоединений интегральных схем требуется вычисление паразитных электрических параметров, возникающих из-за взаимного расположения проводников и диэлектрических слоёв. Процесс вычисления паразитных ёмкостей, сопротивлений и других сопутствующих параметров на основе геометрии проводников называют экстракцией паразитных параметров

или экстракцией паразитов. Такие параметры оказывают существенное влияние на временные характеристики и целостность сигналов в современных интегральных схемах.

В задачах анализа межсоединений интегральных схем вычисление паразитных емкостей выполняется с использованием численных методов электростатики: метод конечных элементов, метод граничных элементов [1, 2]. Однако, прямое решение трёхмерной задачи требует значительных вычислительных ресурсов и занимает много времени [3]. Поэтому на практике широко применяются приближённые методы экстракции.

В данной работе используется 2.5D подход к извлечению емкостных параметров межсоединений. Трёхмерная геометрия трассировки разбивается на протяжённые участки с неизменным поперечным сечением. Для выделения таких участков в общем случае может применяться алгоритм заметающей прямой. Предполагается, что вдоль длины проводников геометрия не изменяется, поэтому задача вычисления электростатических характеристик сводится к двумерной задаче для поперечного сечения структуры.

Расчёт матриц емкостей двумерных сечений может выполняться численными методами, например, методом граничных элементов. Однако, прямое решение для большого числа геометрических конфигураций является вычислительно затратным. Для ускорения вычислений используется приближённый подход на основе базы параметрических шаблонов.

Поперечное сечение описывается параметрическим двумерным шаблоном, зависящим от геометрических параметров проводников. Для дискретного набора значений параметров выполняется предварительный численный расчёт емкостей, результаты которого сохраняются в базе данных.

При анализе реальной геометрии межсоединений каждое поперечное сечение сопоставляется одному из шаблонов или нескольким ближайшим шаблонам из базы. После такого сопоставления значения ёмкостей для заданных параметров определяются с использованием интерполяции по ближайшим точкам базы данных. В данной работе реализованы алгоритмы линейной, билинейной и трилинейной интерполяции.

Проведённые эксперименты показывают, что использование интерполяционного подхода позволяет получать оценки ёмкостных параметров с достаточной точностью при существенно меньших вычислительных затратах по сравнению с прямым численным моделированием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Modeling and Extraction of Interconnect Capacitances for Multilayer VLSI Circuits / N. D. Arora, K. V. Raol, R. Schumann, L. M. Richardson // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 1996. Vol. 15. No. 1. P. 58–65.

- [2] Ren Z. 2-D Dual Finite-Element Formulations for the Fast Extraction of Circuit Parameters in VLSI // IEEE Transactions on Magnetics. 2003. Vol. 39. No. 3. P. 1590–1593.
- [3] Verghese N. K., Allstot D. J., Wolfe M. A. Verification Techniques for Substrate Coupling and Their Application to Mixed-Signal IC Design // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1996. Vol. 31. No. 3. P. 354–365.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОГОННЫХ ЁМКОСТЕЙ ПРОТЯЖЕННЫХ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ДРУГ ДРУГУ ПРОВОДНИКОВ

**Петражицкий Даниил Евгеньевич¹, Сазонов Василий Викторович²,
Хапаев Михаил Михайлович³**

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: phd02250043@gse.cs.msu.ru

² Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: sazonov@cosmos.msu.ru

³ Кафедра вычислительных методов, e-mail: happaev@cs.msu.ru

В работе исследуется применение полносвязных нейронных сетей для решения задачи регрессии погонных паразитных ёмкостей бесконечно-длинных проводников в сверхбольших интегральных схемах (СБИС). Для полносхемного анализа подобных схем в промышленных САПР широко применяется экстракция на основе двумерных поперечных шаблонов (паттернов) [1].

Каждый паттерн представляет собой конфигурацию проводников, разделенных межслойным диэлектриком [2], где каждый i -й проводник в шаблоне характеризуется набором геометрических и технологических параметров: шириной w_i и координатой центра x_i . Входной слой нейронной сети содержит геометрические характеристики каждого проводника а также параметры слоя (ρ_k и t_k). Выходной вектор модели содержит взаимные емкости между агрессором и жертвами $C_{agg,i}$, а также емкость на землю C_{gnd} . Таким образом, размерность входного и выходных слоя каждой модели жестко привязана к количеству проводников, поэтому под каждый тип шаблона обучается конкретная модель.

Архитектура сети и обучение. Использованы полносвязные нейронные сети с двумя скрытыми слоями (250 нейронов, функция активации ReLU). Входные признаки стандартизированы, целевые переменные прологарифмированы и стандартизированы. Обучение проводилось на сгенерированных данных, размеченных решателем на основе методов граничных элементов (BEM) (разбиение выборки в соотношении 90/10).

На тестовой выборке из реальных дизайнов ошибка предсказания собственной ёмкости C_{total} составила: менее 5% для 78.9% данных и менее 10% для 99.0% данных, график распределения относительных ошибок приведен на рисунке рис. номер 1.

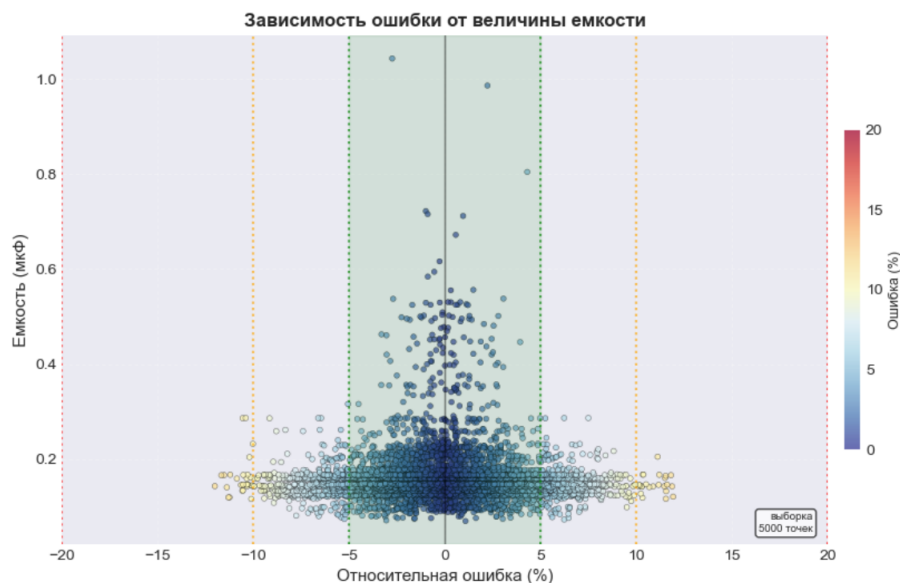


Рис. 1: Распределение относительных ошибок в зависимости от величины емкости

Закключение и дальнейшие исследования. Результаты демонстрируют высокую точность предсказаний. Дальнейшие исследования направлены на расширение данных для различных техпроцессов и интеграцию модели в программу экстракции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Abouelyazid M. S., Hammouda S., Ismail Y. Accuracy-based hybrid parasitic capacitance extraction using rule-based, neural-networks, and field-solver methods // IEEE Trans. on CAD of Integrated Circuits and Systems. 2022. Vol. 41, No. 12. P. 5681–5694.
- [2] Ma Y., Xu X., Yan S. et al. Extraction of interconnect parasitic capacitance matrix based on deep neural network // Electronics. 2023. Vol. 12, No. 6. P. 1440.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА БАЛКИ ТИМОШЕНКО ПРИ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Головизнин Василий Михайлович¹, Кузнецова Дарья Дмитриевна²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г.Сарове, e-mail: kuznetsova.dd01@mail.ru

Развитие вычислительных методов механики деформируемого твердого тела является актуальной задачей для повышения точности инженерных расчетов. Особое значение это имеет при моделировании быстротекущих динамических

процессов, сопровождающихся высокими градиентами и разрывами, например, при ударном нагружении элементов конструкций. Для адекватного описания колебаний стержней в таких условиях применяется теория балки С.П. Тимошенко (1), учитывающая сдвиг и инерцию вращения.

$$\left\{ \begin{array}{l} q(x, t) - \frac{\partial Q}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M}{\partial x} - Q = \rho J \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \\ Q = kGA \left(\psi - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ M = EJ \frac{\partial \psi}{\partial x}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $q(x, t)$ — внешняя поперечная нагрузка, Q — поперечная сила, M — изгибающий момент, w — прогиб балки, ψ — угол поворота поперечного сечения, ρ — плотность, A , J — площадь и момент инерции поперечного сечения, E — модуль Юнга, G — модуль сдвига, k — коэффициент сдвига.

В ходе исследования впервые выполнена адаптация схемы КАБАРЕ [1, 2, 3] для балки Тимошенко: система уравнений (1) приведена к системе уравнений гиперболического типа первого порядка, и на основе инвариантов Римана построен вычислительный алгоритм с нелинейной коррекцией потоков. Проведенная верификация на задаче о свободных колебаниях подтвердила высокую точность предложенного подхода. Ключевая роль монотонизатора была продемонстрирована при решении задачи об ударном нагружении консольной балки: применение нелинейной коррекции потоков полностью устранило ложные осцилляции, позволив получить корректные распределения скоростей и напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головизнин В. М., Самарский А. А. Разностная аппроксимация конвективно-го переноса с пространственным расщеплением временной производной // Матем. моделирование. 1998. Т. 10, № 2. С. 86–100.
- [2] Головизнин В. М., Самарский А. А. Некоторые свойства разностной схемы КАБАРЕ // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 10. С. 101–116.
- [3] Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов // В. М. Головизнин, М. А. Зайцев, С. А. Карabasов, И. А. Короткин. М. : Издательство Московского университета, 2013. 472 с.

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОФАЗНЫХ СРЕДАХ НА ОСНОВЕ МНОГОСКОРОСТНОЙ ПОЛНОСТЬЮ НЕРАВНОВЕСНОЙ МОДЕЛИ БАЕРА—НУНЦИАТО

Головизнин Василий Михайлович¹, Головня Никита Андреевич²

¹ Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: error50i@vk.com

В работе рассматривается задача численного моделирования ударно—волновых процессов в многофазных средах на основе многоскоростной полностью неравновесной модели Баера—Нунциато. Модель относится к классу гиперболических неконсервативных систем уравнений и предназначена для описания динамики двухфазной среды с независимыми полями скоростей, давлений и внутренних энергий фаз. Такой подход позволяет учитывать механическую и термодинамическую неравновесность, возникающую при интенсивных импульсных воздействиях, в частности при распространении ударных волн.

Математическая модель. Математическая постановка задачи основана на системе гиперболических уравнений законов сохранения, представленных в векторной форме

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{H} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} = 0,$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 \rho_1 \\ \alpha_1 \rho_1 u_1 \\ \alpha_1 \rho_1 E_1 \\ \alpha_2 \rho_2 \\ \alpha_2 \rho_2 u_2 \\ \alpha_2 \rho_2 E_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_1 \rho_1 u_1 \\ \alpha_1 \rho_1 u_1^2 + \alpha_1 p_1 \\ \alpha_1 u_1 (\rho_1 E_1 + p_1) \\ \alpha_2 \rho_2 u_2 \\ \alpha_2 \rho_2 u_2^2 + \alpha_2 p_2 \\ \alpha_2 u_2 (\rho_2 E_2 + p_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} u_I \\ 0 \\ -p_I \\ -p_I u_I \\ 0 \\ p_I \\ p_I u_I \end{bmatrix}.$$

Вектор консервативных переменных включает объёмную долю фазы, массы, импульсы и полные энергии каждой фазы. Неконсервативное слагаемое описывает межфазное взаимодействие через интерфейсные давление p_I и скорость u_I .

Численная схема. Для численного решения используется бездиссипативная схема КАБАРЕ[1], обладающая высокой разрешающей способностью. Применение данной схемы совместно с нелинейной коррекцией позволяет корректно

воспроизводить структуру ударных волн, контактных разрывов и волн разрежения без чрезмерного сглаживания разрывов, что особенно важно при моделировании многофазных ударно–волновых процессов.

Для верификации и сопоставления результатов использовалась тестовая задача Test 4, представленная в работе[2]. Сравнение проводилось по распределениям объёмных долей, плотностей, скоростей и давлений фаз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головизнин В. М. Балансно–характеристический метод численного решения одномерных уравнений газовой динамики в эйлеровых переменных // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, № 11. – С. 14–30.
- [2] Lochon H., Daude F., Galon P., Hérard J.-M. HLLC-type Riemann solver with approximated two-phase contact for the computation of the Baer–Nunziato two-fluid model // Computers & Fluids. – 2016. – Vol. 140. – P. 247–265.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА В РЕЛАКСАЦИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ (THE JIN-XIN MODEL) ПО СХЕМЕ КАБАРЕ

Головизнин Василий Михайлович¹, Сержантов Артемий Вячеславович²

¹ МГУ имени М.В. Ломоносова, Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, e-mail: serzhantovav@my.msu.ru

Одним из перспективных и широко используемых при построении алгоритмов решения уравнений гиперболического типа является балансно-характеристический подход, сочетающий в себе преимущества консервативных и характеристических методов [1, 2]. Наиболее ярким представителем этого класса является схема КАБАРЕ [3, 4], обладающая компактностью шаблона, вторым порядком на неравномерных сетках, высокой вычислительной эффективностью и малой дисперсией. Однако её реализация для нелинейных систем осложняется наличием так называемых «звуковых точек» — областей, где направления характеристик меняют знак [5], что приводит к нарушению однородности схемы, снижению локального порядка аппроксимации и усложнению программной реализации [6].

Предлагается универсальный способ устранения указанных особенностей при решении уравнений Эйлера на основе релаксационного приближения Jin-Xin [7]. Ключевая идея заключается в замене исходной нелинейной гиперболической системы эквивалентной линейной системой с релаксационной правой частью, не содержащей звуковых точек. Данный подход ранее был успешно апробирован для скалярного квазилинейного уравнения [8], а в настоящей работе распространяется на систему уравнений Эйлера.

Описан алгоритм дискретизации уравнений Эйлера в релаксационной форме и построения схемы КАБАРЕ для них, а также вопросы вычисления возникающего релаксационного параметра. Приведены тестовые расчеты. Показано, что предложенный подход сохраняет преимущества схемы КАБАРЕ, эффективно воспроизводит разрывы и заметно упрощает алгоритм для нелинейного случая. Полученные результаты подтверждают перспективность комбинации релаксационного приближения и балансно-характеристических схем для построения эффективных вычислительных алгоритмов газовой динамики, а также возможность дальнейшего исследования и распространения на более сложные и содержательные случаи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головизнин В.М., Самарский А.А. Некоторые свойства разностной схемы "КАБАРЕ" // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 1. С. 101–116.
- [2] Головизнин В.М., Четверушкин Б.Н. Алгоритмы нового поколения в вычислительной гидродинамике // ЖВМиМФ. 2018. Т. 58, № 8. С. 20–29.
- [3] Karabasov S.A., Goloviznin V.M. Compact Accurately Boundary-Adjusting high Resolution Technique for fluid dynamics // J. of Comput. Phys. 2009. V. 228, № 19. P. 7426–7451.
- [4] Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013.
- [5] Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1968.
- [6] Головизнин В.М., Канаев А.А. Принцип минимума парциальных локальных вариаций для определения конвективных потоков // ЖВМиМФ. 2011. Т. 51, № 5. С. 1–17.
- [7] Jin S., Xin Z.P. The relaxation schemes for systems of conservation laws in arbitrary space dimensions // Comm. Pure Appl. Math. 1995. V. 48, № 3. P. 235–276.
- [8] Головизнин В.М., Сержантов А.В. Схема "КАБАРЕ" для релаксационного приближения скалярных законов сохранения гиперболического типа // Математическое моделирование. 2025. Т. 37, № 6. С. 3–16.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДВУХМЕРНОГО ГИПЕРБОЛИЗОВАННОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Головизнин Василий Михайлович¹, Попова Нина Николаевна², Руссо
Виктория Дмитриевна³

¹ Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: popova@cs.msu.ru

³ Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: rviktoria2000@gmail.com

В работе рассматривается задача численного моделирования двумерного нестационарного теплопереноса в гиперболической постановке. В отличие от классической параболической модели Фурье, предполагающей мгновенное распространение теплового возмущения, используется гиперболическая система уравнений первого порядка для температуры и компонент плотности теплового потока, обеспечивающая конечную скорость теплопереноса [1].

Математическая модель имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = f(x, y), \\ \alpha \frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{q_x}{\sigma}, \\ \alpha \frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q_y}{\sigma}, \\ \sigma \geq \sigma_0 > 0, \\ \alpha = \text{const} > 0. \end{cases} \quad (1)$$

где T — температура, q — плотность теплового потока, σ — коэффициент теплопроводности, $f(x, y)$ — источник тепла.

Система является гиперболической и может быть приведена к характеристической форме. Собственные значения соответствующей матрицы определяют характеристические скорости распространения возмущений $\lambda = \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$. Это позволяет перейти к характеристическим переменным и ввести инварианты Римана [2].

В двумерной постановке приведение к характеристической форме выполняется отдельно по направлениям x и y . Для каждого направления система приводится к эквивалентной одномерной гиперболической подсистеме, что позволяет определить соответствующие инварианты.

Для направления x :

$$R_x = q_x + \lambda T, \quad Q_x = q_x - \lambda T.$$

Для направления y :

$$R_y = q_y + \lambda T, \quad Q_y = q_y - \lambda T.$$

где α — параметр гиперболизации.

Вдоль соответствующих характеристик величины R_x, Q_x и R_y, Q_y сохраняются (с учётом источниковых членов), что используется при вычислении потоков на гранях ячеек в рамках схемы КАБАРЕ [2].

Для численного решения построена явная двумерная схема КАБАРЕ второго порядка точности по времени и пространству. Расчёт проводится на равномерной ортогональной сетке с отдельным размещением консервативных переменных в центрах ячеек и потоковых величин на гранях. Алгоритм реализует трёхфазную процедуру: вычисление промежуточных консервативных переменных на полуцелом временном слое, определение потоков на основе римановых инвариантов и корректирующее обновление решения на новом временном слое. Для предотвращения появления паразитных экстремумов используется коррекция инвариантов, обеспечивающая выполнение принципа максимума.

В работе реализована явная двумерная схема КАБАРЕ для гиперболизованного уравнения теплопроводности. Проведённые численные эксперименты подтвердили корректность реализации алгоритма и его способность описывать волновой характер теплопереноса с конечной скоростью распространения теплового возмущения. Показано, что при уменьшении параметра гиперболизации решение приближается к классической параболической модели теплопроводности. Реализована параллельная версия алгоритма, что позволяет эффективно выполнять расчёты на многопроцессорных вычислительных системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Глотов А. Ю., Головизнин В. М., Соловьёв А. В. О гиперболизации явных разностных схем параболического типа // Современные проблемы математического моделирования, обработки изображений и параллельных вычислений (СПММОИИПВ-2017). — 2017. — С. 94–102.
- [2] Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. — М.: Изд-во МГУ, 2010. — 160 с. — (Серия «Суперкомпьютерное образование»).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТМ-ВОЛНЫ НА ПРОВОДЯЩЕМ ЦИЛИНДРЕ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Головизнин Василий Михайлович, Козлов Никита Максимович, Попова
Нина Николаевна

Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра
математики, e-mail: gol@ibrae.ac.ru, kozlovnm@my.msu.ru, popova@cs.msu.ru

В настоящей работе впервые предпринята попытка численного моделирования уравнений электродинамики с помощью разностной схемы КАБАРЕ. Рассматривается двумерная задача рассеяния ТМ-поляризованной электромагнитной волны [1]. Исходная система уравнений Максвелла для компонент H_x , H_y , E_z , сводится к решению уравнения Даламбера для соответствующей компоненты векторного потенциала A_z , которое, в силу гиперболичности уравнения, может быть численно решено с помощью разностной схемы КАБАРЕ [2].

При моделировании была использована следующая математическая постановка: в прямоугольной области G на плоскости (x, y) в центре находится идеально проводящее тело (плоский цилиндр). На нижнюю границу области G приходит плоская электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси y , на вертикальных границах области заданы условия свободного выхода, сформулированные на основе решения одномерных волновых уравнений. При таком подходе возмущения, появившиеся при рассеянии на твёрдом теле, беспрепятственно покидают расчётную область.

В силу бесконечной проводимости тела на его поверхности нормальные составляющие потоковых компонент $\partial A_z / \partial x = \partial A_z / \partial y = 0$. Поскольку используемая декартова сетка не адаптирована к геометрии объекта, использована ступенчатая аппроксимация, которая приводит к коротковолновым осцилляциям (паразитным шумам) в ближней зоне рассеяния. Вместе с тем, вдали от тела решение демонстрирует устойчивую картину рассеянного поля.

Разработанный подход может быть обобщён для моделирования рассеяния электромагнитных ТЕ-поляризованных волн, а также для перехода к косугольным сеткам с целью устранения коротковолновых локальных осцилляций, связанных со ступенчатой аппроксимацией, благодаря согласованности сетки с геометрией тела.

Программная реализация предложенного подхода выполнена на языке C++, обладает алгоритмической сложностью $O(N^3)$, где N — параметр расчётной сетки. Поэтому при моделировании на более подробных расчётных сетках время работы существенно возрастает, что требует оптимизации вычислений. Естественным дальнейшим шагом является создание параллельной версии алго-

ритма, основанной на применении технологий MPI и OpenMP для повышения производительности и возможности проведения расчётов на суперкомпьютерах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Artech House, 2005. 1025 p.
- [2] Головизнин В. М., Самарский А. А. Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 1. С. 86–100.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «КАБАРЕ» К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Головизнин Василий Михайлович, Дерюгин Юрий Николаевич,
Ерошкина Мария Сергеевна

Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: gol@ibrae.ac.ru, ynderyugin@vniief.ru, eroshkinamaria03@mail.ru

В настоящей работе для повышения точности численного решения двумерных задач теплообмена в примитивных переменных «скорость—давление» была предложена явно-неявная методика на основе схемы «КАБАРЕ» [1] в приближении слабой сжимаемости [2], не требующая решения эллиптического уравнения Пуассона на каждом временном шаге.

Сформулированная в естественных переменных двумерная система уравнений Навье-Стокса для тепловой конвекции использовала приближение Обербека-Буссинеска для описания сил плавучести. Для замыкания системы использовалось уравнение состояния, связывающее давление и плотность. Предложенная математическая модель применима как для плоских, так и для цилиндрических задач.

Для дискретизации исходной системы уравнений применялась модифицированная разностная схема «КАБАРЕ» со вторым порядком аппроксимации по времени и по пространству. На Фазах I и III нахождение искомых переменных сводится к решению явно-неявной системы уравнений. Неявные разностные уравнения относительно скоростей и температуры решаются методом продольно-поперечной прогонки [3]. Уравнение для давления является явным и позволяет определить давление и плотность. Фаза II реализуется без изменений по классической методике «КАБАРЕ».

Для верификации алгоритма были решены следующие тестовые задачи: о постоянном поле течения, об установлении поля течения, о теплопроводности, о течении Куэтта и о формировании профиля Пуазейля. Рассмотрены как плоские, так и осесимметричные постановки.

Дальнейшая работа предполагает создание параллельной версии алгоритма, основанной на применении MPI для явной части и векторизованной прогонки — для неявной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов / В. М. Головизнин, М. А. Зайцев, С. А. Карabasов, И. А. Короткин. М. : Изд-во Московского университета, 2013. 472 с.
- [2] Chorin A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. of Comput. Phys. 1967. Vol. 2. P. 12–26.
- [3] Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск : Наука, 1967. 197 с.

ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМЫ КАБАРЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В ДВУМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

**Беляева Александра Антоновна¹, Головизнин Василий Михайлович²,
Дерюгин Юрий Николаевич³**

¹ Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: belyaevaalan@mail.ru

² Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

³ Филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова в городе Сарове, кафедра математики, e-mail: dyn@yandex.ru

Для решения многих задач численного моделирования газодинамических течений с подвижными границами используются смешанные эйлерово-лагранжевы (СЭЛ) переменные. Широко распространены и иные двухэтапные методы реализации алгоритмов решения подобных задач: метод, состоящий из расчёта лагранжева этапа и последующей реализации пересчёта на заданную сетку [1]; метод с расчетом эйлерова этапа и пересчётом на втором этапе на новую заданную сетку, также подвижную во времени [2]. Однако процесс пересчёта на новую сетку является весьма трудоёмким. В представленной работе рассматривается применение метода КАБАРЕ [3], позволяющего сократить объем необходимых вычислений в рассматриваемой задаче. Известно, что этот метод разработан с учетом минимизации численной дисперсии и диссипации, что обеспечивает точное и устойчивое решение систем гиперболических уравнений, которые используются для моделирования газодинамических течений. Также метод КАБАРЕ хорошо распараллеливается.

В работе приводится описание разработанного алгоритма и его конкретной реализации, а также рассматривается модельное решение задачи в СЭЛ пере-

менных и сравнение последовательного и параллельного запуска двумерной газодинамической задачи с использованием метода КАБАРЕ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Шестаковская Е. С., Стариков Я. Е., Макеева И. Р. Об одном лагранжево-эйлеровом методе расчёта нестационарных течений сжимаемых сред // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия Математическое моделирование и программирование. 2023. Т. 16, № 2. С. 78–90.
- [2] Ливеровский Р. И., Шевырев С. П. Численное моделирование плоских задач сверхзвуковой газовой динамики на треугольной сетке // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. 2014. № 4. С. 23–32.
- [3] Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов / В. М. Головизнин, М. А. Зайцев, С. А. Карabasов, И. А. Короткин М. : Издательство Московского университета, 2013. 472 с.

ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В АКТИВНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЕ С МОДУЛИРОВАННОЙ КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Лысак Татьяна Михайловна, Песков Николай Владимирович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: lysak@cs.msu.ru, peskovnick@gmail.com

Доклад посвящен математическому моделированию формирования оптических солитонов при распространении лазерного излучения в периодической среде с РТ-симметрией (симметрией четность-время) и модуляцией керровской нелинейности. Периодические РТ-симметричные структуры характеризуются наличием мнимой части показателя преломления, которая является нечетной функцией пространственной переменной, тогда как вещественная часть показателя преломления является четной функцией. В результате, для таких структур характерно чередование слоев генерации и поглощения энергии. Формирующиеся в таких структурах солитоны являются диссипативными солитонами, в отличие от классических солитонов, для которых не характерен обмен энергией с окружающей средой.

В основе рассматриваемой математической модели лежат два связанных уравнения шредингеровского типа, описывающих распространение встречных волн в приближении медленно меняющихся амплитуд. Рассматриваемая модель была предложена в работе [1] как расширение модели для слоистой пассивной (без РТ-симметрии) периодической структуры с модулированной керровской нелинейностью [2]. Модель учитывает брэгговскую связь, асимметричную брэгговскую связь и пространственную модуляцию керровской нелинейности. Вопросы бистабильности и асимметричного распространения излучения в

рамках данной модели ранее рассматривались в публикациях [1,3]. Аналитическое солитонное решение для частного случая, исключающего модуляцию нелинейности и нарушение РТ-симметрии, было найдено в работе [4] путем сведения к модели Тирринга. В работе [5] нами было построено приближенное аналитическое двухволновое солитонное решение для рассматриваемой модели в предположении слабой керровской нелинейности. В настоящем докладе мы представляем результаты численного исследования устойчивости построенного решения и исследуем особенности формирования двухволнового солитонного режима распространения лазерного излучения для различных начальных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Komissarova M. V., Marchenko V. F., Shestakov P. Y. PT-symmetric periodic structures with the modulation of the Kerr nonlinearity // Phys. Rev. A. 2019. V. 99, P. 042205.
- [2] Stable all-optical limiting in nonlinear periodic structures I. Analysis / D. Pelinovsky, J. Sears, L. Brzozowski, E. H. Sargent // J.Opt.Soc.Am.B. 2002. V. 19 P. 43-53.
- [3] Low-power optical bistability in PT-symmetric chirped Bragg gratings with four-wave mixing / S. Sudhakar, Raja S. Vignesh, A. Govindarajan, K. Batri, D. Lakshmanan // J.Opt.Soc.Am.B. 2022. V. 39 P. 643-650.
- [4] Bragg solitons in nonlinear PT-symmetric periodic potentials /M. A. Miri, A. B. Aceves, T. Kottos, V. Kovanis, D. N. Christodoulides D N // Phys. Rev. A. 2012. V. 86 P. 033801.
- [5] Lysak T. M., Peskov N. V. Self-trapping of counterpropagating optical beams in PT-symmetric periodic structures with modulated Kerr nonlinearity // Proc. SPIE. 2025. V. 13725, P. 137250W.

О ПОСТАНОВКЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧАХ КВАЗИОДНОМЕРНОЙ ГЕМОДИНАМИКИ

**Буничева Анна Яковлевна, Мухин Сергей Иванович, Уваркин Илья
Геннадьевич**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: bunicheva@cs.msu.ru, vmmus@yandex.ru,
lyuha1504@yandex.ru

При математическом моделировании кровеносной системы в целом особого внимания требует модель сердца. Основные требования к такой модели заключаются в том, чтобы она воспроизводила нагнетательную функцию сердца, т. е. в каждый момент времени были бы заданы параметры кровотока из сердца в аорту в зависимости от венозного возврата, давления, которое создает сердце

при сокращении желудочков, текущего времени сердечного цикла. С математической точки зрения это означает задание граничного условия на входе в систему кровообращения — входного граничного условия.

В квазиодномерном приближении [1] для воспроизведения нагнетательной функции сердца применяют, как правило, два подхода: задание входного потока в аорту или задание давления, создаваемого сердцем на входе в аорту. В работах по математическому моделированию систем кровообращения в квазиодномерном приближении наиболее часто используется функция потока в качестве входного граничного условия. Однако задание давления в точке графа, моделирующей желудочек сердца, представляется физиологически более корректным граничным условием. В данной работе обсуждаются математические аспекты применения модели сердца с заданием давления в качестве входного граничного условия.

При этом задание граничного условия в виде произвольной функции давления может приводить к неустойчивости и неограниченности получаемых расчетным образом гемодинамических величин [2]. В данной работе предложено три варианта задания граничного условия как функции давления, исследовано влияние выбора этой функции на потоки и давление на различных участках системы кровообращения.

Моделирование системы кровообращения человека выполнялось с использованием программного комплекса CVSS [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Математическое моделирование квазиодномерной гемодинамики / А. Я. Буничева, С. И. Мухин, Н. В. Соснин, А. Б. Хруленко // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т. 55, № 8. С. 1417–1428.
- [2] Буничева А. Я., Мухин С. И., Уваркин И. Г. О некоторых постановках и точных решениях краевых задач квазиодномерной гемодинамики // Дифференциальные уравнения. 2025. Т. 61., № 6. С. 823–838.
- [3] Математическое моделирование кровообращения на основе программного комплекса CVSS / И. В. Ашметков, А. Я. Буничева, В. А. Лукшин, В. Б. Коселев, С. И. Мухин, Н. В. Соснин, А. П. Фаворский, А. Б. Хруленко // Компьютерные модели и прогресс медицины. Наука Москва, 2001. С. 194–218.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ДИФфуЗИИ, ОСНОВАННАЯ НА ЗАКОНЕ ДЕЙСТВУЮЩИХ МАСС

Шобухов Андрей Вадимович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: shobukhov@cs.msu.ru

Законы диффузии были экспериментально установлены А.Фиком в 1855г. Из этих законов вытекает известное параболическое уравнение диффузии, для которого верен принцип максимума. Законы Фика хорошо описывают диффузию одного вещества, но если описывать ими диффузию смеси, то возникает парадокс: диффузионный поток одной компоненты смеси никак не зависит от наличия других компонент.

Математическое описание диффузии для многокомпонентной среды было дано Дж.Максвеллом в 1866 г. (для газов) и Дж.Стефаном в 1871 г. (для жидкостей). Особенности теории Максвелла-Стефана: 1) коэффициенты диффузии компонент трудно вычислять, реально исследуются только бинарные и тернарные смеси; 2) концентрации компонент стационарны.

Динамическое описание многокомпонентной диффузии предложил Ларс Онзагер [1] в 1931 году. Система уравнений Онзагера корректна вблизи точки равновесия. Поэтому предполагается, что отклонение концентрации C от равновесного значения C^* мало. Особенность теории Онзагера в том, что постоянные коэффициенты диффузии в ней не могут быть найдены по отдельности от т.н. взаимных коэффициентов Онзагера.

Многокомпонентная диффузия привлекла внимание в 1950-ые: Hirschfelder, Curtiss, Bird [2], Williams [3]; во всех этих работах диффузия была линейной относительно концентраций компонент. Были также и примеры нелинейной концентрационно-зависимой диффузии: Philip [4-5] и Crank [6], но в этих работах диффузия была только однокомпонентной.

В 1986 Быков, Горбань и Саркисян в [7] показали: для неотрицательности значений концентраций модель многокомпонентной диффузии обязана быть нелинейной: коэффициенты диффузии должны быть зависимы от концентраций. Они предложили в [7-8] новую многокомпонентную нелинейную концентрационно-зависимую модель диффузии, основанную на законе действующих масс (ЗДМ).

В настоящей работе показываются некоторые важные свойства системы Быкова-Горбаня-Саркисяна, которые доказывают её физическую обоснованность: 1) значения концентраций всегда неотрицательны и ограничены; 2) если начальное распределение концентраций таково, что их сумма равна единице, то такое распределение является устойчивым стационарным решением системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Onsager L. Reciprocal Relations in Irreversible Processes // Physical Review. 1931. V.37. P.405-426.
- [2] Hirschfelder J.O., Curtiss C.F., Bird R.B. Molecular Theory of Gases and Liquids. N.Y.: J.Wiley and Sons, 1954.
- [3] Williams F.A. Elementary derivation of the multicomponent diffusion equation // Amer. Journal of Physics. 1958. V.26. P.467-469.
- [4] Philip J.R. Numerical Solution of Equations of the Diffusion Type with Diffusivity Concentration-Dependent. // Transactions of the Faraday Society. 1955. V.51, P.885-892.
- [5] Philip J.R. General Method of Exact Solution of the Concentration-Dependent Diffusion Equation. // Australian Journal of Physics. 1959. V.13, No.1 P.1-12.
- [6] Crank J. The Mathematics of Diffusion. Oxford University Press, 2nd ed., 1975.
- [7] Bykov V.I., Gorban A.N., Sargsyan H.P. Mass Action Law for Nonlinear Multicomponent Diffusion and Relations between its Coefficients. // Kinetics and Catalysis. 1986, V.27. P.527.
- [8] Gorban A.N., Sargsyan H.P., Wahab H.A. Quasichemical Models of Multicomponent Nonlinear Diffusion. // Math. Model. Nat. Phenom. 2011. V.6, No.5. P.184-262.

СВЕДЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОГО БАЛАНСА В L_1 -НОРМЕ

**Савенкова Надежда Петровна¹, Мокин Андрей Юрьевич,
Хлестов Даниил Алексеевич²**

¹ Лаборатория математического моделирования в физике, e-mail: mknandrew@cs.msu.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: mknandrew@mail.ru, daniilxa@yandex.ru

В работе изучается задача сведения материального баланса на производстве. В основе математической модели производства находится направленный граф. Каждый производственный объект заменяется вершиной графа, ребрам соответствуют элементы транспортной инфраструктуры. Ребра характеризуются величинами потоков промежуточной продукции, а также величинами потоков полезного вещества, содержащегося в общем потоке продукции.

Математическая модель вычисления материального баланса сводится к задаче минимизации L_1 -нормы отклонения расчетных величин потоков от известных измеренных при условии соблюдения ограничений в виде равенств и неравенств, связывающих неизвестные величины, то есть к задаче вида

$$\begin{cases} Aq = f, & Q_{min} \leq q \leq Q_{max}, \\ \|Bq - q_0\|_1 \rightarrow \min, \end{cases} \quad (1)$$

где q – вектор потоков продукции и полезного вещества, f – вектор точно измеренных значений потоков, q_0 – вектор значений потоков, измеренных с погрешностью.

Особое внимание уделяется математическому моделированию процесса накопления продукции на вершинах графа. Учет этих процессов приводит к добавлению нелинейных ограничений, связывающих величины входящих и выходящих потоков продукции и полезного вещества на вершинах графа с накоплением.

Задача (1) допускает сведение к задаче линейного программирования, которая может быть решена, например, симплекс-методом. В работе обсуждаются результаты расчетов по предложенной модели. Показано, что нелинейные ограничения на вершинах графа с накоплением продукции увеличивают степень адекватности модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Савенкова Н. П., Артемьева Л. А., Мокин А. Ю., Дряженков А. А. Двух-фазная задача сведения материального баланса с нелинейными ограничениями. // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2026. № 1. С. 47–60.
- [2] Nocedal J., Wright S. J. Numerical optimization. New York, Springer, 2006. 686 p.
- [3] Sadeghi M., Hodouin D., Bazin C. Mineral processing plant data reconciliation including mineral mass balance constraints // Minerals Engineering. 2018. Vol. 123. P. 117–127.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАТУХАЮЩЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В АТМОСФЕРНОМ СЛОЕ НА ОСНОВЕ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Широков Иван Анатольевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

Изучение атмосферного пограничного слоя имеет большое значение в связи с такими практическими задачами, как прогноз погоды, планирование полетов самолетов, рассеяние загрязнений и т. д. Процессы конвекции в этом слое исследуются и моделируются, в частности, методом крупных вихрей (LES) и методами, основанными на осреднении уравнений Навье-Стокса по Рейнольдсу (RANS) [1, 2]. При этом используются различные приближенные модели турбулентной вязкости. Альтернативой традиционным методам моделирования конвекции в атмосферном пограничном слое является квазигазодинамический (КГД) алгоритм, который основан на регуляризованных уравнениях Навье-Стокса (КГД уравнениях). Было показано, что КГД алгоритм позволяет

проводить расчеты турбулентных процессов в свободном течении, обеспечивая механизм подсеточной диссипации путем осреднения неразрешаемых на сетке особенностей течения. В частности, в [3] рассматривалась задача о распаде вихря Тейлора-Грина, в том числе в турбулентном режиме. Задача моделирования конвекции в атмосферном пограничном слое в целом сходна с задачей распада вихря Тейлора-Грина, и в данной работе описывается постановка задачи атмосферной конвекции для КГД уравнений.

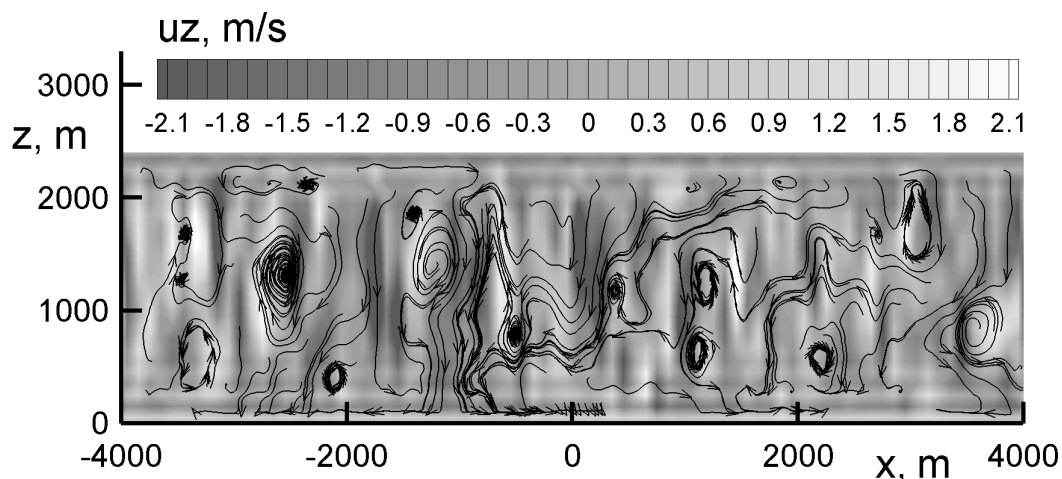


Рис. 1: Уровни вертикальной скорости и линии тока в атмосферном пограничном слое, моделирование на основе КГД алгоритма.

В частности, определяются начальные условия, задание потока тепла от поверхности при вечернем переходе, сила тяжести, сила Кориолиса, условие торможения для скорости на земной поверхности и задание начального возмущения. Приводятся предварительные результаты моделирования (рис. 1), показывающие развитие вихревых течений и образование нисходящих и восходящих областей газа.

Автор выражает благодарность Янышеву Д. С. за помощь в постановке задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schmidt H., Schumann U. Coherent structure of the convective boundary layer derived from large-eddy simulations // J. Fluid Mech. 1989. V. 200. P. 511–562
- [2] Вихреразрешающее моделирование и исследование параметризаций затухающей турбулентности в вечернем переходе атмосферного пограничного слоя / Е. В. Ткаченко, А. В. Дебольский, Е. В. Мортиков, А. В. Глазунов // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58, № 3, С. 263–281.
- [3] Shirokov I. A., Elizarova T. G. Simulation of laminar–turbulent transition in compressible Taylor–Green flow basing on quasi-gas dynamic equations // Journal of Turbulence. 2014. V. 15. Iss. 10. P. 707–730.

МНОГОЭТАПНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД КАК РАЗВИТИЕ МЕТОДА ПЕРЕМЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ (ALTERNATING DIRECTION IMPLICIT METHOD) для РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ И ТРЁХМЕРНЫХ ЗАДАЧ

Егоренков Владимир Александрович, Трофимов Вячеслав Анатольевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: Egorenkov-v-a@cs.msu.ru, vatro@cs.msu.ru

В настоящее время в мировой литературе для решения трехмерных как линейных, так и нелинейных задач широко применяется метод переменных направлений (Alternating Direction Implicit Method (ADI)), разработанный в 50-е годы прошлого века [1], либо различные его модификации. Он основан на разбиении многомерного оператора на несколько одномерных операторов, решаемых последовательно с введением дополнительных промежуточных слоев (подслоев) на каждом временном шаге. На каждом из них разностный оператор вдоль выбранного направления содержит как неявную, так и явную части. Остальные операторы по другим направлениям берутся с предыдущего временного слоя (или подслоя). Это позволяет реализовать преимущества неявных схем (устойчивость) при значительно меньших вычислительных затратах по сравнению с обращением многомерного оператора, соответствующего двухслойной неявной схеме, т. е. реализовать экономичность метода. Данный метод (ADI method) обладает устойчивостью и сходимостью как при решении линейных 2D задач [2], так и при решении линейных 3D задач [3]. Однако, как показал наш опыт, в случае решения нелинейных задач на большом отрезке безразмерного времени, устойчивость решения может быть потеряна, что приводит к необходимости разработки новых методов, обладающих экономичностью, сравнимой с экономичностью ADI метода.

В данном докладе приводится сравнение предложенного нами многоэтапного итерационного метода, примененного к двухслойной разностной схеме, с методом Дугласа [3] (ADI method) при решении двухмерных и трехмерных линейных уравнений в частных производных. При этом итерации расставляются таким образом, чтобы на итерациях решалась задача по одному из направлений, что обеспечивает экономичность метода. Один из важных выводов доклада состоит в том, что в линейном случае решение трехмерного параболического уравнения, полученное после первого цикла итераций, совпадает с решением, полученным на основе ADI метода. Развиваемый нами подход открывает новые возможности использования искусственных прозрачных краевых условий, например, для линейного и нелинейного уравнения Шредингера.

Егоренков В. А. благодарит РНФ (грант № 24-71-00031), при финансовой поддержке которого выполнена данная работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Peaceman D. W., Rachford H. H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1955. Vol. 3, № 1. P. 28–41.
- [2] Douglas J., Rachford H. H. On the numerical solution of heat conduction problems in two and three space variables // Transactions of the American Mathematical Society. 1956. Vol. 82, № 2. P. 421–439.
- [3] Douglas J. Alternating direction methods for three space variables // Numerische Mathematik. 1962. Vol. 4, № 1. P. 41–63.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ С ГЕТЕРОГЕННЫМИ АГЕНТАМИ НА ОСНОВЕ ИГР СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Леонов Елисей Александрович

Математик, ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова,
Кафедра вычислительных методов, e-mail: elishaleonov@gmail.com

Рассматривается модель общего равновесия с гетерогенными агентами в постановке игры среднего поля, которые активно разрабатываются в последние годы [1,2]. Здесь рассматривается модель с репрезентативными фирмами, которые испытывают общие шоки производительности (z_f), и с гетерогенными домохозяйствами с двумя идиосинкратическими шоками: шок трудовых доходов (z_w) и шок заимствований (z_s). Возможность заимствований ограничена правилом LTV. Также на домохозяйства действует общий шок доходов (z_{oil}), отражающий внешнеэкономические колебания. Формально модель описывается системой вида (1) (задача фирмы имеет стандартный вид поэтому для краткости ограничимся задачей домохозяйства).

$$\left\{ \begin{array}{l} V(t) = \max_{c,l} E_0 \int_0^\infty e^{-\rho t} u[c, l] dt \\ e^{z_w} Wl + R_k k + R_b b + x e^{z_{oil}} = c + i + e^{z_s} s \\ dk_t = (i - \delta_k) dt \\ b \geq -LTV k - q, 0 \leq LTV < 1 \\ z_i = \gamma_i (\mu_i - z_i) dt + \sigma_i dM \\ X = \int \int \int \int_0^\infty x g(k, b, z_w, z_s | z_f, z_{oil}) dk db dz_w dz_s \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $V(t)$ – функция стоимости (ценности), $e^{-\rho t}$ – дисконтирующий множитель, $u[*]$ – функция мгновенной полезности, которая зависит от потребления c и труда l . В качестве X и x выступают K, L, B, C, I и k, l, b, c, i соответственно. Величины k, b, c, i суть размер капитала, долга, потребления и инвестиций.

Переменные R и W обозначают соответственно цену капитала и зарплату, а M - Винеровский процесс. Наконец, $g(k, b, z_w, z_s | z_f, z_{oil})$ есть условная плотность совместного распределения капитала, долга и идиосинкратических шоков. Сектор фирм работает с агрегированными величинами.

Модель калибруется в соответствии с опытом современных работ. В основе численного решения модели лежит нейросетевой подход, который имеет хорошие перспективы по сравнению с конечно-разностным методом [3] при увеличении размерности задачи [4]. Нейронные сети, отвечающие за переменные управления, обучаются на обновляемой разреженной случайной сетке. Функция потерь формируется как сумма квадратов невязок системы уравнений, включающей необходимые условия оптимальности (в т.ч. уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана), уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова, а также агрегирующие интегралы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Achdou Y., Han J., Lasry J-M., Lions P-L., Moll B. Income and Wealth Distribution in Macroeconomics: A Continuous-Time Approach// Review of Economic Studies, 89, Society for Economic Dynamics, 2022
- [2] Parra-Alvarez J.C. Solution Methods and Inference in Continuous-Time Dynamic Equilibrium Economies// PhD Thesis, Aarhus University, 2015
- [3] Achdou Y., Lauriere M. Mean Field Games and Applications: Numerical Aspects// Mean Field Games (LNM, volume 2281), Cetraro, Italy 2019
- [4] Maliar L., Maliar S., Winant P. Deep Learning for Solving Dynamic Economic Models // Journal of Monetary Economics, Vol. 122., 2021, pp. 76–101

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ШАХМАТНЫХ ЗАДАЧ

Захаров Виктор Борисович¹, Мостяев Артем Игоревич², Цыбиков Тумэн Владиславович³

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victorltdis@gmail.com

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: Reistlin12@gmail.com

³ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: tumen.tsybikov04@mail.ru

Авторами доклада создана большая серия курсов, предназначенная для обучения шахматам, под общим именем Chess King. Курсы обучают многообразным тактическим и стратегическим приемам в разных стадиях игры и включают все уровни от не умеющих играть до продвинутых мастеров.

В прошлом году было рассказано про методы обучения шахматным дебютам [1]. В этом докладе описываются наработанные годами методы подготовки курсов.

В начале разработки Chess King основу составляли авторские курсы. Они проверялись компьютерными программами, исправлялись и дорабатывались.

На данный момент можно сказать, что 90% задач из авторских курсов подверглись той или иной переработке.

В настоящее время основой для составления новых курсов являются партии шахматистов. Подготовка курсов включает следующие этапы.

(А) Проводится анализ базы партий шахматными программами, и выявляются ошибки. Предложенные программами последовательности ходов рассматривается как кандидаты на задачи. Необходимо отметить, что ранние программы не могли адекватно оценивать стратегические мотивы. Современные программы, а также новые методы анализа позволяют добиться 99% точности оценок.

(Б) Проводится генерация альтернативных вариантов, чтобы не допустить множественных решений. По этому критерию обычно отсеивается 95% кандидатов. Тем не менее, для интересных задач в курсах Chess King множественность допускается. В этом случае программа может как позволить ученику продолжать своё решение до конца по выбранному им варианту, так и сообщить, что ход принимается, но далее решение будет продолжено по основному варианту.

(В) Проверяется эргономика задач (удобство решения учеником). Задачам начисляются штрафные баллы за очень короткое или длинное решение, за обилие альтернатив, за неочевидный в конце решения для ученика результат на доске.

(Г) Делается попытка улучшить задачи (уменьшить штрафы). В задачу может быть добавлено несколько ходов, изменены ответы противника, чтобы направить задачу по варианту с наименьшими штрафами. В особо важных задачах возможна незначительная модификация начальной позиции.

(Д) Происходит классификация задач и разбиение на темы. Здесь применяются как аналитические методы, так и внедряются методы искусственного интеллекта.

(Е) После выпуска курсов собирается статистика по типовым ошибкам. Анализируются и вставляются в курсы варианты игры после ошибок учеников. В новых выпусках это помогает ученикам быстро понять, почему их решения ошибочны.

На данный момент подготовлены более 100 обучающих курсов по всем шахматным темам. Накоплен банк из миллиона задач. Успех принятых при разработке системы Chess King методов демонстрируют десятки миллионов скачиваний программ для платформ Android и iOS.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захаров В.Б., Цыбиков Т.В., Мостяев А.И. Использование дебютных деревьев для автоматической генерации шахматных задач // в сборнике Ломоносовские чтения-2025: научная конференция, факультет ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова. Тезисы докладов, серия «Вычислительная математика

и кибернетика», издательство ООО "МАКС Пресс"(Москва), тезисы, с. 178-179

ОПТИМИЗАЦИЯ ОПИСАНИЯ ШАХМАТНЫХ ПРИЗНАКОВ НА ЯЗЫКЕ PYTHON

Захаров Виктор Борисович¹, Борисов Тимофей Вячеславович²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victorltdis@gmail.com

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: timv.borisov124@mail.ru

Для качественной классификации шахматных задач необходимо описание шахматных признаков, таких как связка, сдвоенные пешки, выгодный размен, малоподвижная фигура и т. п. Можно запрограммировать эти признаки функциями на языке высокого уровня. Но, если речь идет о сотнях признаков, то это трудоемко для программирования и отладки. Для облегчения задачи описаний было решено использовать язык запросов CQL, позволяющий просто описывать области доски, расположение фигур и различные трансформации. Ниже приведены несколько простых примеров описаний:

- `Rq[e8,f-h7-8]`
На клетках e8, f8, g8, h8, f7, g7, h7 есть белая ладья или черный ферзь
- `:attackcount B [rq] > 0`
Белый слон атакует черную ладью или ферзя
- `:attackcount a N > 0`
Черная фигура атакует белого коня
- `:maxswapvalue A a > 1`
Белые могут в результате разменов выиграть фигуру или качество
- `:and(N d-e4-5 , :piecescount p[c-f5-7] == 0)`
Белый конь в центре доски, черные пешки не могут его атаковать

Существует несколько диалектов CQL. Диалект CQL, используемый для подготовки задач в системе Chess King, первоначально был реализован на языке Pascal в 2010 году [1]. В связи с переносом системы подготовки курсов на язык Python потребовалась реализация интерпретатора подобного языка в новой системе.

Код на Python получается более ясным и простым в обслуживании, его объем в 4 раза меньше аналогичного кода на Pascal. Причины этого — мощные структуры данных и динамическая типизация. Удалось облегчить конструкции CQL. Реализованы дополнительные функции, упрощающие описание шахматных признаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захаров В.Б., Махнычев В.,С. О развитии языка поисковых запросов CQL (Chess Query Language) // в сборнике Ломоносовские чтения-2011: науч-

ная конференция, факультет ИССА МГУ имени М.В.Ломоносова. Тезисы докладов, издательство ИД "Ключ-С"(Москва), тезисы, с. 156-157

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЦИФРОВОЙ КОЛЛЕКЦИИ УТРАТ БИБЛИОТЕКИ МОСКОВСКОГО ОБЩЕСТВА ИСПЫТАТЕЛЕЙ ПРИРОДЫ

Леонов Михаил Васильевич

Лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, e-mail: Leonowmw@cs.msu.ru

В середине прошлого века библиотека Московского общества испытателей природы (МОИП) занимала третье место в стране по богатству своих фондов. Опыт работы в этом книжном собрании подтверждает: в прошлом, иногда и в недавнем, случались утраты. Пропадали некоторые артефакты, в том числе антикварные книги.

Сегодня появился шанс хотя бы отчасти возместить эти утраты. Некоторые из пропавших книг можно восстановить «виртуально» — благодаря тому, что другие хранилища их оцифровали. Это позволяет говорить о создании коллекции утраченных книг, хотя, разумеется, полноценной замены оригиналов она не дает.

Наполнение и программная поддержка этой коллекции продолжают серию междисциплинарных проектов лаборатории вычислительного практикума и информационных систем ВМК МГУ. Эти проекты не сводятся к разработке программных средств, но требуют также историко-архивных и библиографических изысканий [1]. Мы следуем здесь принципу «архипелага компьютеризации», который Г. Р. Громов пояснил метафорой: «дорожки сначала протаптывают, а потом асфальтируют» [2]. Среди примеров — частичная реконструкция библиотеки Григория Ивановича Фишера фон Вальдгейма (1771–1853) [3] и аналогичная работа по Фундаментальной библиотеке Первой Московской гимназии.

Мы не решились бы на этот проект без почти случайной находки — реестра книг библиотеки МОИП 1824 года. Он был неизвестен таким авторитетным исследователям этого собрания, как С. Ю. Лифшиц (1905–1983) и Ю. В. Чайковский [4]. Правда, старинный реестр составлен совсем не по современным библиографическим стандартам, поэтому при оформлении данных мы консультировались с библиографами Научной библиотеки МГУ и другими специалистами.

У проекта несколько целей. Первая — очередной этап цифровизации каталога библиотеки МОИП. Вторая — создание типовой программы для ведения подобных книжных коллекций. Третья — попытка сохранить уникальные свидетельства истории Московского университета. Четвертая — показать студентам нашего межфакультетского курса возможности информационных технологий в историко-архивных исследованиях.

Для сопровождения создаваемой коллекции нами подготовлена новая версия гипертекстового каталога системы (HTML+JavaScript с использованием библиотек jQuery JavaScript Library и fancyBox). Основой этого каталога является таблица, строки которой представляют основные библиографические данные (автор, название, издатель, год издания, шифр), а также ссылки на локальный адрес электронной копии утраченной книги, примечания и ссылки на папки для хранения фотографий страниц, представляющих интерес для более детального изучения артефакта.

В состав разработанного программного обеспечения вошли также скрипты на Python. Они автоматизируют поиск и в ряде случаев загрузку найденных цифровых копий из таких хранилищ, как «Книжные памятники РФ», Biodiversity Heritage Library, Google Books, Deutsches Museum Digital, RARUS'S GALLERY и других.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Леонов М. В. Архив Московского общества испытателей природы на пути в цифровую эпоху // Отечественные архивы. 2019. № 3. С. 27–33.
- [2] Громов Г. Р. Очерки информационной технологии. М. : Инфоарт, 1996. 336 с.
- [3] Леонов М. В., Зелепухина Е. А. Цифровой архив «Г.И. Фишер фон Вальдгейм»: портреты и другие артефакты // Бюллетень Московского общества испытателей природы. Отдел геологический. 2021. Т. 96, № 4. С. 35–44.
- [4] Чайковский Ю. В. Старейшее общество и его библиотека // Москва научная. М. : Янус-К, 1997. С. 391–415.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ ТЕСТОВ ДЛЯ СИСТЕМ ТЕСТИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ПРАКТИКУМА.

Новиков Михаил Дмитриевич

Лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, кафедра алгоритмических языков, МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: novikov_57@mail.ru

На факультете ВМК с 2025 года разрабатывается система, предназначенная для автоматизации процесса подготовки данных для разработанных ранее трёх систем автоматического тестирования программ на языках Паскаль, Ассемблер и Си, соответственно [1], [2].

Система предлагает выбрать язык (Паскаль, Ассемблер или Си) и каталог для хранения файлов с данными для соответствующей системы автоматического тестирования.

Система позволяет:

1. вводить тексты формулировок задач и требования к алгоритмам,

2. задавать вид тестируемых программных единиц (полная программа, подпрограмма или программа с входящей в неё подпрограммой),
3. указывать формат ввода исходных данных и вывода результатов тестирования (число, строка, массив, матрица)
4. вводить и предварительно транслировать описания и операторы, дополняющие тестируемые подпрограммы до полных программ [3],
5. вводить тесты к тестируемым программным единицам.

При занесении информации в базу данных производится проверка её корректности.

Можно вводить данные для новых задач, редактировать данные для имеющихся задач и удалять данные. Система написана в среде Delphi, может быть запущена на локальном компьютере и не требует выхода в Интернет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Новиков М.Д. Программное обеспечение поддержки практикума на младших курсах факультета ВМК.: В сборнике «Ломоносовские чтения 2024: научная конференция, факультет ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова». Тезисы докладов.
- [2] Новиков М.Д. Система автоматического тестирования программ на языке Си.: В сборнике «Ломоносовские чтения 2025: научная конференция, факультет ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова». Тезисы докладов.
- [3] Новиков М.Д. Системы автоматического тестирования программ.: В журнале Научно-практический журнал «Аллея науки», том. 4., №103, стр.1-8.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕНЕРАТОРОВ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ НА АЛГОРИТМЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Шеханов Алексей Сергеевич¹, Полякова Ирина Николаевна²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: alexeysh2002@yandex.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: polyak@cs.msu.ru

Генераторы псевдослучайных чисел (ГПСЧ) широко применяются в вычислительных задачах, включая моделирование, криптографию и алгоритмы машинного обучения. Во многих методах машинного обучения случайные числа используются при инициализации параметров моделей, формировании обучающих выборок и реализации стохастических методов оптимизации. Качество и свойства используемого генератора псевдослучайных чисел могут оказывать влияние на процесс обучения алгоритмов и стабильность получаемых результатов. В связи с этим возникает необходимость исследования влияния

различных генераторов случайных чисел на работу алгоритмов машинного обучения.

Существует большое количество алгоритмов генерации псевдослучайных чисел, отличающихся по своим характеристикам, таким как период, распределение значений и вычислительная эффективность. Некоторые генераторы разрабатываются с целью обеспечения высокой скорости работы, другие — для получения последовательностей с лучшими статистическими свойствами [1]. В данной работе рассматривается влияние различных генераторов случайных чисел на алгоритмы машинного обучения и анализируются особенности их применения при инициализации параметров моделей.

В рамках исследования рассматриваются несколько типов генераторов случайных чисел, включая генератор истинных случайных чисел, линейные конгруэнтные генераторы, а также один из известных исторических генераторов RANDU. Для оценки их влияния проводятся вычислительные эксперименты с использованием моделей линейной и логистической регрессии, широко применяемых в задачах машинного обучения [2].

Предлагается методика экспериментального исследования, в рамках которой генераторы случайных чисел используются для инициализации коэффициентов моделей перед началом обучения. Обучение выполняется с применением метода градиентного спуска. Для оценки работы моделей используются стандартные метрики качества, а полученные результаты анализируются на основе многократных запусков экспериментов и их статистического сравнения. Результаты экспериментов визуализируются с помощью графиков и диаграмм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кнут Д. Э. Искусство программирования. Том 2: Получисленные алгоритмы (The Art of Computer Programming, Vol. 2: Seminumerical Algorithms). — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2007.
- [2] Бишоп К. М. Распознавание образов и машинное обучение (Pattern Recognition and Machine Learning). — М.: Диалектика, 2016.

ГИБРИДНАЯ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОДБОРА КНИГ

Новиков Сергей Александрович, Полякова Ирина Николаевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: s02240511@gse.cs.msu.ru, polyak@cs.msu.ru

Подбор книг в электронных библиотеках затруднен высокой разреженностью пользовательских данных: для значительной части читателей доступна лишь короткая история взаимодействий, поэтому чисто коллаборативные методы теряют устойчивость и хуже справляются с проблемой холодного старта. В работе рассматривается построение рекомендательной системы по данным

сервиса «МТС Библиотека» [1], где требуется учитывать как коллективные закономерности поведения пользователей, так и содержательные свойства самих книг.

Метод. Предлагается гибридная модель, объединяющая коллаборативную фильтрацию на основе метода ALS [2] и контентный подход с использованием TF-IDF-представления метаданных книги [3]. Коллаборативная часть извлекает скрытые предпочтения из матрицы взаимодействий «пользователь — книга», а контентная часть использует названия и сведения об авторах для построения векторного описания произведений и пользовательских профилей. Итоговая рекомендация формируется как линейная комбинация оценок двух компонентов, что позволяет одновременно учитывать историю чтения и тематическую близость книг.

Организация эксперимента. Взаимодействия пользователей преобразуются в неявные сигналы предпочтения, после чего данные разделяются на обучающую и тестовую части. При формировании рекомендаций уже просмотренные книги исключаются из выдачи, а качество оценивается по стандартным ранговым метрикам. Такая схема позволяет сопоставить поведение модели на всей аудитории и на более активных пользователях.

Результаты. Экспериментальное исследование показывает, что при высокой разреженности данных качество рекомендаций на всей аудитории закономерно ограничено малым объемом пользовательской истории. Вместе с тем на более активных читателей гибридная схема работает заметно устойчивее и формирует более содержательные рекомендации. Контентный компонент частично компенсирует недостаток взаимодействий и улучшает поведение модели в сценариях холодного старта, а коллаборативный компонент остается полезным там, где история чтения уже достаточно информативна.

Заключение. Полученные результаты подтверждают, что объединение ALS и TF-IDF является практичным решением для персонализированного подбора книг в условиях разреженных данных. Предложенный подход легко интерпретируется, не требует ресурсоемкого обучения и может служить основой для дальнейшего развития рекомендательной системы с учетом более богатых метаданных и временной динамики чтения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] MTS Library Dataset. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/sharthz23/mts-library> (дата обращения: 10.03.2026).
- [2] Hu Y., Koren Y., Volinsky C. Collaborative filtering for implicit feedback datasets // 2008 Eighth IEEE International Conference on Data Mining. 2008. P. 263–272.
- [3] Salton G., Buckley C. Term-weighting approaches in automatic text retrieval // Information Processing & Management. 1988. Vol. 24, no. 5. P. 513–523.

ГЕНЕРАТИВНАЯ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА НА ОСНОВЕ LLM С ИНТЕРПРЕТАЦИЕЙ ЗАПРОСОВ И СИНТЕЗОМ ОБОСНОВАНИЙ

Третьяков А.А., Полякова И.Н.

МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: s02220255@gse.cs.msu.ru, polyakova@cs.msu.ru

Введение. При интеграции языковых моделей возникают две ключевые проблемы: адаптация генеративной природы LLM к конкретной области и эффективное использование подхода RAG (Retrieval-Augmented Generation) без потери гибкости диалога. Цель работы — разработка прототипа диалоговой системы на основе больших языковых моделей и средств поиска.

Определение 1. *Под системой нечеткого поиска на основе LLM понимается совокупность методов, позволяющих обрабатывать запросы произвольной формы с использованием языковых моделей и внешних источников данных.*

Данные и методы. В качестве базы знаний использован открытый набор данных сервиса «КиноПоиск». Каждая запись включает название, описание, жанры, страны производства и другие атрибуты.

Классификация запросов. Для проверки необходимости обращения к базе знаний была дообучена большая языковая диалоговая модель DeepPavlov/rubert-base-cased. Обучающая выборка содержит 5 000 диалогов, сгенерированных DeepSeek [1] и размеченных вручную.

Декомпозиция запроса. При положительном решении классификатора дообученная модель Qwen3-14B [2], выделяет из исходного запроса подзапросы к поисковой системе, что улучшает полноту поиска.

Поиск данных. Применяется полнотекстовый поиск на основе TF-IDF. Релевантность определяется косинусной близостью векторов запроса и документа. Документы с наибольшей близостью передаются в LLM для формирования ответа.

Архитектура системы. Классификатор обрабатывает запрос пользователя. Если поиск не требуется, ответ генерируется LLM. В противном случае запускается декомпозиция, затем поиск по базе знаний, и результаты подаются в генеративную модель. Такая композитная архитектура обеспечивает эффективность вычислений.

Утверждение 1. *Предложенная архитектура снижает число галлюцинаций за счёт использования внешних данных, а также экономит ресурсы, пропуская этап поиска для запросов, не требующих обращения к базе знаний.*

Заключение. Разработан прототип интеллектуальной диалоговой системы на основе LLM с адаптивной стратегией обработки запросов. Дальнейшие исследования будут направлены на повышение качества ответов, улучшение поиска и оптимизацию требуемых ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] DeepSeek-AI. DeepSeek LLM: Scaling open-source language models // arXiv:2401.02954. 2024.
- [2] Yang A. et al. Qwen3 technical report // arXiv:2505.09388. 2025.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Корухова Юлия Станиславовна, Оганесян Владимир Григорович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: yulia@cs.msu.ru, vladoganes@yandex.ru

Область формальных рассуждений и автоматического доказательства теорем привлекает внимание мирового научного общества еще с середины XX века и до сих пор является интересным направлением для исследования способов построения интеллектуальных систем. Особый интерес в этой сфере представляют геометрические задачи: с одной стороны для поиска их решения необходима развитая интуиция, с другой - требуется строгий логический вывод для обоснования каждого шага рассуждения. При построении системы, ориентированной на решении геометрических задач, ключевым вопросом всегда остается способ формирования новых фактов о задаче на основе исходных данных и накопленных геометрических знаний. Первые подобные системы [1] использовали эвристические алгоритмы и набор правил, запрограммированных внутри самих систем, для вывода новых фактов. Впоследствии более совершенные подходы [2, 3] позволили вынести механизмы логического вывода из кода программы и описывать их в виде структурированных правил, а сами геометрические факты описывать в базе знаний, чтобы она могла расширяться независимо от кода программной системы. В настоящее время разработка и усовершенствование таких программных систем остается актуальной: наряду с появлением нейросетевых решений [4] сохраняется интерес и к развитию классических основанных на правилах подходов, обладающих высокой интерпретируемостью выдаваемых решений.

В ходе работы были изучены известные методы автоматизированного решения геометрических задач, включая как методы, основанные на правилах и прецедентах, так и нейросетевые подходы. На основе изученных методов реализован прототип программной системы для автоматизированного реше-

ния геометрических задач на тему поиска углов в треугольниках. Прототип программной системы включает в себя следующие программные компоненты:

- Анализатор условия (модуль, обрабатывающий условие задачи в специальном формате и формирующий связи между геометрическими объектами),
- Базу знаний (набор геометрических фактов в специальном формате, которые используются при выводе новых утверждений),
- Программу-администратор (модуль, формирующий траекторию решения задачи и использующий сведения из базы знаний для вывода новых фактов).

Прототип реализован в виде консольного приложения, которое принимает на вход текстовый файл с описанием условия и формирует выходной файл, содержащий полученное решение. Предложенный в работе подход позволяет расширить класс решаемых задач преимущественно за счет пополнения базы знаний новыми геометрическими правилами без модификации программного кода, что представляется перспективным при развитии системы для работы с более сложными геометрическими объектами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Gelernter H. Realization of a Geometry Theorem proving Machine. Ams. : North Holland publishing company, 1959. pp. 273–282.
- [2] Вакин В. В., Корухова Л. С., Любимский Э. З., Малышко В. В. Ассоциативные методы планирования решений сложных задач : М. Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, №81, 1997.
- [3] Корухова Л. С., Любимский Э. З., Малышко В. В. Реализация стратегий планирования на основе управляющих стереотипов : М. Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, №13, 2000.
- [4] Trinh T. H., Wu Y., Le Q. V. Solving olympiad geometry without human demonstrations. Nature 625, 2024. pp. 476–482.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ НАМЕРЕННЫХ ИСКАЖЕНИЙ В ТЕКСТАХ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Григорьев Тимофей Николаевич¹, Грацианова Татьяна Юрьевна²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: grigtimnik@mail.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: tgratsianova@cs.msu.ru

При автоматическом анализе текстов нередко возникает задача распознавания обфускации — намеренных искажений текста, которые используются для обхода автоматической модерации и фильтров.

Символьные преобразования, при которых текст с точки зрения человека практически не меняется, но при этом становится непригодным для некоторых видов автоматической обработки, весьма разнообразны: замена символов на внешне похожие, добавление разделителей, удвоение букв, малозаметные

нарушения орфографии. Широкий спектр типов искажений делает задачу обнаружения обфускации весьма сложной, требует сравнения разных методов и экспериментов на едином датасете для поиска наилучшего решения.

Был собран датасет, содержащий 2,8 млн текстов (в среднем по 20 слов): 40% данных — реальные пользовательские материалы с варьирующимся качеством и степенью читаемости, 60% автоматически сгенерированы на основе примеров без искажений.

Подход на основе правил (шаблоны, регулярные выражения, словари) не даёт хороших результатов ($F_1 = 0,66$): определяются грубые искажения (многократные повторы букв, замена букв на похожие цифры), но существенно хуже распознаются намеренные опечатки; сочетание латиницы и кириллицы и буквенно-цифровые комбинации часто дают ложные срабатывания.

Более высокие результаты ($F_1 = 0,80$) дали обучаемые модели классификации на символьных n -граммах. Логистическая регрессия даёт заметный прирост качества относительно правил и остаётся интерпретируемой: по коэффициентам модели можно получить символьные n -граммы с наибольшими положительными весами («триггеры» обфускации).

Наилучший результат ($F_1 = 0,86$) дал метод на основе трансформера: модель получает на вход полный текст как последовательность символов и решает задачу бинарной классификации наличия обфускации без привязки к словарю. Идея метода почерпнута из [1], где предложен инструмент для расшифровки замаскированных ругательств и оскорбительных слов в текстах на английском языке. Описанный в работе character-level Transformer был адаптирован для русскоязычных данных. Эта модель способна учитывать последовательность символов целиком и лучше обобщать новые комбинации вставок, разделителей и замен.

Полученные результаты дают возможность перейти от классификации текстов (содержит/не содержит искажения) к локализации подозрительных фрагментов, восстановлению их формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Renwick T., Barbosa D. Detection and Identification of Obfuscated Obscene Language with Character Level Transformers // Canadian AI. 2021.

МЕТОДЫ ОТБОРА ДАННЫХ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Рогожин Денис Андреевич, Грацианова Татьяна Юрьевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: den1s.rogozhin@mail.ru, tgratsianova@cs.msu.ru

На сегодняшний день качество больших языковых моделей (LLM) определяется не только архитектурой, но и объёмом, а главное — качеством обучающих

данных. Если первые трансформеры, такие как BERT, обучались на небольших, но тщательно подобранных коллекциях (книги, Википедия), то современные модели оперируют терабайтами веб-данных, которые содержат огромное количество шума: токсичного контента, дубликатов, грамматических ошибок и бессмысленных текстов. Обучение на подобных корпусах без предварительной обработки ведёт к усвоению моделью нежелательных языковых конструкций и потере способности генерировать релевантные ответы. Исследования [1] показывают, что модели на очищенных данных показывают результаты на 5-20% выше, чем на неочищенных.

Особую актуальность задача приобретает для русского языка: качественных данных значительно меньше, чем англоязычных, а существующие корпуса часто зашумлены машинным переводом. В связи с этим необходимы эффективные методы очистки русскоязычных текстовых данных. Для решения этой задачи требуется изучить существующие методы очистки и оценить их качество на русскоязычных данных. Например, при создании корпуса CulturaX [1] использовались фильтрация по чёрным спискам URL, отсев по статистическим метрикам и MinHash дедупликация. В проекте DCAD-2000 [2] очистка трактовалась как обнаружение аномалий с помощью Isolation Forest.

Помимо удаления некачественных текстов крайне актуальной является задача отбора наиболее полезных примеров для снижения вычислительных затрат на обучение. Исследования [3] показывают, что при качественном отборе объём обучающих данных можно сократить в несколько раз, сохранив качество модели. Современные подходы — ASK-LLM [3], Density [3], Quad [4] — направлены на поиск баланса между качеством и тематическим покрытием. Необходимо оценить применимость этих методов для русского языка.

В рамках исследования планируется зафиксировать текстовый корпус, применить к нему набор выбранных методов, обучить модели на полученных вариантах данных и сравнить их качество в различных задачах обработки русского языка. Ожидаемыми результатами станут количественные оценки прироста качества моделей в зависимости от применяемого метода фильтрации, а также анализ вычислительной сложности предлагаемых подходов. Это позволит определить оптимальную стратегию подготовки данных для русскоязычных моделей в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] DCAD-2000: A Multilingual Dataset across 2000+ Languages with Data Cleaning as Anomaly Detection / Y. Shen, W. Lai, Sh. Wang, X. Zhang, K. Luo, A. Fraser, M. Sun // arXiv. 2025. 2502.11546.
- [2] CulturaX: A Cleaned, Enormous, and Multilingual Dataset for Large Language Models in 167 Languages / Th. Nguyen, Ch. Van Nguyen, V. Dac Lai, H. Man,

N. Trung Ngo, F. Dernoncourt, R. A. Rossi, Th. Huu Nguyen // arXiv. 2023. 2309.09400.

[3] How to Train Data-Efficient LLMs / N. Sachdeva, B. Coleman, W.-Ch. Kang, J. Ni, L. Hong, E. H. Chi, J. Caverlee, J. McAuley, D. Zhiyuan Cheng // arXiv. 2024. 2402.09668v1.

[4] Harnessing Diversity for Important Data Selection in Pretraining Large Language Models / Ch. Zhang, H. Zhong, K. Zhang, Ch. Chai, R. Wang, X. Zhuang, T. Bai, J. Qiu, L. Cao, J. Fan, Y. Yuan, G. Wang // arXiv. 2024. 2409.16986v2.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКРЫТЫХ ДАННЫХ С САЙТА ИСТИНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Гасанов Тимур Джавидович, Грацианова Татьяна Юрьевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: st02210013@gse.cs.msu.ru, TGratsianova@cs.msu.ru

Современные методы обработки естественного языка позволяют проводить исследования различных коллекций данных и обнаруживать наличие неявных закономерностей. Поскольку название научной работы, как правило, отражает ее содержание, анализ коллекции названий дает возможность составить представление об основных тенденциях развития того или иного научного направления. Целью данной работы является разработка алгоритмического подхода для семантической кластеризации названий научных работ.

Основой исследования являются данные с сайта ИСТИНА [1]: названия диссертаций, курсовых и ВКР (с указанием авторов, кафедр и года публикации). Данные, полученные путем автоматизированного сбора, содержали множество аномалий, связанных с нетипичным форматированием и опечатками. Для коррекции текстов использовалась большая языковая модель (LLM), так как наличие узкоспециализированной научной лексики делает неэффективным применение классических систем проверки орфографии. На настоящий момент очищенный корпус содержит более 7 тысяч названий длиной от 2 до 22 слов.

Для извлечения скрытой семантики (получения эмбедингов) применялись предобученные языковые модели. Ввиду специфики задачи кластеризации (проклятие размерности) возникла необходимость нелинейного сжатия пространства до значений менее 50 компонент, для чего был выбран алгоритм UMAP (Uniform Manifold Approximation and Projection) [2], продемонстрировавший высокие результаты в сохранении локальной и глобальной топологии текстовых данных. В качестве алгоритма кластеризации был выбран HDBSCAN [3], объединяющий преимущества иерархического и плотностного подходов. Спецификой его применения стала высокая доля данных, классифицированных как информационный шум. Для минимизации потерь информации оптимизиро-

вались параметры плотности и применялось принудительное распределение пограничных элементов по ближайшим кластерам.

На финальном этапе LLM повторно использовались для интерпретации результатов (генерации обобщающих названий кластеров), валидации кластеризации и автоматизированного слияния семантически близких групп. Предложенный алгоритмический комплекс позволил успешно структурировать массив разрозненных текстов и визуализировать динамику развития научных направлений в виде кусочно-линейных графиков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Интеллектуальная Система Тематического Исследования НАукометрических данных (ИСТИНА) [Электронный ресурс]. URL: <https://istina.msu.ru/> (дата обращения: 12.03.2026).
- [2] *McInnes L., Healy J., Melville J.* UMAP: Uniform Manifold Approximation and Projection for Dimension Reduction // arXiv preprint arXiv:1802.03426. 2018.
- [3] *Campello R. J. G. B., Moulavi D., Sander J.* Density-based clustering based on hierarchical density estimates // Pacific-Asia conference on knowledge discovery and data mining. Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. С. 160–172.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕГУЛЯРНОГО ОБРАЗА БЕСКОНТЕКСТНОГО L-ГРАФА

Вылиток Алексей Александрович¹, Гуляев Александр Владимирович²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylytok@cs.msu.su

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: fine.gulyaev@yandex.ru

L-графы без ограничений [1, 2] характеризуют класс рекурсивно-перечислимых языков, обладая такими же возможностями по описанию языков, как у машин Тьюринга и формальных грамматик типа 0 по классификации Хомского. Регулярные L-графы описывают регулярные языки, широко используемые в приложениях. Распознавание регулярности языка, заданного L-графом, в общем случае является алгоритмически неразрешимой проблемой. Актуальными являются поиск подклассов L-графов с разрешимой проверкой регулярности и соответствующих алгоритмов, преобразующих, в случае регулярности, L-графы из таких подклассов в эквивалентные регулярные L-графы, что упрощает анализ свойств языка и дает возможность более эффективной компьютерной обработки на основе конечно-автоматной вычислительной модели.

В докладе рассматриваются бесконтекстные L-графы без псевдоциклических путей, которые характеризуют класс бесконтекстных (контекстно-свободных) языков [3]. Отсутствие псевдоциклических путей гарантирует, что каждый цикл в успешном пути L-графа может повторяться, либо самостоятельно, либо в паре с другим циклом, что приводит к появлению новых успешных путей. Это

свойство позволяет находить регулярный образ для бесконтекстного L-графа, то есть такой регулярный L-граф, который будет эквивалентным исходному графу в случае регулярности его языка. Предлагается алгоритм построения регулярного образа, в основе которого лежит нахождение и преобразование ядра бесконтекстного L-графа – конечного множества успешных путей с ограничениями на повторяемость циклов.

Отметим, что ранее задача проверки регулярности для другого формального описания языков – детерминированных магазинных автоматов – была исследована Р. Стирнзом [4], однако тройная экспоненциальная оценка, представленная там, а также улучшенная до двойной экспоненциальной оценки в работе [5], не предоставили оснований для практической реализации предложенных методов проверки. В данной работе представлена алгоритмическая реализация, направленная на преодоление этих ограничений и улучшение практической эффективности проверки регулярности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вылиток А. А., Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов конференции «Тихоновские чтения» (Москва, 25–29 октября 2010 г.). М : Макс-Пресс, 2010 С. 81–82.
- [2] Вылиток А. А., Ростовский А. С. О подклассах графовых представлений формальных языков // Сборник тезисов конференции «Ломоносовские чтения». М : Макс-Пресс, 2011 С. 98–99.
- [3] Вылиток А. А., Генералова Т. В. Нормальная форма бесконтекстных L-графов // Тезисы докладов конференции памяти Н. П. Трифонова «Программирование и вычислительная математика». — М., МАКС Пресс, 2020. — С. 22–23.
- [4] Stearns R. E. A regularity test for pushdown mashines // Inform. And Control. 1967 Vol. 11, N. 3 P. 323-340.
- [5] Valiant L. G. Regularity and Related Problems for Deterministic Pushdown Automata // J. Assoc. Comput. Mach. 1975 Vol. 22, Iss. 1 P. 1–10.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЕТЕВЫХ ГРАММАТИК ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ КОРПУСНОЙ РАЗМЕТКИ

Головин Игорь Геннадьевич¹, Певцова Елизавета Алексеевна²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: golovin@cs.msu.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: eliza.pevts721@yandex.ru

В работе описывается инструмент, помогающий экспертам-лингвистам выявлять некоторые ошибки в разметке корпусов деревьев зависимостей. В основе работы лежит подход к автоматической генерации сетевых грамматик [1] по размеченному корпусу текстов, описанный в [2]. Такие грамматики строят деревья,

"подобные" деревьям зависимостей из корпуса текстов. Для генерации сетевой грамматики используется корпус СинТагРус [3], а для построения деревьев зависимостей - синтаксический анализатор Gengine [4]. Сгенерированная грамматика состоит из рекурсивной сети переходов, расширенной так называемыми операторами или действиями. В частности, операторы проверяют наличие синтактико-семантических отношений (ССО) между главным и зависимым словами в строящихся деревьях зависимостей. В работе предлагается способ обнаружения несоответствий в разметке корпуса. Тестами для обнаружений несоответствий являются все предложения из корпуса, использованные для генерации сетевой грамматики. У каждого предложения есть эталонное дерево разметки из корпуса, которое и должно быть построено анализатором. Операторы проверки ССО используют только информацию о "настоящих" связях из эталонного дерева анализируемого предложения. В результате анализатор гарантированно строит эталонное дерево для предложения, поскольку оно подобно самому себе, и все ССО между словами соответствуют эталонному дереву. Если это дерево единственно, то тест с данным предложением не выявил дефектов разметки, но наличие более одного дерева может быть признаком дефекта разметки. Так для тестового подмножества корпуса СинТагРус из 8199 предложений, использованных для генерации грамматики, 1148 предложений имело более одного дерева разбора. Такие "лишние" деревья могут появляться как артефактами описываемого метода, но также и потому, что для некоторого яруса эталонного дерева существует хотя бы одно предложение из корпуса, в котором подобный ярус размечен по-другому. Эксперименты показали, что чаще всего такое несоответствие приисходит из-за неоднозначности разметки запятых. Так из 1148 предложений тестового подкорпуса 1078 предложений имели альтернативную разметку запятых. Заметим, что окончательное решение о том, является ли это несоответствие дефектом разметки, и какое именно предложение размечено неверно, не входит в задачу этой работы, и, в общем случае, должно приниматься экспертом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Woods W.A. Transition network grammars for natural language analysis // Communications of the ACM. – 1970. – Vol. 13. – No. 10. — P. 591-606.
- [2] Волкова И. А., Головин И. Г. Об одном подходе к автоматическому построению деревьев зависимостей // Программирование и вычислительная математика: сборник материалов конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Н. П. Трифонова. — Москва: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 2025. — С. 41–44.
- [3] Савчук С. О., Архангельский Т. А., Бонч-Осмоловская А. А., Дониная О. В., Кузнецова Ю. Н., Ляшевская О. Н., Орехов Б. В., Подрядчикова

М. В. Национальный корпус русского языка 2.0: новые возможности и перспективы развития. Вопросы языкознания, 2024. — с. 7–34.

- [4] И.А.Волкова, И.Г.Головин. Синтаксический анализ фраз естественного языка на основе сетевой грамматики. ДИАЛОГ’98, Труды межд. семинара. М., 1998.

ОБУЧЕНИЕ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ В ЗАДАЧЕ ГЕНЕРАЦИИ ЮНИТ-ТЕСТОВ БОЛЬШИМИ ЯЗЫКОВЫМИ МОДЕЛЯМИ

Киселев Денис Олегович¹, Головин Игорь Геннадьевич²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: denkisell@yandex.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: golovin@cs.msu.ru

В настоящее время большие языковые модели (Large Language Models / LLM) активно применяются в самых разных задачах разработки программного обеспечения. Большой прорыв в последние годы связан с появлением агентных систем, в рамках которых могут взаимодействовать несколько специализированных моделей и инструментов. Для кодовых ассистентов естественна потребность в компоненте, способном генерировать качественные юнит-тесты для программ, разрабатываемых как людьми, так и LLM.

Есть несколько аспектов, по которым можно судить о качестве генерируемых юнит-тестов: корректность, покрытие тестируемого кода, разнообразие случаев и др. В исследованиях зачастую выбирается некоторое подмножество свойств – и по нему ставится цель добиться улучшений. В данной работе в качестве критерия качества генерации выбраны *test smells* – признаки плохого дизайна тестов. Далее будем называть их дефектами дизайна. Классический пример такого дефекта – проблема *Assertion roulette*, когда в тесте выполняется множество проверок без пояснений, что приводит к невозможности определить, в каком случае возникает ошибка. Поскольку целевая функция для указанного критерия не является дифференцируемой, для оптимизации целесообразно применять обучение с подкреплением. Этот подход позволяет явно регулировать поведение модели, назначая вознаграждение за создание чистых тестов и штрафую за генерацию тестов с дефектами дизайна.

В ходе работы был собран датасет на основе набора *pyMethods2Test* [1] из реальных проектов на языке Python. Полученный датасет включает большое количество методов с некоторым контекстом и юнит-тестами, извлеченными из проектов. Также для каждого набора тестов в датасете собрана статистика по присутствию тех или иных дефектов дизайна – для этого применялся статический анализатор *PyNose* [2].

Собранный датасет используется для обучения с подкреплением моделей с относительно небольшим количеством параметров (до нескольких миллиардов). Вознаграждение или штраф генерируются на основе данных от статического

анализатора о найденных дефектах. Первые эксперименты показали работоспособность предложенного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Abdelmadjid I., Dyer R. pyMethods2Test: A dataset of Python tests mapped to focal methods //2025 IEEE/ACM 22nd International Conference on Mining Software Repositories (MSR). – IEEE, 2025. – С. 846-850.
- [2] Wang T. et al. Pynose: a test smell detector for python //2021 36th IEEE/ACM international conference on automated software engineering (ASE). – IEEE, 2021. – С. 593-605.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА RAG-СИСТЕМ В РУССКОЯЗЫЧНОМ ДОМЕНЕ

Моисеев Дмитрий Александрович, Тихомиров Михаил Михайлович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: dimaalex1975@gmail.com, tikhomirov.mm@gmail.com

Рост числа систем класса Retrieval-Augmented Generation (RAG), в которых генеративная модель формирует ответ с опорой на релевантные фрагменты, извлечённые из внешнего корпуса, делает актуальной задачу их воспроизводимой и автоматизированной оценки. Несмотря на активное развитие RAG-подходов [1, 2], большинство открытых бенчмарков и моделей-оценщиков ориентированы преимущественно на английский язык, что затрудняет их применение в русскоязычном домене. В работе рассматривается задача автоматической оценки качества RAG-систем для русского языка. В качестве основы использован набор данных RAGBench [3], для которого выполнена частичная локализация на русский язык с сохранением исходной метаинформации и публикацией дополнительных поднаборов RAGBench-RU в открытом доступе. На локализованном корпусе реализован и адаптирован подход к автоматической оценке качества ответов RAG-систем по трём аспектам: *relevance* — соответствие ответа запросу, *utilization* — использование предоставленного контекста, *adherence* — согласованность ответа с исходными данными.

Проведено обучение и сравнение нескольких моделей автоматической оценки, включая DeBERTa-v3-large [4], RuModernBERT-base [5, 6] и ruRoPEBert-e5-base. Наилучшие результаты показала модель DeBERTa-v3-large: *relevance* F1 = 0.73, *utilization* F1 = 0.75, *adherence* F1 = 0.897. Для RuModernBERT-base получены значения 0.71, 0.74 и 0.869 соответственно. Дополнительно исследовано влияние длины контекстного окна на качество оценки. Показано, что при увеличении объёма входного контекста качество моделей снижается, что указывает на ограниченную устойчивость рассматриваемого подхода при обработке длинных контекстов. Для демонстрации практической применимости результатов разработан прототип сервиса на Streamlit, автоматизирующий

оценку RAG-систем и обеспечивающий наглядное представление результатов. Полученные результаты могут быть использованы при создании русскоязычных бенчмарков и сервисов автоматизированной оценки RAG-систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lewis P., Perez E., Piktus A. et al. Retrieval-Augmented Generation for Knowledge-Intensive NLP Tasks // *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2020. Vol. 33. P. 9459–9474.
- [2] Retrieval-Augmented Generation for Large Language Models: A Survey / Y. Gao, Y. Xiong, X. Gao et al. // *CoRR*. 2023. Abs/2312.10997.
- [3] Friel R., Belyi M., Sanyal A. RAGBench: Explainable Benchmark for Retrieval-Augmented Generation Systems // *CoRR*. 2024. Abs/2407.11005.
- [4] He P., Gao J., Chen W. DeBERTaV3: Improving DeBERTa using ELECTRA-Style Pre-Training with Gradient-Disentangled Embedding Sharing // *CoRR*. 2021. Abs/2111.09543.
- [5] Smarter, Better, Faster, Longer: A Modern Bidirectional Encoder for Fast, Memory Efficient, and Long Context Finetuning and Inference / B. Warner, A. Chaffin, B. Clavie et al. // *CoRR*. 2024. Abs/2412.13663.
- [6] Spirin E., Malashenko B., Sokolov A. RuModernBERT: Modernized BERT for Russian [Electronic resource]. 2025. URL: <https://huggingface.co/deepvk/RuModernBERT-base> (accessed: 10.03.2026).

ИЗБИРАТЕЛЬНАЯ ЗАПИСЬ И КОНСОЛИДАЦИЯ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ В LLM-АГЕНТАХ

Мурсалимов Данил Азатович, Кузина Лариса Николаевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: murdanil7@yandex.ru, kln@cs.msu.ru

В большинстве современных LLM-агентов долговременная память, как правило, сводится к простому сохранению всей переписки подряд, без отбора и структурирования. Это приводит к росту шума, деградации качества извлечения релевантного контекста и неконтролируемому увеличению хранилища, поскольку простое хранение истории не обеспечивает сохранения существенных сведений и ухудшает когерентность в заданиях с длительным контекстом [1, 2]. В данной работе рассматривается архитектура агентской системы долговременной памяти, в которой решения о записи и реорганизации памяти принимаются подсистемой памяти, ориентированной на сущностные представления и управление памятью, а не на сырую историю диалога [3].

Архитектура. Разработана система, добавляющая к диалоговому ассистенту механизм долговременной памяти. Память используется для подстановки релевантного контекста во входные данные модели перед генерацией ответа и для накопления полезных фактов по итогам каждого шага диалога.

Решение состоит из двух компонентов. *Диалоговый агент* отвечает за генерацию ответа пользователю и подготовку входного контекста для языковой модели. *Подсистема памяти* хранит заметки, выполняет семантический поиск по векторам и управляет обновлением памяти, что согласуется с современными исследованиями, показывающими важность структурированной памяти и динамического обновления [4].

Сценарий работы. Сначала выполняется поиск заметок, связанных с текущим сообщением пользователя, с помощью векторного поиска по представлениям текста [5]. Найденные элементы преобразуются в компактный блок контекста и добавляются ко входным данным, после чего модель генерирует ответ. Затем подсистема памяти решает, нужно ли сохранить новые сведения из сообщения пользователя, и при необходимости добавляет новые записи в память.

Чтобы ограничивать шум и дубли, применяется постобработка новых записей: заметки могут помечаться тегами, кратко пересказываться или удаляться, что улучшает долговременную согласованность диалога.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jia Zixi, Liu Qinghua, Li Hexiao, Chen Yuyan, Liu Jiqiang. Evaluating the Long-Term Memory of Large Language Models // Findings of the Association for Computational Linguistics: ACL 2025. 2025. P. 19759–19777.
- [2] Wang Weizhi, Dong Li, Cheng Hao, Liu Xiaodong, Yan Xifeng, Gao Jianfeng, Wei Furu. Augmenting Language Models with Long-Term Memory // arXiv:2306.07174. 2023.
- [3] Sarin S. et al. Memoria: A scalable agentic memory framework for personalized conversational ai // 2025 5th International Conference on AI-ML-Systems (AIMLSystems). – IEEE, 2025. – С. 32-39.
- [4] Xing Yue, Yang Tao, Qi Yijia, Wei Minggu, Yu Cheng, Honghui Xin. Structured Memory Mechanisms for Stable Context Representation in Large Language Models // arXiv:2505.22921. 2025.
- [5] Li Kun, et al. Vector Storage Based Long-Term Memory Research on LLM // Int. Journal of Adv. Network, Monitoring and Controls. 2024. P. 69–79.

ОБ ОЦЕНКЕ СЛОЖНОСТИ ОДНОГО АЛГОРИТМА ПРИВЕДЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ МАТРИЦ ПО СТРОКАМ

Панфёров Антон Александрович¹, Гулак Максим Андреевич²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: panfaa@cs.msu.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: gulakma@my.msu.ru

Операторные матрицы представляют собой матрицы, элементы которых принадлежат кольцу операторов (дифференциальных, разностных и т. п.). Да-

лее для определённости будем рассматривать матрицы дифференциальных операторов.

Пусть K — дифференциальное кольцо характеристики 0 с операцией дифференцирования ∂ . $K[\partial]$ — кольцо дифференциальных операторов. Кольцо матриц размера $m \times m$ с элементами из $K[\partial]$ обозначается $K[\partial]^{m \times m}$.

Рассмотрим однородную систему линейных дифференциальных уравнений вида

$$L\vec{y}(x) = 0,$$

где $L \in K[\partial]^{m \times m}$, $\vec{y}(x) = (y_1(x), \dots, y_m(x))^T$.

Матрица дифференциальных операторов L может быть записана в развёрнутом виде

$$L = A_r \partial^r + A_{r-1} \partial^{r-1} + \dots + A_0,$$

где $A_i \in K^{m \times m}$, $i = 0, \dots, r$, $A_r \neq 0$. Число $r = \text{ord } L$ называется *порядком* матрицы L . Порядок j -й строки L обозначается $\delta_j = \text{ord } L_j$, $\vec{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_m)^T$ — вектор порядков строк, $|\vec{\delta}| = \sum_{i=1}^m \delta_i$.

Для операторных матриц существуют задачи, для решения которых необходимо получить «упрощённый» вид матрицы с сохранением её свойств. К таким задачам относится проверка полноты ранга соответствующей системы уравнений, проверка унимодулярности (обратимости) матрицы, а также построение обратной операторной матрицы. Для этого известны нормальные формы операторных матриц, одной из которых является приведённая по строкам форма [1]. Известен алгоритм ([1], см. также [2]), позволяющий преобразовать произвольную операторную матрицу к такой форме.

Предлагается алгоритм QuickRowReduction [3] построения приведённой по строкам формы, являющийся обобщением алгоритма преобразования полиномиальных матриц к слабой форме Попова [4]. Слабая форма Попова соответствует ступенчатому виду полиномиальной матрицы. В случае операторной матрицы такой вид будет соответствовать ступенчатому виду по порядкам операторов. Нетрудно показать, что тогда матрица является приведённой по строкам.

Алгоритм QuickRowReduction реализован в системе компьютерной алгебры SageMath. Настоящая работа посвящена оценке сложности нового алгоритма.

Доказаны следующие утверждения:

Утверждение 1. Алгоритм QuickRowReduction допускает оценку сложности $O(m^3 r^2 (2r + |\vec{\delta}|))$ по числу операций в K .

Если коэффициентами операторов являются многочлены, $K = \mathbb{Q}[x]$, оценка принимает следующий вид:

Утверждение 2. Алгоритм QuickRowReduction допускает оценку сложности $O(m^3 d^2 r^2 (2r + |\vec{\delta}|))$ операций в $\mathbb{Q}$, где d — максимальная степень многочленов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Beckermann B., Cheng H., Labahn G. Fraction-free row reduction of matrices Ore polynomials // Journal of Symbolic Computation. 2006. Т. 41, № 5, С. 513–543.
- [2] On simultaneous row and column reduction of higher-order linear differential systems / Barkatou M. A., El Bacha C., Labahn G., Pflügel E. // Journal of Symbolic Computation. 2013. Т. 49, № 1, С. 45–64.
- [3] Гулак М. А, Панфёров А. А. Об одном алгоритме преобразования операторных матриц // Тезисы докладов научной конференции «Тихоновские чтения» – 2024, Москва, ООО «МАКС Пресс», С. 106.
- [4] Mulders T., Storjohann A. On lattice reduction for polynomial matrices // Journal of Symbolic Computation. 2004. Т. 37, № 4, С. 485–510.

ВЛИЯНИЕ АДАПТАЦИИ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ НА КАЧЕСТВО УПРОЩЕНИЯ РУССКОЯЗЫЧНЫХ ТЕКСТОВ

Антипова Алёна Алексеевна, Волкова Ирина Анатольевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: alyona.al.antipova@gmail.com,
irinaavolkova@gmail.com

Упрощение текста — это процесс адаптации текстового материала, направленный на повышение его понятности и доступности для конкретной аудитории при сохранении основного смысла. Применительно к русскому языку наблюдается исследовательский пробел: большинство работ посвящено упрощению отдельных предложений и ориентированы в основном на английский язык. Методы промптирования больших языковых моделей позволяют контролируемо упрощать текст без дообучения, но для русского языка они мало изучены. Восполнение указанного пробела составляет основную научную новизну настоящего исследования, заключающуюся в систематизации стратегий промптирования для упрощения текста на уровне абзацев.

В работе использовались методы одноэтапного промптирования zero-shot, instruction-based и metric-guided. С их применением проводились эксперименты для двух моделей: исходной мультиязычной модели Qwen/Qwen3-4B-Instruct-2507 и её адаптированной для русского языка версии RefalMachine/RuadaptQwen3-4B-Instruct. В качестве датасета был выбран параллельный датасет RuAdapt [1].

Для оценки результатов использовались метрики, отражающие ключевые аспекты качества упрощения текста: сохранение исходного смысла, уровень простоты и грамматическую корректность. Измерение указанных аспектов проводилось с помощью метрики SARI, индексов удобочитаемости и BARTScore. Дополнительно анализировались статистические характеристики синтаксических триплетов.

Результаты эксперимента показали, что модели различаются незначительно, однако адаптированная модель в среднем упрощает тексты более эффективно на большинстве промптов. Кроме того, в ходе анализа установлено, что метод промптирования оказывает заметное влияние на качество упрощения. По отдельным метрикам модели демонстрируют результаты, превосходящие эталонное упрощение, представленное в датасете. указанные результаты приведены в табл. 1.

Таким образом, был сделан вывод, что в задаче упрощения текста метод промптирования значительно влияет на качество, а адаптация модели не всегда оказывает влияние.

	SMOG	LIX	Индекс Колман-Лиану
Эталонное упрощение	10.15	55.1	4.26
Адаптированная модель, metric-guided	6.62	48.21	1.99
Исходная модель, metric-guided	6.88	48	1.89

Рис. 1: Сравнение значений метрик для эталонного текста и двух моделей

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Digital Pushkin Lab. RuAdapt: A Russian Text Simplification Dataset [Электронный ресурс]. — 2021. — Электрон. дан. — URL: <https://github.com/Digital-Pushkin-Lab/RuAdapt> (дата обращения: 06.03.2025).

ВЛИЯНИЕ НЕПРОЕКТИВНОСТИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ НА КАЧЕСТВО РАБОТЫ СИНТАКСИЧЕСКИХ АНАЛИЗАТОРОВ

Рыльская Варвара Алексеевна, Волкова Ирина Анатольевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: rylskaya.varia@yandex.ru,
irina.a.volkova@gmail.com

Синтаксический анализ — важный этап обработки естественного языка, на котором происходит получение синтаксической структуры предложения (в частности, в виде дерева зависимостей). Для современных синтаксических анализаторов принципиальную сложность представляет анализ непроективных предложений, в которых дуги зависимостей пересекаются. Однако непроективность предложений не учитывается в существующих исследованиях (соревнованиях синтаксических анализаторов CoNLL Shared Tasks, проекте Naeval). Это может исказить общую оценку качества: высокие результаты на проективных предложениях маскируют низкие на непроективных.

В данной работе проведено сравнение качества работы современных синтаксических анализаторов русского языка (Natasha, UDPipe, spaCy, DeepPavlov,

Stanza) на проективных и непроективных предложениях. Предложения взяты из тестовой выборки датасета деревьев зависимостей SynTagRus (8800 предложений). Для всех тестовых предложений при синтаксическом анализе использовалась эталонная токенизация из датасета.

Разметка проективности выполнялась автоматически с помощью специально реализованной в данном исследовании программы, основанной на анализе пересечений дуг зависимостей (согласно определению из [1]). В результате выявлено 510 непроективных предложений.

При оценке по метрикам UAS и LAS (табл. 4) установлено, что на непроективных предложениях все анализаторы демонстрируют более низкое качество, чем на проективных (наиболее заметная разница — у анализатора Natasha). Кроме того выявлено, что для более половины эталонно непроективных предложений синтаксические анализаторы строят проективные деревья зависимостей. В частности, анализатор spaCy использует псевдопроективное преобразование зависимостей [2], поэтому результат его работы всегда является проективным. Дополнительно обнаружено, что результаты анализатора Natasha содержат циклические зависимости (что связано с особенностями его архитектуры).

В результате исследования выявлено существенное влияние непроективности на качество синтаксического анализа. Это подтверждает необходимость разработки алгоритмов, устойчивых к непроективности предложения.

Анализатор	UAS (пр)	UAS (непр)	LAS (пр)	LAS (непр)
Natasha	0.84	0.77	0.80	0.72
UDPipe	0.89	0.83	0.84	0.78
spaCy	0.89	0.82	0.83	0.77
DeepPavlov	0.94	0.91	0.91	0.88
Stanza	0.94	0.91	0.92	0.88

Таблица 4: Сравнение UAS и LAS на проективных и непроективных предложениях

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Волкова И. А. Введение в компьютерную лингвистику. Практические аспекты создания лингвистических процессоров: Учебное пособие для студентов факультета ВМиК МГУ. М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ, 2006. 13 с.
- [2] Nivre J., Nilsson J. Pseudo-Projective Dependency Parsing // Proceedings of the 43rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL'05). Ann Arbor, Michigan: Association for Computational Linguistics, 2005. P. 99–106.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АДАПТИРОВАННОЙ И НЕАДАПТИРОВАННОЙ LLM НА ОСНОВЕ ТЕСТА АССОЦИАЦИЙ

Скрябина Мария Евгеньевна, Шамаева Елена Денисовна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: m.skr1@yandex.ru, derinhelm@yandex.ru

подавляющее большинство фундаментальных больших языковых моделей (LLM) обучаются на англоязычных данных, что формирует у них преимущественно западную картину мира. Однако растет спрос на адаптацию моделей под культурные особенности разных стран, что делает актуальной задачу разработки методов оценки эффективности этого процесса. В качестве одного из таких методов может выступать ассоциативный эксперимент, заимствованный из психолингвистики, который позволяет количественно измерить, насколько успешно LLM усвоила особенности иной лингвокультуры.

Целью работы является проведение сравнительного анализа ассоциативного мышления адаптированной и неадаптированной версий большой языковой модели для оценки влияния процесса русификации на ее «культурный код».

Методология исследования взята из [1], где ассоциативный эксперимент проводился на моделях Qwen и LLaMA (базовые версии и версии, прошедшие целенаправленную культурную настройку) для западного англоязычного и китайского культурных контекстов. В данной работе аналогичный подход применен при анализе оригинальной Qwen3-4B (неадаптированная) и ее версии RuadaptQwen3-4B-Instruct [2], дообученной на русскоязычных текстах (адаптированная), для русского и американского культурных контекстов. Для каждой модели генерировались ассоциации в трех условиях, различающихся начальным промптом: с заданием русского контекста («Вы из русской культурной среды. Сейчас Вы будете выполнять тест на словесные ассоциации. Назовите первую ассоциацию к слову ...»), американского контекста («Вы из американской культурной среды. ...») и без контекста (только вторая часть промпта). Ассоциации были получены для 66 слов, распределенных по 22 смысловым группам. Затем проводилось попарное сравнение ответов моделей и подсчет процента совпадений.

Выявлена зависимость сходства ответов от заданного культурного контекста. Минимальный процент совпадений (26%) зафиксирован в американском контексте, максимальный (44%) — в русском. В нейтральном контексте совпадения составили 33%. В Таблице 1 приведены примеры, наглядно показывающие, как именно различаются ответы моделей в разных культурных контекстах (на примере слова «Торговля»).

В результате экспериментов установлено, что процедура адаптации языковой модели на русскоязычных текстах существенно изменяет характер ее

	Неадаптир. модель	Адаптир. модель
Русский контекст	Рынок	Рынок
Американский контекст	Рынок	Торговля с Китаем
Нейтральный контекст	Рынок	Магазин

Таблица 5: Примеры ассоциаций для слова «Торговля»

ассоциативных реакций, и эти изменения зависят от заданного культурного контекста. Полученные данные демонстрируют необходимость дальнейшего изучения эффектов культурной адаптации LLM и разработки методов оценки качества таких адаптаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] From Word to World: Evaluate and Mitigate Culture Bias in LLMs via Word Association Test / Xunlian Dai, Li Zhou, Benyou Wang, Haizhou Li // Proceedings of the 2025 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing. November 4 – 9, 2025. P. 24522 – 24538.
- [2] Tikhomirov M., Chernyshev D. Facilitating Large Language Model Russian Adaption with Learned Embedding Propagation // Journal of Language and Education. 2024. Vol. 10, no. 4. P. 130 – 145.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ К СЕМАНТИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ЗАПРОСА

Волкович Валерий Сергеевич¹, Шамаева Елена Денисовна²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: s02230087@gse.cs.msu.ru

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: Derinhelm@yandex.ru

Большие языковые модели чувствительны к изменениям промпта: даже небольшие вариации формулировок могут приводить к некорректным ответам [1]. Цель работы - оценка устойчивости к семантически эквивалентным преобразованиям промптов русскоязычной модели RuadaptQwen3-4B.

В эксперименте использовались 4 типа промптов: **прямая инструкция** («Классифицируй текст и ответь «позитивный» или «негативный». Текст:»); **синонимичная замена** («Определи категорию текста и укажи «позитивный» либо «негативный». Текст:»); **избыточная инструкция** («Внимательно проанализируй следующий текст, определи его принадлежность к одной из двух категорий и четко ответь «позитивный» либо «негативный». Текст:»); **сложный синтаксис** («Для текста « » определи: если он соответствует первому классу - ответь «позитивный», если второму - «негативный»).

Оценка производилась по точности Ассигасу, относительному падению точности PDR (вычисляемому по формуле: $(1 - \text{Аизм}/\text{Аисх}) \times 100\%$, где Аисх и Аизм - точности на прямой и измененной инструкциях соответственно) и согласованности ответов.

В результате эксперимента при **прямой инструкции** точность модели составила 0.90, при **синонимичной замене** - 0.93 (+3.3%), при **избыточной инструкции** - 0.78 (-13.3%), при **сложном синтаксисе** - 0.89 (-1.1%). Согласованность составила 76% (72 из 76 согласованных ответов верны).

Были выявлены примеры неустойчивости модели. В первом случае на текст «At the very least, if you don't know anything about Derrida...» (истинно негативный) **прямая инструкция** и **синонимичная замена** ошибочно дали ответ «позитивный», а **избыточная инструкция** верно определила тональность. Во втором примере с текстом «Instead of hiding Pinocchio from critics...» (истинно негативный) **прямая инструкция** сработала верно, а **сложный синтаксис** привел к ошибке.

Таким образом, модель показала высокую точность на синонимичных промптах (лексическая устойчивость), однако избыточные инструкции привели к падению точности на 13.3%. Проблема устойчивости остается актуальной для русского языка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Agrawal A., Alazraki L., Honarvar S., Rei M. Enhancing LLM Robustness to Perturbed Instructions: An Empirical Study // Building Trust Workshop, ICLR 2025. 2025. URL: <https://arxiv.org/abs/2504.02733>.
- [2] Abdou M., Ravishankar V., Barrett M., Belinkov Y., Elliott D., Søgaard A. The Sensitivity of Language Models and Humans to Winograd Schema Perturbations // Proceedings of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2020. P. 7590–7604. URL: <https://arxiv.org/abs/2005.01348>.
- [3] Moradi M., Samwald M. Evaluating the Robustness of Neural Language Models to Input Perturbations // Proceedings of the 2021 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing. 2021. P. 1234–1245. URL: <https://arxiv.org/abs/2108.12237>.

МЕТОДЫ ГРАФОВОГО СРАВНЕНИЯ ДЕРЕВЬЕВ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Карамела-Аждер Д. С.¹, Шамаева Е. Д.²

¹ МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ, e-mail: Tornado11073@gmail.com

² МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ, e-mail: Derinhelm@yandex.ru

Ранжирование предложений по степени их отклонения от эталонного синтаксического разбора является ключевой задачей при диагностике ошибок

синтаксических анализаторов естественного языка. Традиционно используемые для оценки качества метрики UAS (Unlabeled Attachment Score) и LAS (Labeled Attachment Score) измеряют долю правильно определённых зависимостей между словами, однако не учитывают структурные различия деревьев.

В настоящей работе исследуется возможность использования альтернативных мер близости, основанных на графовом подходе — ядра Вайсфейлера–Лемана (Weisfeiler–Leman, WL) [1] и расстояния редактирования графов (Graph Edit Distance, GED) [2] — для ранжирования предложений по степени их отклонения от эталонного разбора. Для фиксированного датасета и анализатора строится упорядоченный список предложений, которые, согласно каждой метрике, являются «наихудшими» (наименьшие значения UAS, LAS или WL, наибольшие значения GED). Затем экспертом выполняется ручная оценка релевантности этих предложений на содержание существенных структурных синтаксических ошибок. Качество ранжирования оценивается метрикой Average Precision (AP)[3]. $AP = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{precision}@k \cdot \mathbb{I}_k$, где $K = 50$ — число отобранных предложений, $\text{precision}@k$ — точность среди первых k предложений, $\mathbb{I}_k$ — индикатор релевантности предложения на позиции k .

Эксперимент проведён на корпусе Taiga с использованием анализатора Stanza. Для исключения влияния пунктуации [4] на метрики предварительно были удалены все токены пунктуации, после чего для каждого предложения были вычислены UAS, LAS, WL (с числом итераций $h=3$) и GED. Далее были отобраны по 50 «наихудших» по каждой метрике, всего 134 уникальных кандидата. Экспертная разметка релевантности выполнялась с помощью созданного для данной задачи интерфейса.

Результаты исследования (таблица 1) показывают, что метрики WL и GED справляются с выявлением структурных ошибок значительно лучше, чем метрики LAS и UAS. При этом метрика GED показала 100% релевантность для структурных несовпадений, однако эта метрика не учитывает типы связей (в отличие от метрики WL) и не может быть использована без других метрик. Комбинирование всех метрик и анализ результатов может помочь более точно локализовать проблемные синтаксические конструкции и улучшить качество анализаторов.

Метрика	UAS	LAS	WL	GED
AP	0.5526	0.6277	0.9180	1.0000

Таблица 6: Значения Average Precision для методов оценок анализатора Stanza на корпусе Taiga

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Shervashidze N., Schweitzer P., van Leeuwen E. J., Mehlhorn K., Borgwardt K. M. Weisfeiler–Lehman Graph Kernels // Journal of Machine Learning Research. 2011. Vol. 12. P. 2539–2561.
- [2] Gao X., Xiao B., Tao D., Li X. A survey of graph edit distance // Pattern Analysis and Applications. 2010. Vol. 13, № 1. P. 113–143.
- [3] Manning C. D., Raghavan P., Schütze H. Introduction to Information Retrieval. Cambridge : Cambridge University Press, 2008. 544 p. (Chapter 8: Evaluation in information retrieval).
- [4] Søgaard A., de Lhoneux M., Augenstein I. Nightmare at test time: How punctuation prevents parsers from generalizing // Proceedings of the 2018 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP). Brussels : Association for Computational Linguistics, 2018. P. 3296–3301.

АНАЛИЗ И РАСШИРЕНИЕ ДАТАСЕТОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРОЩЕНИЯ РУССКОЯЗЫЧНЫХ ТЕКСТОВ

Большакова Елена Игоревна, Руденко Дмитрий Владимирович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: eibolshakova@msu.ru, dmitrir318@gmail.com

Задача автоматического упрощения текстов на естественном языке актуальна для создания текстов, соответствующих уровню подготовки читателя, в первую очередь для изучающих новый язык и людей с нарушениями речи.

Современный подход к этой задаче основывается на машинном обучении, для которого необходим датасет (набор данных) с парами «сложное предложение»–«эталонное упрощение» [1]. Однако известные датасеты, в том числе RSSE [2] для русского языка, не ориентированы на определенный вид упрощения текста, что не позволяет обучать узкоспециализированные модели, например, для упрощения сложных синтаксических конструкций.

Датасеты для задачи упрощения русскоязычных текстов либо составлены вручную и невелики по объему, либо средние по объему, но построены автоматически, и в обоих случаях вид упрощения предложений не фиксируется. В данной работе предложено увеличить объем датасетов для русского языка с помощью больших языковых моделей (GPT, Deepseek и др.), а также добавить к обучающим парам «сложное–эталонное предложение» различные характеристики (аспекты) выполняемого упрощения, которые охватывают:

1. синтаксическое упрощение: высота деревьев синтаксического разбора предложений, количество листьев в них и др.
2. лексическое упрощение: частотность слов предложения, вхождение их в лексические минимумы.

Также включалась характеристика смысловой схожести исходного и упрощенного предложений и метрика удобочитаемости Flesch-Kincaid, адаптированная для русского языка.

Для создания узкоориентированной модели упрощения текстов введенные характеристики позволяют отобрать в датасете пары предложений с нужными аспектами упрощения. Для вычисления характеристик применяется синтаксический и морфологический анализ: парсер Stanza, анализатор Yandex Mystem, а также используются словари лексических минимумов.

Для расширения русскоязычных датасетов RuAdapt и RSSE было проведено сравнение нескольких языковых моделей для генерации дополнительных пар «сложное-простое предложение», в итоге была выбрана модель GPT 5 mini. На вход языковой модели подаются сложные предложения из этих датасетов, и результирующее упрощение составляет новую обучающую пару, к которой также добавляются вычисленные характеристики упрощения. На расширенном таким способом датасете произведено обучение трансформерной языковой модели для задачи синтаксического упрощения текста, и вычислена оценка степени выполняемого упрощения, а также смысловой схожести исходного и упрощенного предложения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Alva-Manchego F. et al. ASSET: A dataset for tuning and evaluation of sentence simplification models with multiple rewriting transformations // Proc. 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2020. P. 4668–4679.
- [2] Sakhovskiy A. et al. RuSimpleSentEval-2021 Shared Task: Evaluating Sentence Simplification for Russian. // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Papers from Int. Conference «Dialogue». 2021.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РУССКОЯЗЫЧНЫХ ТЕКСТОВ ПО КОМПЬЮТЕРНЫМ НАУКАМ В НАУЧНЫЙ СТИЛЬ НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КОРПУСА

Васильева Надежда Андреевна¹, Волкова Ирина Анатольевна²

¹ Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: kvna0908@gmail.com

² Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: irina.a.volkova@gmail.com

В академической практике часто возникает задача приведения текста к научному стилю. Многие тексты первоначально пишутся в объяснительной или научно-популярной манере и требуют стилистической нормализации: устранения разговорных конструкций, повышения терминологической точности и приведения изложения к нейтральному научному регистру.

Для решения поставленной в работе задачи сформирован корпус из 500 пар параллельных русскоязычных текстов в научном и научно-популярном стилях [1]. Корпус собран вручную и прошел двойную человеческую проверку. Для оценки семантической согласованности пар использованы семантические эмбединги (SBERT); средняя косинусная близость между текстами в паре составила 0.847.

Рассматривается задача преобразования русскоязычного научно-популярного текста в научный стиль с сохранением смысла [2, 3]. Для автоматического определения стилевой принадлежности текста обучен бинарный классификатор на основе RuBERT, показавший точность 0.97 на тестовых данных [4]. Классификатор используется для оценки соответствия сгенерированного текста научному стилю.

Для генерации научной версии использована модель энкодер-декодер ruT5-base, дообученная на параллельном корпусе. В ходе экспериментов были подобраны параметры обучения и генерации, а также сопоставлены различные способы выбора итоговой модели. Качество преобразования оценено по трем метрикам: точности принадлежности к научному стилю, семантической близости к эталонным текстам и метрике BLEU. Дополнительно выполнен ручной анализ, поскольку автоматические метрики не всегда позволяют выявить сокращение текста и потерю смысловых деталей. Основные результаты приведены в табл. 1.

Эксперименты показывают, что дообучение модели на параллельном корпусе позволяет осуществлять преобразование текста в научный стиль. При этом основной трудностью остается полное сохранение содержания исходного текста, включая отдельные детали и смысловые связи.

Модель	BLEU	Accuracy	CosSim
ruT5-base	0.15	0.79	0.86

Табл. 1: Оценка качества преобразования текста в научный стиль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Воронова А. В. Научно-популярные тексты как объект функционально-стилистического анализа // Русистика. 2016. № 2. С. 7–12.
- [2] Liu A., Wang A., Okazaki N. Semi-Supervised Formality Style Transfer with Consistency Training // Proceedings of the 60th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. Дублин, 2022. С. 4689–4701.
- [3] Rao S., Tetreault J. Dear Sir or Madam, May I Introduce the GYAFC Dataset: Corpus, Benchmarks and Metrics for Formality Style Transfer // Proceedings of the 2018 Conference of the North American Chapter of the Association for

Computational Linguistics: Human Language Technologies. Новый Орлеан, 2018. С. 129–140.

- [4] Dementieva D., Babakov N., Panchenko A. Detecting Text Formality: A Study of Text Classification Approaches // Proceedings of the International Conference Recent Advances in Natural Language Processing. Варна, 2023. С. 274–284.

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИССИПАТИВНОЙ МОДЕЛИ ФЕРМИ–ПАСТА–УЛАМА

Кафедра математической физики drbaev@mail.ru

В этом исследовании рассматривалось определение переменных коэффициентов в уравнении колебаний решетки. В рамках модели FPUT мы вывели уравнение KdV-Бюргерса (KDVB) с переменными коэффициентами, определяемыми нелинейной упругостью и вязкостью газа. Это уравнение было проинтегрировано с использованием метода масштабов для постоянных коэффициентов и низкой вязкости. В этом случае в качестве модельных решений использовались солитоны. Обратные задачи включают восстановление коэффициентов из интегралов массы, моментов и энергии уравнения KDVB. Если переменные коэффициенты восстанавливаются, то распределение считается решением прямой задачи. В этом случае мы ставим и решаем обратные задачи в классах кусочно-постоянных и непрерывных функций. Были доказаны теоремы единственности для обратных задач и разработаны устойчивые алгоритмы решения на основе этих теорем.

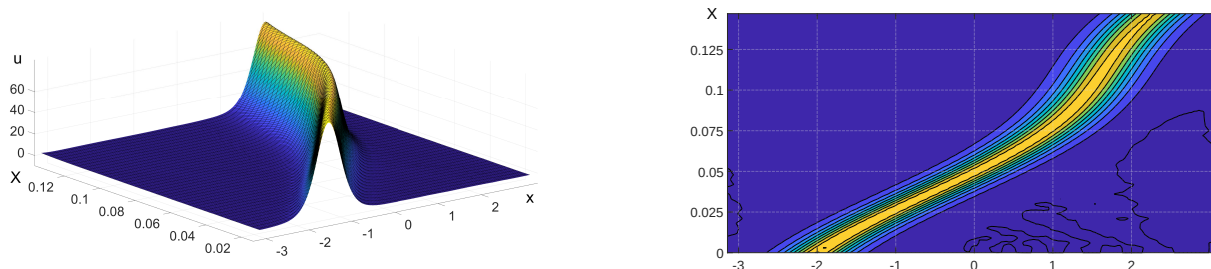


Figure 1. Soliton of the KdVB equation and ‘heat map’ of the soliton trace.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Baev, Andrey V. Inverse Problems 4. 2026. <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6420/ae3b69>

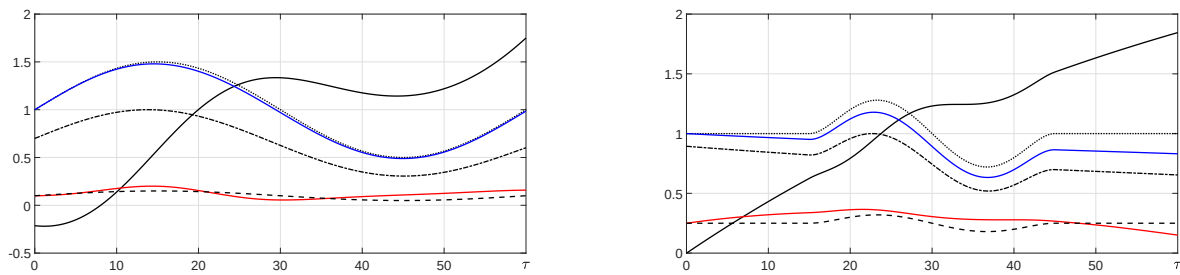


Figure 2. Input data to the inverse problems: dash-dotted and solid lines for the original $\alpha(\tau)$ dotted, $\nu(\tau)$ dashed lines, and the solutions to inverse problems $\alpha(\tau)$ blue and $\nu(\tau)$ red lines.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УТРОЕНИЯ ЧАСТОТЫ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С УЧЁТОМ ПОБОЧНЫХ КАСКАДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Харитонов Дмитрий Михайлович¹, Трофимов Вячеслав Анатольевич²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: dmitrykharitonov@cs.msu.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: vatro@cs.msu.ru

Высокоэффективное утроение частоты лазерного излучения ($3\omega = \omega + \omega + \omega$) в одном кристалле с квадратичным откликом среды может быть реализовано, в частности, за счёт каскадных процессов генерации второй гармоники ($2\omega = \omega + \omega$) и генерации суммарной частоты ($3\omega = 2\omega + \omega$) [1], каждый из которых происходит при большой расстройке волновых чисел:

$$|\Delta_{SHG}| = |k_2 - 2k_1| \gg 1, \quad |\Delta_{SFG}| = |k_3 - k_1 - k_2| \gg 1.$$

При этом, расстройка волновых чисел процесса утроения частоты близка к нулю: $\Delta_{THG} = k_3 - 3k_1 = \Delta_{SFG} + \Delta_{SHG} \approx 0$.

В докладе обсуждается исследование побочных (т.е. не приводящих непосредственно к генерации третьей гармоники) каскадных процессов, которые могли бы изменить эффективность каскадной генерации третьей гармоники. В качестве гипотезы высказывается следующее предположение:

1. влияние каскадных процессов существенно, если выполняется условие

$$\Delta_1 + \Delta_2 \approx 0, \tag{1}$$

где Δ_1 и Δ_2 – расстройки волновых чисел двух побочных каскадных процессов;

2. в каждый из процессов либо одновременно входят первая и третья гармоники, либо одна из них входит в процесс дважды (как, например, при генерации второй гармоники).

Для проверки этой гипотезы изучается влияние каскадных процессов, связанных с четвёртой гармоникой: $4\omega = 3\omega + \omega$ и $3\omega = 4\omega - \omega$, удовлетворяющих условию (1): $\Delta_1 + \Delta_2 = (k_4 - k_3 - k_1) + (k_3 + k_1 - k_4) = 0$, а также второму условию. Математически генерация третьей гармоники с учётом названных побочных процессов, описывается системой нелинейных уравнений Шрёдингера относительно медленно изменяющихся комплексных амплитуд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_j}{\partial z} &= i \frac{1}{p_j} \frac{\delta H}{\delta A_j^*}, \quad 0 < z \leq L_z, \quad 0 < t < L_t, \quad p_j = \frac{12}{j}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \\ H &= \int_0^{L_t} \left[- \sum_{j=1}^4 p_j D_j \left| \frac{\partial A_j}{\partial t} \right|^2 + \sum_{j=2}^4 p_j \left(\Delta_{j1} k |A_j|^2 - \nu_{j1} \operatorname{Im} \left(A_j \frac{\partial A_j^*}{\partial t} \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2\gamma \operatorname{Re} (6A_1^{*2} A_2 + 12A_1^* A_2^* A_3 + 12A_1^* A_3^* A_4 + 6A_2^{*2} A_4) \right] dt. \end{aligned} \quad (2)$$

В нем побочные каскадные процессы описываются слагаемым $24\gamma \operatorname{Re} (A_1^* A_3^* A_4)$.

Результаты моделирования, проведённого на основе метода многих масштабов [2] и численных экспериментов, показали, что учитываемые побочные процессы приводят к дополнительной фазовой кросс-модуляции падающей волны и волны утроенной частоты. Соответственно, изменяются значения параметров, при которых достигается максимально возможная эффективность процесса утроения частоты.

В качестве примера побочных каскадных процессов, не удовлетворяющих второму условию гипотезы, были рассмотрены процессы $4\omega = 2\omega + 2\omega$ и $2\omega = 4\omega - 2\omega$ (описываются слагаемым $12\gamma \operatorname{Re} (A_2^{*2} A_4)$ в Гамильтониане (2)). Их учёт не оказал сколь-нибудь существенного влияния на процесс утроения частоты.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-71-00043.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Высокоэффективная генерация третьей гармоники в среде с квадратичной и кубичной нелинейностями в результате каскадной генерации второй гармоники / В. А. Трофимов, Д. М. Харитонов, М. В. Федотов, Ю. Ян, Ч. Дэн // Квантовая электроника. 2023. Т. 53, № 8. С. 645–660.
- [2] Nayfeh, A. H. Introduction to perturbation techniques. John Wiley & Sons, 2024.

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ФИНАЛЬНЫМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЕМ

Гаврилов Олег Алексеевич¹, Тихонов Иван Владимирович²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: oa.gavr@yandex.ru

² Кафедра математической физики, e-mail: ivtikh@mail.ru

В банаховом пространстве E при фиксированном $T > 0$ рассмотрим обратную задачу

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + \varphi(t)g, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

$$u(0) = u_0, \quad u(T) = u_1 \quad (2)$$

с неизвестной функцией $u: [0, T] \rightarrow E$ и неизвестным элементом $g \in E$. Предполагаем, что линейный замкнутый оператор A с плотной областью определения $D(A)$ порождает в E полугруппу $U(t)$ класса C_0 (см. [1]). Элементы $u_0, u_1 \in D(A)$ считаем заданными. Скалярную функцию $\varphi(t)$ выбираем с ослабленной гладкостью. Модельная обратная задача (1), (2) охватывает многие примеры, встречающиеся в математической физике. Подробная теория задач такого типа была разработана в [2], [3].

Сейчас в дополнение к результатам [2], [3] предлагается конструктивный алгоритм поиска решения задачи (1), (2), основанный на методе итераций. Указаны точные границы применимости нашей схемы. Полученные результаты используют теоремы об отображении спектра из книги [1, глава XVI]. Как следствие, найдены эффективные достаточные ограничения на спектр оператора A и функцию $\varphi(t)$, гарантирующие сходимость метода к искомому решению обратной задачи.

Работа подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Хилле Э., Филлипс Р. Функциональный анализ и полугруппы. М. : ИЛ, 1962.
- [2] Прилепко А. И., Тихонов И. В. Восстановление неоднородного слагаемого в абстрактном эволюционном уравнении // Известия РАН, сер. матем. 1994. Т. 58, № 2. С. 167–188.
- [3] Тихонов И. В., Эйдельман Ю. С. Вопросы корректности прямых и обратных задач для эволюционного уравнения специального вида // Матем. заметки. 1994. Т. 56, № 2. С. 99–113.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕИВАЮЩИХ СВОЙСТВ СЛОИСТОГО ТЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЕБАЯ

Головина Светлана Георгиевна, Строков Вениамин Игоревич

Кафедра математической физики, e-mail: sgolovina-msu@mail.ru, ben.strokov@gmail.com

В задачах электродинамики значительное внимание уделяется так называемым задачам проектирования — задачам выбора источников возбуждения или параметров рассеивающих объектов, обеспечивающих требуемые характеристики электромагнитного поля [1]. К таким задачам относятся, например, конструирование систем излучателей, создание структур с заданными диаграммами рассеяния или выбор параметров объектов, формирующих поле с заданными свойствами. Решение задач проектирования, как правило, связано с многократным решением соответствующей прямой задачи электродинамики. Поэтому важным элементом подобных подходов является наличие эффективного и устойчивого метода вычисления характеристик поля для заданной конфигурации системы. Для изучения влияния диэлектрических покрытий на дифрагированное поле изучалась слоистая сфера, для которой можно выписать решение аналитически, используя скалярные потенциалы Дебая [2].

На слоистый шар падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна единичной амплитуды. Зависимость от времени возьмём $e^{-i\omega t}$. Центр шара расположен в начале декартовой системы координат ориентированной так, что падающая волна распространяется в положительном направлении оси Oz . Тогда электрическая компонента векторного поля имеет вид: $E_x = e^{ikz}$, где k - волновое число. Магнитную проницаемость всех слоёв будем считать постоянной и равной 1. Каждый слой сферы характеризуется ε - диэлектрической проницаемостью и δ - проводимостью. На границах слоёв их значение скачкообразно меняется.

Полное электромагнитное поле есть сумма падающего и рассеянного полей, ε и δ являются кусочно-постоянными функциями в сферической системе координат $\{r, \varphi, \theta\}$. В каждом слое электрическое и магнитное поле выразим через потенциалы Дебая ${}^e\Pi, {}^m\Pi$, предполагая, что окружающая сферу среда не проводящая и не магнитная. В сферических координатах уравнения электрического поля примут вид:

$$E_r = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2 \varepsilon \right) (r {}^e\Pi);$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} (r {}^e\Pi) + \frac{ik}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r {}^m\Pi);$$

$$E_{\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial r} (r^e \Pi) - \frac{ik}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^m \Pi).$$

Учитывая условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границах слоёв, задача сводится к скалярному уравнению Гельмгольца для электрического поля:

$$\Delta^e \Pi_i + k^2 \varepsilon_i^e \Pi_i = 0, \quad i = \overline{0, n+1},$$

где n - количество слоёв.

Условия сопряжения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^e \Pi_i \Big|_{r=r_i} &= \varepsilon_{i+1}^e \Pi_{i+1} \Big|_{r=r_i}, \quad i = \overline{0, n}; \\ \frac{\partial}{\partial r} (r^e \Pi_i) \Big|_{r=r_i} &= \frac{\partial}{\partial r} (r^e \Pi_{i+1}) \Big|_{r=r_i}, \quad i = \overline{0, n}; \end{aligned}$$

на идеально проводящей поверхности:

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^e \Pi_1) \Big|_{r=r_0} = 0.$$

где r_0 - радиус внутренней сферы. Потенциалы Дебая должны удовлетворять условиям излучения на бесконечности.

При решении обратной задачи нужно получить поле с заданными характеристиками на больших расстояниях от рассеивателя в так называемой дальней зоне. Решается операторное уравнение $A[z] = u$, где u - электрическое поле, z - вектор, характеризующий рассеиватель. Для решения обратной задачи используется метод регуляризации Тихонова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. Г. Свешников, А. С. Ильинский, Задачи проектирования в электродинамике, Докл. АН СССР, 1972, том 204, номер 5, 1077–1080
- [2] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Москва. Наука. 1973 г.

СЛАБОКОНТРОЛИРУЕМАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ ФАЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ АНШЛИФОВ

Загайнов Сергей Дмитриевич¹, Хвостиков Александр Владимирович²

¹ магистрант факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: zagaynovsd@my.msu.ru

² с.н.с. факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: khvostikov@cs.msu.ru

Введение. Определение пространственных структур и семантическая сегментация геологических аншлифов традиционно требуют создания попиксельных эталонных масок [1]. Этот процесс сопряжен с большими временными

затратами и требует участия высококвалифицированных экспертов. Для решения проблемы предложен метод слабоконтролируемой сегментации, который формализует задачу поиска минералов, обучаясь исключительно на общих текстовых списках присутствующих на изображении включений.

Сбор данных. Для обучения модели был собран специализированный набор данных на основе открытой минералогической базы Mindat.org*. В отличие от существующих датасетов, требующих трудоемкой ручной разметки границ каждого минерала, наш набор содержит только фотографии шлифов и аншлифов, сопровождаемые простым списком присутствующих на них минералов. Всего было собрано 9884 изображения, охватывающих 1012 уникальных классов. Данные разделены на обучающую (8595) и тестовую (1289) выборки, при этом ни одно изображение не имеет попиксельной разметки.

Методология. Архитектура предложенного метода (см. рис. 1) включает два параллельных потока извлечения признаков. Адаптированный методом LoRA кодировщик SigLIP2 [3] извлекает семантическую и цветовую информацию. Замороженный кодировщик DINOv3 [4] выделяет геометрические границы и текстуры. Признаки объединяются в модуле слияния с механизмом перекрестного внимания, где признаки DINOv3 выступают ключами и запросами, а признаки SigLIP2 — значениями.

Обучение проходит в два этапа. Сначала применяется подход Multiple Instance Learning ($\mathcal{L}_{\text{MIL}}$) для классификации и локализации минералов. На втором этапе подключается функция Dynamic Affinity Loss ($\mathcal{L}_{\text{Aff}}$) для уточнения границ. Общая функция потерь принимает вид (1):

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \mathcal{L}_{\text{MIL}} + \lambda(t) \cdot \mathcal{L}_{\text{Aff}}, \quad (1)$$

где $\lambda(t)$ — вес, зависящий от эпохи. Функция $\mathcal{L}_{\text{Aff}}$ нормализуется по маске связности M_{ij} и минимизирует разницу вероятностей p_k для связанных патчей i и j с помощью функции потерь Хубера ($\delta = 0.1$):

$$\mathcal{L}_{\text{Aff}} = \frac{1}{\sum M_{ij}} \sum_{i,j} M_{ij} \sum_{k=1}^M \begin{cases} \frac{1}{2\delta} (p_{i,k} - p_{j,k})^2, & \text{если } |p_{i,k} - p_{j,k}| < \delta, \\ |p_{i,k} - p_{j,k}| - 0.5\delta, & \text{иначе.} \end{cases}$$

На этапе уточнения сегментации модель генерирует карты уверенности принадлежности каждого патча изображения к определенному минералу. Их локальные максимумы выступают как позитивные и негативные пространственные точечные подсказки для модели Segment Anything 2 (SAM2) [2], которая генерирует итоговые маски.

Результаты. Метод продемонстрировал высокую эффективность в задаче сегментации с открытым словарём: точность (Precision) составила 0.94, полнота (Recall) — 0.53, а F1-мера — 0.67. Алгоритм детектирует минералы с

*<https://www.mindat.org/>

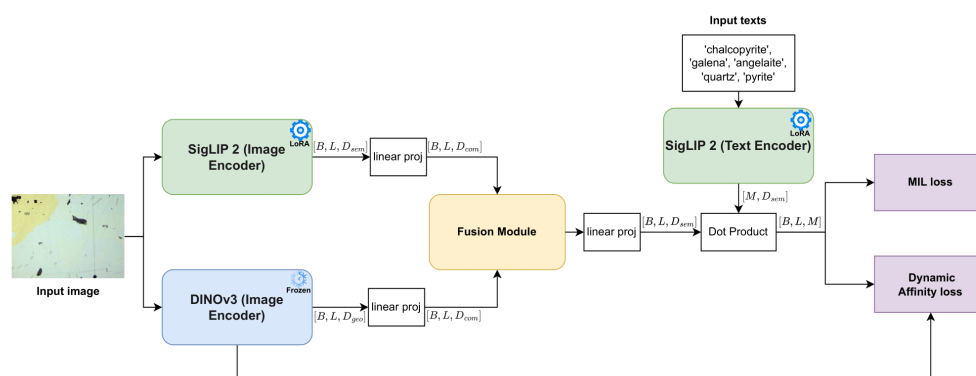


Рис. 1: Схема предложенной архитектуры модели.

низким уровнем ложных срабатываний, подтверждая принципиальную возможность точного математического моделирования структур аншлифов без ручной попиксельной разметки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] From Pixels to Panoramas: A Deep Learning Pipeline for Mineral Image Analysis / A. Khvostikov, G. Nikolaev, S. Krasnova et al. // 2025 Fourteenth International Conference on Image Processing, Theory, Tools & Applications (IPTA). IEEE, 2025. P. 1–6.
- [2] SAM 2: Segment Anything in Images and Videos / N. Ravi, V. Gabeur, Y.-T. Hu et al. // Proceedings of the 13th International Conference on Learning Representations (ICLR). 2025.
- [3] SigLIP 2: Multilingual Vision-Language Encoders with Improved Semantic Understanding / M. Tschannen, A. Gritsenko, X. Wang et al.. // arXiv preprint arXiv:2502.14786. 2025.
- [4] DINOv3 / O. Siméoni, H.V. Vo, M. Seitzer et al. // arXiv preprint arXiv:2508.10104. 2025.

МЕЗОСКОПИЧЕСКИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЕБАЯ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА ПЛАЗМОННОЙ НАНОСФЕРЕ

Арьянова Анна¹, Лопушенко Владимир Васильевич²

¹ Кафедра математической физики факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: annaaryanova@gmail.com

² Лаборатория математической физики, e-mail: lopushnk@cs.msu.ru

В работе рассматривается решение задачи дифракции на плазмонной сфере с мезоскопическими граничными условиями[1, 2], позволяющими учитывать квантовые эффекты на поверхности металла. Решение строится с помощью

электромагнитных потенциалов Дебая[3]. Данный подход основан на представлении электрических и магнитных полей с помощью пары скалярных потенциалов u и v , для которых из векторных уравнений Максвелла получаются скалярные волновые уравнения, записанные в сферических координатах. Решения полученных волновых уравнений записываются в виде ряда с неизвестными коэффициентами. Для определения коэффициентов ряда осуществляется переход от граничных условий для касательных компонент электромагнитных полей к граничным условиям для потенциалов Дебая. В данной работе показано, что соответствующие мезоскопические граничные условия могут быть сформулированы для потенциалов Дебая в следующем виде:

$$\begin{aligned} k_1^2 \left(u^1 + d_{\parallel} \frac{\partial u^1}{\partial r} \right) &= k_0^2 \left(u^{tot} + d_{\parallel} \frac{\partial u^{tot}}{\partial r} \right), \\ v^1 &= v^{tot}, \\ \frac{\partial v^1}{\partial r} - d_{\parallel} k_1^2 v^1 &= \frac{\partial v^{tot}}{\partial r} - d_{\parallel} k_0^2 v^{tot}, \\ \frac{\partial u^1}{\partial r} + d_{\perp} \left(\frac{\partial^2 u^1}{\partial r^2} + k_1^2 u^1 \right) &= \frac{\partial u^{tot}}{\partial r} + d_{\perp} \left(\frac{\partial^2 u^{tot}}{\partial r^2} + k_0^2 u^{tot} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где (u^1, v^1) – потенциалы поля внутри частицы, $(u^{tot}, v^{tot}) = (u^0, v^0) + (u^{inc}, v^{inc})$ – потенциалы полного поля снаружи частицы, (u^0, v^0) – потенциалы поля рассеянной волны, (u^{inc}, v^{inc}) – потенциалы поля падающей волны, $k_{1,0}$ – волновые числа внутри и снаружи частицы соответственно, $d_{\perp}, d_{\parallel}$ – поперечный и продольный параметры Фейбелмана[1,2].

Для выделения единственного решения волнового уравнения в неограниченной области на потенциалы поля рассеянной волны накладываются условия излучения Зоммерфельда[4]. Таким образом, удается перейти от исходной векторной задачи для электромагнитных полей к эквивалентным скалярным задачам для потенциалов Дебая.

Разделение задач для электрического и магнитного потенциалов оказалось возможным благодаря полученным в работе мезоскопическим граничным условиям (1), в которые вошли нормальные производные первого и второго порядка. Таким образом, сохранены все известные из классической электродинамики преимущества потенциалов Дебая, которые могут быть полезны, в частности, при исследовании влияния квантовых эффектов в плазменных сферических частицах на их оптические характеристики.

В работе показано, что решение сформулированной краевой задачи для потенциалов полностью совпадает с решением мезоскопической задачи для электромагнитного поля[5]. С помощью представленного решения проведены расчеты, демонстрирующие влияние квантовых эффектов в золотых сфе-

рических наночастицах на величину и положение плазмонного резонанса в оптическом диапазоне длин волн.

Работа подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A general theoretical and experimental framework for nanoscale electromagnetism / Y. Yang, D. Zhu, W. Yan et al. // Nature. 2019. 12. Vol. 576. Pp. 248–252.
- [2] Еремин Ю. А., Лопушенко В. В. Численный метод решения задачи дифракции, описываемой уравнениями максвелла с мезоскопическими граничными условиями // Дифференциальные уравнения. 2024. 08. Vol. 60. Pp. 1100–1111.
- [3] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. 2-е изд. Перевод с англ. Наука, 1973.
- [4] Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния / Пер. с англ. под ред. А. Г. Свешникова. М. : Мир, 1987.
- [5] Nonlocal effects in plasmon-emitter interactions / M. Eriksen, C. Tserkezis, N. Mortensen, J. Cox // Nanophotonics. 2024. Vol. 13, no. 15. Pp. 2741–2751. URL: <https://doi.org/10.1515/nanoph-2023-0575>.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Хэ Лэсинь, Разгулин Александр Витальевич¹, Ларичев Андрей
Викторович²

¹ Кафедра математической физики (ВМК), e-mail: helexin@cs.msu.ru, razgulin@cs.msu.ru

² Кафедра медицинской физики (Физический факультет), e-mail: larichev@optics.ru

Нелинейные оптические системы, построенные на основе жидкокристаллических пространственно-временных модуляторов света, с учетом кинетики процессов в слое полимера моделируются системой [1]:

$$\tau \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi = \kappa n, \quad (1)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = K \frac{m_0 - m}{m_0} G_F + \alpha \frac{m_0 - m}{m_0} n - \frac{m}{\tau_m} - \frac{mn}{\tau_{mn}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + G_T + G_F - \alpha \frac{m_0 - m}{m_0} n + \frac{m}{\tau_m} - \frac{mn}{\tau_{mn}} - \frac{n^2}{\tau_n}. \quad (3)$$

Здесь $G_F = I(1 + \gamma \cos(\phi + \phi_0))$, ϕ – фазовая модуляция, n – плотность свободных зарядов, m – поверхностная плотность заряда на ловушках. Положительные параметры $\tau, \kappa, I, G_T, \alpha, m_0, \tau_m, \tau_{mn}, \tau_n, K$ задают различные физические характеристики модулятора.

Доказано существование инвариантного множества системы

$$\bar{\Sigma} = \{(\phi, m, n) \in R^3 : 0 \leq \phi \leq \kappa n_*, 0 \leq m \leq m_0, 0 \leq n \leq n_*\}$$

для случаев $D = 0$ и $D > 0$, где n_* зависит от параметров системы.

Установлено существование верхних и нижних решений

$$0 \leq \phi(x, t) \leq \kappa n_*, \quad m^-(t) \leq m(x, t) \leq m^+(t), \quad n^-(t) \leq n(x, t) \leq n^+(t)$$

и даны явные выражения для функций $m^\pm(t), n^\pm(t)$.

Полученные результаты используются для доказательства существования и единственности решения начально-краевой задачи Неймана для системы (1)-(3), а также для построения устойчивой схемы аппроксимации.

Работа первого автора выполнена при поддержке программы Китайского стипендиального совета (проект № 202308090437).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Коваленко А. В. Влияние динамики отклика нелинейной среды на процессы в оптической системе с обратной связью. Москва, Физический факультет, МГУ. 1995. 54 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАРОТАЖА СКВАЖИН

Барашков Игорь Сергеевич

Кафедра математической физики, e-mail: baraskov@cs.msu.ru

Постановка задачи. В работе рассматривается достаточно общая для высокочастотного электромагнитного каротажа модель среды. Имеется скважина диаметром $2a$, заполненная однородной средой с проводимостью σ_c , пересекающая пласт конечной мощности H с проводимостью σ_2 . Остальное пространство заполнено однородной средой с проводимостью σ_1 . Пусть в рассматриваемой среде возбуждается гармоническое по времени электромагнитное поле, источником которого служит вертикальный магнитный диполь (либо система диполей). Диполь располагается на оси скважины в произвольной точке $z = Z$ и может перемещаться вдоль оси скважины. Вместе с диполем вдоль оси скважины перемещается приёмник (система приёмников). В работе [1] для модели среды, обладающей осевой симметрией из векторных уравнений Максвелла получены скалярные уравнения в цилиндрической системе координат при любом способе возбуждения электромагнитного поля.

Метод решения. Так как в рассматриваемой задаче способ возбуждения электромагнитного поля тоже обладает осевой симметрией, то результирующее электромагнитное поле имеет отличными от нуля лишь компоненты H_ρ , E_ϕ , H_z . При этом компоненты H_ρ и H_z вектора напряжённости магнитного поля выражаются через азимутальную компоненту электрического поля E_ϕ . Поэтому для решения электродинамической задачи достаточно определить азимутальную компонента вектора напряжённости электрического поля E_ϕ , которая является решением граничной задачи в полуплоскости $\rho > 0$. Электродинамическая задача для азимутальной компоненты E_ϕ с помощью интегрального представления, полученного в работе [2] для азимутальной компоненты E_ϕ , была сведена к системе двух интегральных уравнений относительно значений E_ϕ и её нормальной производной по ρ на линии $\rho = a$. Это позволяет сначала рассчитать значения компоненты E_ϕ и её нормальную производную по ρ на линии $\rho = a$ и затем с помощью формулы пересчёта определить значения H_z на оси скважины на линии $\rho = 0$. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Барашков И. С., Дмитриев В. И. Метод двумерных интегральных уравнений расчета магнитотеллурических полей в слоистой среде при наличии осесимметричной неоднородности // Сб. «Вычислительные методы и программирование». Изд-во МГУ, 1982. Том 36. С. 14–27.
- [2] Захаров Е. В. Метод расчёта осесимметричных электромагнитных полей в неоднородных средах // Сб. «Электромагнитный каротаж неоднородных сред». Изд-во МГУ, 1976. С. 4–13.

ЛИНЕЙНЫЕ УПРАВЛЯЕМЫЕ ОБЪЕКТЫ, ОПИСЫВАЕМЫЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ. МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ

Никольский Михаил Сергеевич

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, e-mail: mni@mi-ras.ru

В работе рассматриваются линейные управляемые объекты, описываемые интегро- дифференциальными уравнениями вольтерровского типа. Известно (см. , например, [1, 2]) , что интегро-дифференциальные уравнения возникают в различных разделах науки. В частности, они широко используются в математической биологии и в теории автоматического регулирования при рассмотрении ПИД – регуляторов.

В работе изучаются некоторые свойства множеств достижимости рассматриваемых управляемых объектов. В частности , при широких предположениях обосновывается их компактность и выпуклость. Также изучается вопрос о характере зависимости исследуемых множеств достижимости от малых вариаций коэффициентов, определяющих динамику рассматриваемого управляемого

объекта в общем нестационарном случае. При этом варьирование непрерывных коэффициентов управляемого объекта осуществляется в терминах банахова пространства L_1 . Установлена непрерывная зависимость изучаемых множеств достижимости от таких вариаций.

В работе используется выпуклый анализ, теория многозначных отображений и аппарат интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lakshmikantham V., Rao M. R. M. Theory of Integro - Differential Equations . Gordan and Breach Science Publishers, 1995. 362 с.
- [2] Burton T. A. Volterra Integral and Differential Equations. Elsevier, 2005. 353 с.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ С ОГРАНИЧЕННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ

Григоренко Николай Леонтьевич¹, Хайлов Евгений Николаевич²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

² Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.ru

Доклад посвящен изучению нелинейной управляемой системы дифференциальных уравнений, описывающей взаимодействие популяций здоровых и раковых клеток во время проведения антираковой терапии. В основу этой системы положена модель конкуренции Лотки-Вольтерры [1]. Уравнения такой системы содержат слагаемые, которые включают в себя ограниченные управления, задающие дозу лекарственного препарата или интенсивность терапии, нацеленную на уничтожение раковых клеток. Для управляемой системы ставится задача терминального управления, заключающаяся в нахождении ограниченных позиционных управлений, которые переводят исходную систему из заданной начальной точки в конечную точку из малой окрестности положения равновесия неуправляемой системы, отвечающего состоянию полного выздоровления пациента.

Для решения поставленной задачи управления используется метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [2]. В рамках АКАР задача терминального управления заключается в построении ограниченных позиционных управлений, являющихся гладкими функциями фазовых переменных, которые обеспечивают перевод траектории рассматриваемой системы из фиксированной начальной точки в конечную точку и последующее асимптотическое удержание такой траектории в окрестности этой точки. Некоторые способы конструирования требуемых позиционных управлений были рассмотрены в [3]. В настоящем докладе обсуждаются подходы, использующие

логарифмические макропеременные, гиперболический тангенс, сигмоидную и барьерную функции [4, 5]. Демонстрируются различные способы построения необходимых позиционных управлений, обсуждаются их достоинства и недостатки. Приводятся результаты численных расчетов, выполненных в среде MAPLE. Делаются соответствующие выводы.

Авторы выражают благодарность профессору Никольскому М. С. за постановку задачи.

Работа выполнена при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики МГУ имени М.В. Ломоносова РФФИ по соглашению № 075-15-2025-345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Хайлов Е. Н., Григоренко Н. Л., Григорьева Э. В., Клименкова А. Д. Управляемые системы Лотки-Вольтерры в моделировании медико-биологических процессов. М. : МАКС Пресс, 2021. 202 с.
- [2] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М. : Либроком, 2019. 240 с.
- [3] Хайлов Е. Н., Григоренко Н. Л. К решению задач терминального управления для модели конкуренции Лотки-Вольтерры // Материалы IV Международного семинара «Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби» (Екатеринбург, 28-29 января 2026 г.). Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2026. С. 200-206.
- [4] Колесников А. А., Веселов Г. Е., Мушенко А. С. Терминальное синергетическое управление нелинейными объектами. Известия ТРТУ. Системный анализ и управление. 2004. № 4 (39). С. 15-25.
- [5] Мушенко А. С. Синергетический синтез алгоритмов терминального управления нелинейными динамическими объектами : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01 / Мушенко Антон Сергеевич. Таганрог, 2004. 186 с.

О МНОЖЕСТВЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ В НЕКОТОРУЮ ТОЧКУ ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ НАЛИЧИИ ЛИНЕЙНОГО ФАЗОВОГО ОГРАНИЧЕНИЯ

Гончарова Марина Николаевна¹, Самсонов Сергей Петрович²

¹ Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, e-mail: m.gonchar@grsu.by

² Кафедра оптимального управления, e-mail: d-proshkin@mail.ru, samsonov@cs.msu.su

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = v, \end{cases} \quad (1)$$

где управление v является кусочно-непрерывной функцией, принимающей значения из отрезка $[-1; 1]$ с фазовым ограничением $x(t) \in X$, где множество X определяется условием $X = \{x \in R^2 | x_2 \leq ax_1 + b, a > 0, b > 0\}$.

Исследуется задача принадлежности множества $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, p_1, p_2, R^2)$ управляемости объекта (1) в точку $x^0 = (x_1^0; x_2^0) \in X$ без учета фазового ограничения на интервале времени $[t; t + \theta]$ при условии, что $v \in [p_1; p_2]$, $p_1 \leq p_2$, $p_1 \geq -1$, $p_2 \leq 1$.

В работе [1] показано, что множество $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, p_1, p_2, R^2)$ есть множество, ограниченное параболой

$$x_1 = p_1 \frac{\theta^2}{2} + x_1^0 - \theta x_2^0 + \frac{1}{2(p_2 - p_1)}(x_2 + p_1\theta - x_2^0)^2,$$

$$x_1 = p_2 \frac{\theta^2}{2} + x_1^0 - \theta x_2^0 - \frac{1}{2(p_2 - p_1)}(x_2 + p_1\theta - x_2^0)^2.$$

В данной работе получено следующее.

— Если координаты точки x^0 удовлетворяют неравенству

$$(1 + a\theta)x_2^0 \leq ax_1^0 + b - \theta - a\frac{\theta^2}{2}, \quad (2)$$

то множество $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, -1, 1, R^2)$ принадлежит множеству X .

— Если координаты точки x^0 удовлетворяют неравенству

$$(1 + a\theta)x_2^0 > ax_1^0 + b + \theta + a\frac{\theta^2}{2}, \quad (3)$$

то $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, p_1, 1, R^2)$ имеет точки, не принадлежащие множеству X при всех p_1 из отрезка $[-1; 1]$.

— Если точка x^0 такова, что неравенства (2) и (3) не выполняются одновременно, то существует $p_1 \in [-1; 1]$, такое, что $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, p_1, 1, R^2)$ принадлежит множеству X .

— Для всех $x^0 \in X$ существует

$$\theta = \frac{1}{a}(\sqrt{a^2x_2^{02} + 2a^2x_1^0 + 1 + 2ab - 1 - ax_2^0}),$$

при котором множество $Y(t, t + \theta, \{x^0\}, -1, 1, R^2)$ достигает границу множества X .

Полученный результат можно использовать для исследования поведения объекта (1) на различных временных интервалах с различными критериями качества и при наличии фазового ограничения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гончарова М. Н., Самсонов С. П. Построение множества управляемости для одной системы второго порядка с фазовым ограничением // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2023. № 2. С. 5–11.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕТА КОПТЕРА ПО МАРШРУТУ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ EULER

Бойков Владимир Георгиевич¹, Потапова Валерия Вадимовна²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: boykov@euler.ru

² Кафедра оптимального управления, e-mail: valeropotapova@mail.ru

В данной работе представлена методика моделирования полета коптера по маршруту в программном комплексе EULER/Эйлер.

Моделирование по маршруту базируется на методике стабилизации коптера, которая изложена в [1]. В соответствии с ней управляемое движение коптера производится по четырем координатам: x, y, z, φ_z . Угловые координаты φ_x, φ_y определяются во внутреннем контуре стабилизации для обеспечения заданного движения по x, y .

Для моделирования полета коптера по заданному маршруту формируется полетное задание, которое включает:

- траекторию маршрута;
- циклограмму прохождения маршрута.

Траектория маршрута формируется в виде параметрических функций пространственных координат $x(q), y(q), z(q)$, где q — параметр, который непрерывно возрастает по траектории маршрута. В исходном виде для задания траектории могут использоваться различные способы, например:

- прямое задание функций координат по некоторому параметру;
- траектория маршрута как последовательность точек в пространстве, в этом случае в качестве параметра q может использоваться номер точки или длина пути, пройденного по маршруту от начальной точки.

Циклограмма прохождения маршрута в общем случае задает временные или скоростные характеристики движения по траектории и действия, выполняемые на маршруте, это могут быть остановки, сбросы грузов или выполнение других операций. В рассматриваемом случае полета коптера циклограмма формируется в виде функции движения по траектории $q(t)$, где t — время, и функции поворота коптера вокруг вертикальной оси $\varphi_z(t)$ или $\varphi_z(q)$. В общем случае функция $q(t)$ может быть не монотонной, что означает возможность движения по траектории не только вперед, но и назад. Участки постоянного значения функции соответствуют остановке коптера в точке пространства, при этом параметры углового положения коптера могут изменяться.

В качестве исходной информации для формирования функции движения $q(t)$ возможно задание функции скорости движения $V(q)$. В этом случае на основании функций траектории $x(q), y(q), z(q)$ вначале рассчитывается функция $q(s)$, где s — длина пути от начальной точки. Далее определяется функциональная зависимость времени от пути: $t(s) = \int_0^s \frac{ds}{V(q(s))}$. Обратив эту зависимость,

получаем функцию $s(t)$ и, соответственно, $q(t) = q(s(t))$. Недостатком такого задания является невозможность определения остановки на маршруте и движения назад.

Таким образом, на основании полетного задания формируются функции движения по маршруту $x(t), y(t), z(t), \varphi_z(t)$. В каждый момент времени система навигационных измерений определяет координаты реального положения коптера $x_K(t), y_K(t), z_K(t), \varphi_{zK}(t)$. Рассогласование между реальными и требуемыми координатами ($\Delta x(t) = (x_K(t) - x(t)), \dots$) в каждый момент времени передается в систему стабилизации, которая работает на их устранение. Так и производится движение по маршруту.

На рисунке 1 представлен внешний вид окна программного комплекса EULER при моделировании полета коптера по маршруту.

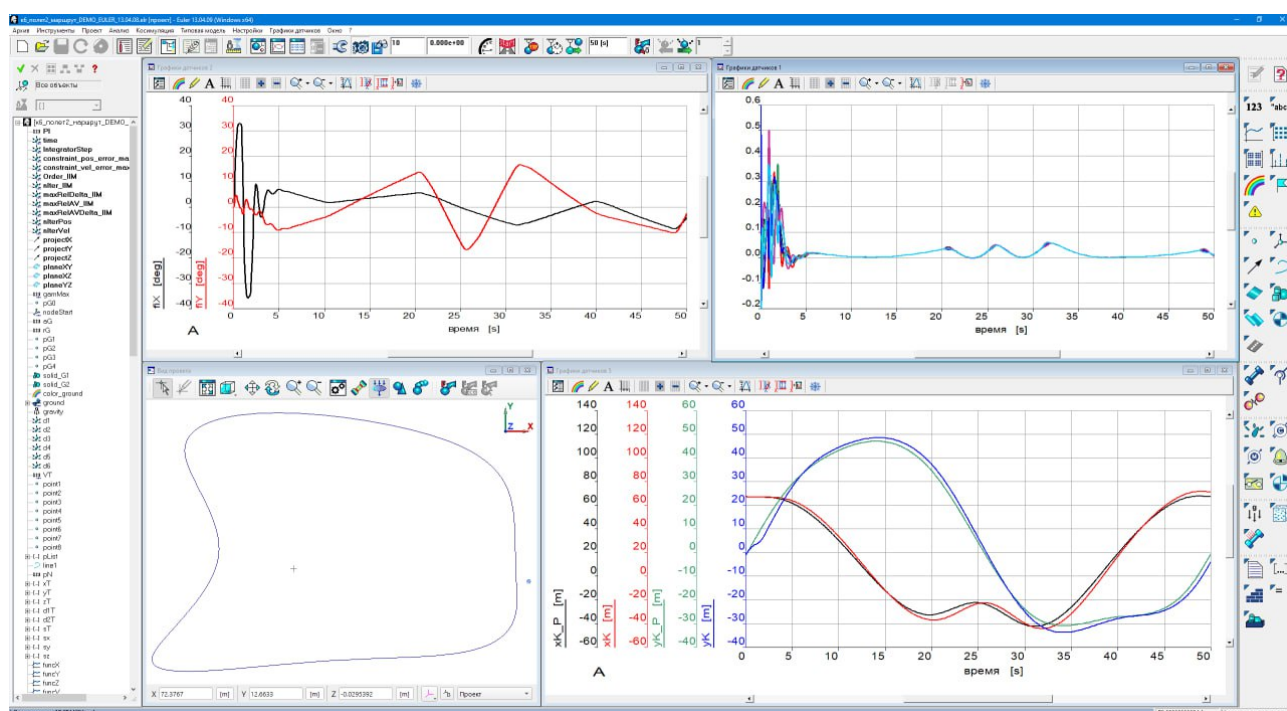


Рис. 1: Окно программного комплекса EULER

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бойков В. Г., Потапова В. В. Моделирование системы стабилизации мультикоптера в программном комплексе EULER // Тихоновские чтения МГУ им. М.В.Ломоносова, 2025

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЕРЕВЁРНУТОГО МАЯТНИКА НА ТЕЛЕЖКЕ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ EULER

Сапронов Арсений Андреевич¹, Бойков Владимир Георгиевич²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: s02220227@gse.cs.msu.ru

² Кафедра оптимального управления, e-mail: boykov@euler.ru

В данной работе рассматривается задача стабилизации перевёрнутого маятника, шарнирно закрепленного на тележке, движущейся по прямой, и её моделирование в программном комплексе EULER/Эйлер. Управление осуществляется ограниченной горизонтальной силой, приложенной к тележке. Требуется удерживать маятник в вертикальном неустойчивом положении равновесия.

Маятник рассматривается как абсолютно твёрдый стержень, трение в шарнире не учитывается. Система содержит четыре фазовые переменные: $\varphi, \dot{\varphi}, x, \dot{x}$ — угол отклонения маятника, угловую скорость, координату тележки и её скорость соответственно.

На основе принятых допущений получаем систему уравнений движения:

$$\ddot{x} = h_1\mu + h_2\varphi,$$

$$\ddot{\varphi} = h_3\mu + h_4\varphi,$$

где μ — управляющее воздействие; h_1, h_2, h_3, h_4 — коэффициенты, определяемые параметрами системы.

Поскольку система обладает внутренней неустойчивостью, используется двухконтурная структура управления: внутренний контур подавляет быстрые отклонения, а внешний — корректирует положение системы. Закон управления синтезируется методом АКАР [1] через введение функции рассогласования:

$$\psi = m(x - x_1) + l\varphi + k \left(\int_0^t \varphi(\tau) d\tau - \int_0^T \varphi(\tau) d\tau \right) + c \int_0^T (x - x_1) d\tau,$$

где x_1 — требуемое значение координаты тележки; k — коэффициент интегральной составляющей регулятора; m, l, c — коэффициенты обратной связи.

Закон управления определяется из условия асимптотической устойчивости решения. Требуется обеспечить стремление функции рассогласования к нулю при возрастании времени. Для этого задается желаемая динамика функции рассогласования в виде устойчивого дифференциального уравнения второго порядка:

$$\ddot{\psi} + 2\xi\omega\dot{\psi} + \omega^2\psi = 0,$$

где ξ — коэффициент затухания; ω — собственная частота процесса регулирования.

Подставляя выражения для производных функции рассогласования в уравнение её желаемой динамики и используя систему уравнений движения, получаем искомое управление.

Параметры регулятора выбираются следующим образом. Значение коэффициента затухания принимается равным 0.8, что обеспечивает быстрое возвращение системы к положению равновесия без выраженных колебаний. Частота внутреннего контура выбирается в 3–4 раза больше собственной частоты маятника, а частота внешнего контура принимается в 4–5 раз меньше частоты внутреннего.

На рисунке 1 показан результат моделирования процесса стабилизации маятника в программном комплексе EULER.

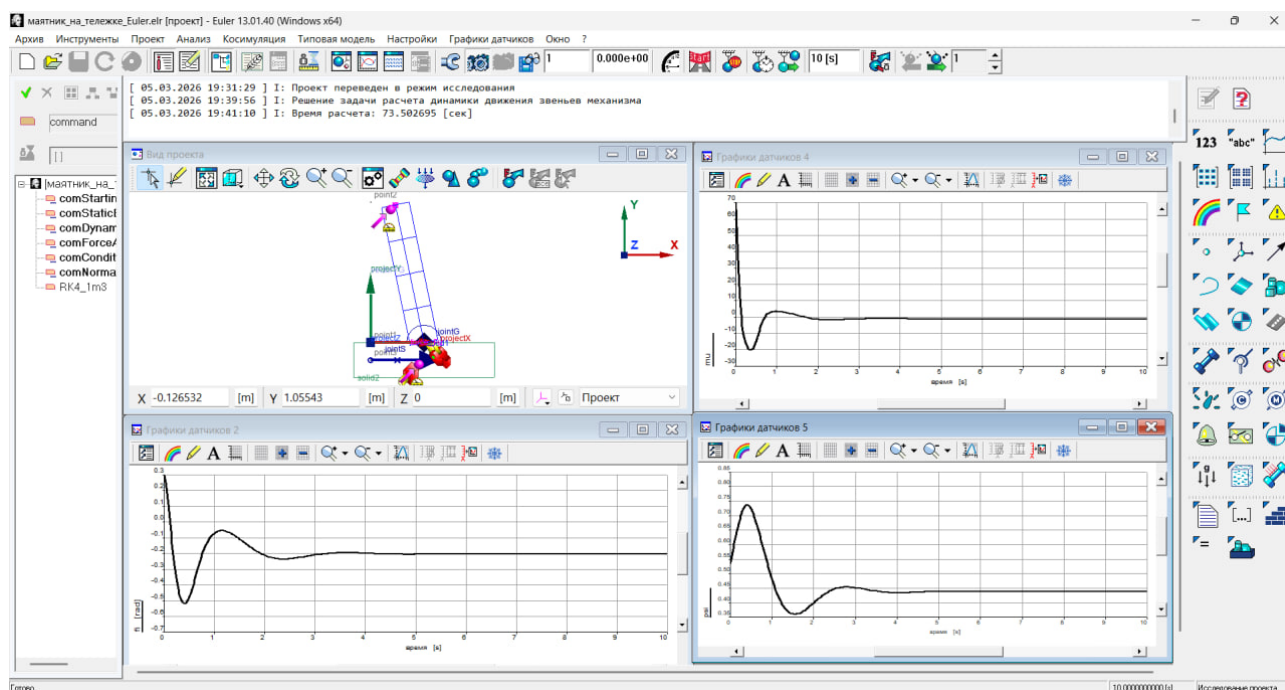


Рис. 1: Процесс стабилизации в программном комплексе EULER

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Колесников А. А., Колесникова Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и АКОР в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 10. С. 657–669.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НАЛИЧИИ МНОЖЕСТВА ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ И УПРАВЛЯЕМЫХ ФАЗОВЫХ КООРДИНАТ

Бойков Владимир Георгиевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: boykov@euler.ru

Традиционно в системе стабилизации летательных аппаратов принято для каждого канала (тангаж, рысканье, крен, ...) выделять отдельный орган управления и рассматривать работу каждого канала по отдельности. Однако в последнее время появились новые конструкции летательных аппаратов, в которых по каждому каналу могут работать одновременно несколько органов управления, и при этом они же могут использоваться в других каналах. Например, современный истребитель, в котором для управления по тангажу используется хвостовое горизонтальное оперение, поворотное сопло маршевого двигателя и носовые аэродинамические стабилизаторы, или коптер с шестью и более несущими винтами, которые используются во всех каналах стабилизации одновременно. Рассмотрим методику построения системы стабилизации летательного аппарата именно для такого общего случая. Данный подход может быть применен к стабилизации не только летательных аппаратов, но и других управляемых объектов.

Задача стабилизации управляемого объекта решается в следующей последовательности.

1. Для каждой управляемой фазовой координаты формируется параметр управления u . Он определяет ускорение фазовой координаты. Для параметра управления задаётся вектор значений параметров органов управления δ при единичном значении u . Обозначим этот вектор D_u . Объединив все параметры управления фазовых координат в вектор u , а все векторы D_u в матрицу D_u , можно записать:

$$\delta = D_u u. \quad (1)$$

2. Предполагается, что навигационная система измерений обеспечивает информацию о текущих значениях управляемых фазовых координат q и их производных по времени $\dot{q}$. Для каждой управляемой фазовой координаты имеется свой ПИД-регулятор, который вычисляет значение требуемого ускорения. Их можно объединить в общий вектор $\ddot{q}$

3. Используя математические соотношения преобразования координат, скоростей и ускорений можно получить значения требуемых управляющих ускорений объекта в осях связанной с ним системы координат

$$\mathbf{a}_c = f(q, \dot{q}, \ddot{q}), \quad (2)$$

4. Используя физические соотношения и матрицу $\mathbf{D}_u$ можно получить линеаризованную модель силового воздействия параметров управления фазовыми координатами на объект управления, как тела в трехмерном пространстве, в следующем виде

$$\mathbf{S} = \mathbf{A}_S \mathbf{u} + \mathbf{S}_0, \quad (3)$$

где $\mathbf{S}$ — вектор силовых факторов (в общем случае три силы и три момента), действующих на объект управления в осях связанной системы координат; $\mathbf{A}_S$ — матрица вычисленных коэффициентов; $\mathbf{S}_0$ — вектор силовых факторов, не зависящих от параметров управления.

В соответствии с законами классической механики уравнения движения управляемого объекта, как тела в трехмерном пространстве, можно представить в следующем виде

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{K} = \mathbf{S}, \quad (4)$$

где $\mathbf{M}$ — матрица масс объекта; $\mathbf{a}$ — вектор ускорений объекта; $\mathbf{K}$ — вектор кинематических сил, зависящих от скоростей объекта.

Подставив в (4) выражение для $\mathbf{S}$ из (3) и заменив $\mathbf{a}$ на $\mathbf{a}_c$ из (2), получаем систему линейных уравнений

$$\mathbf{A}_S \mathbf{u} = \mathbf{M}\mathbf{a}_c + \mathbf{K} - \mathbf{S}_0. \quad (5)$$

Решив эту систему линейных уравнений, получаем значения требуемых параметров управления $\mathbf{u}$.

5. Подставив в (1) полученный из (5) вектор $\mathbf{u}$, получаем требуемые значения параметров органов управления δ . Они в виде сигналов передаются на соответствующие следящие приводы.

МЕТОД НАСТРОЙКИ ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В КООРДИНАТАХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Бойков Владимир Георгиевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: boykov@euler.ru

В системах стабилизации летательных аппаратов самых различных типов широко используются ПИД-регуляторы, от правильной настройки которых зависит качество управления. Как правило, в литературе предлагаются различные методы настройки непосредственно значений коэффициентов K_D , K_P , K_I

усиления дифференцирующей, пропорциональной и интегрирующей составляющих регулятора соответственно. К ним относятся методы Зиглера–Николса, последовательных приближений, частотных характеристик, различные методы оптимизации. Недостатками этих методов является относительно высокая сложность и отсутствие простой интерпретации между значениями коэффициентов и характером процесса регулирования.

Значительно проще, понятнее и удобнее выполнять настройку ПИД-регулятора в координатах следующих параметров переходного процесса:

- f — частота регулятора (собственная частота процесса регулирования);
- ξ — доля критического затухания регулятора (доля критического затухания колебаний процесса регулирования);
- R_N — параметр интегральной компоненты регулятора. $R_N = \frac{1}{n}$, где n — число колебаний процесса регулирования, при котором статическая ошибка уменьшается в e раз.

При известных значениях f, ξ, R_N коэффициенты ПИД-регулятора определяются следующими выражениями:

$$K_D = -\omega(2\xi + \frac{R_N}{2\pi}),$$

$$K_P = -\omega^2(1 + \frac{\xi R_N}{\pi}),$$

$$K_I = -\omega^3 \frac{R_N}{2\pi}.$$

где ω — угловая частота регулятора, $\omega = 2\pi f$

Желательно, чтобы процесс регулирования не сопровождался значительными колебаниями и требовал минимальных энергетических затрат. С этой точки зрения практически идеальным выбором доли критического затухания является $\xi = 0.9$.

Для выбора частоты регулятора используются следующие параметры:

- D — предельно допустимое отклонение фазовой координаты;
- a_C — максимальное ускорение фазовой координаты, создаваемое органами управления;
- a_V — максимальное возмущающее ускорение фазовой координаты;
- n_V — коэффициент запаса управления, рекомендуется принять [1.2, 1.5].

Значение частоты регулятора f должно удовлетворять условию:

$$f_{MIN} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_V n_V}{D}} \leq f \leq f_{MAX} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_C}{D}}$$

Если $f_{MIN} \leq f_{MAX}$, то рационально в первом приближении принять значение частоты регулятора $f = f_{MAX}$, иначе для ее выбора необходимо пересмотреть значения исходных параметров D, a_C, a_V, n_V .

Иногда рассматриваемый ПИД-регулятор является внешним, то есть он регулирует фазовую координату, которая в свою очередь регулируется другим, внутренним ПИД-регулятором. В этом случае рекомендуется частоту внешнего ПИД-регулятора делать в 3 – 4 раза меньше частоты внутреннего ПИД-регулятора.

Интегральная компонента ПИД-регулятора служит для компенсации влияния квази-постоянных возмущений. При их отсутствии интегральная компонента не нужна, её полное отсутствие задаётся значением параметра $R_N = 0$. При наличии квази-постоянных возмущений в качестве первого приближения можно рекомендовать значение интегральной компоненты $R_N = 1.5$.

Данный метод может быть использован для настройки ПИД-регуляторов не только летательных аппаратов, но и других управляемых объектов.

ОЦЕНИВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ В МОДЕЛИ DICE НА ОСНОВЕ МЕТРИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ

Орлов Сергей Михайлович¹, Ровенская Елена Александровна², Бакланов
Артём Павлович³

¹ Кафедра оптимального управления и IIASA, Laxenburg, Austria, e-mail: sergey.orlov@cs.msu.ru

² IIASA, Laxenburg, Austria и Кафедра оптимального управления, e-mail: rovenska@iiasa.ac.at

³ IIASA, Laxenburg, Austria, e-mail: baklanov@iiasa.ac.at

В докладе рассматривается развитие подхода к анализу сценариев климатической политики на основе численного построения множеств достижимости для интегрированной модели климата и экономики DICE. В отличие от традиционных оптимизационных постановок, где внимание сосредоточено на поиске оптимальной стратегии относительно функции общественного благосостояния, предлагаемый подход исследует геометрию достижимых состояний системы и то, как различные ограничения климатической политики влияют на структуру пространства возможных будущих состояний.

В работе используется модифицированная версия модели DICE [1], учитывающая уточнённые параметры углеродного цикла и климатических воздействий. Для различных сценариев климатической политики строятся двумерные проекции множеств достижимости к 2100 году в пространстве агрегированных переменных — глобального повышения температуры и совокупного выпуска. Для обеспечения сопоставимости сценариев переменные рассматриваются в нормированном виде, что позволяет интерпретировать геометрические характеристики множеств как меру доступного пространства возможностей.

Показано, что откладывание активных мер по сокращению эмиссий до более поздних лет приводит к существенному сужению соответствующих множеств достижимости. В частности, при переносе начала интенсивного снижения эмиссий на середину XXI века исчезает значительная часть области, соответствующая комбинациям низких температурных изменений и высоких уровней экономического выпуска. Такое сужение интерпретируется как уменьшение пространства возможностей для будущих поколений и, следовательно, как потеря свойства устойчивого развития для рассматриваемого сценария.

Далее исследуется вопрос о том, какие изменения параметров модели способны частично или полностью компенсировать эту потерю пространства возможностей. В работе рассматриваются два ключевых параметра, характеризующих доступность будущих мер по декарбонизации и отрицательным выбросам. Первый параметр описывает максимально допустимый темп роста мер по снижению выбросов (параметр роста μ) после начала активной климатической политики. Он имеет интерпретацию скорости масштабирования технологий декарбонизации и способен компенсировать лишь относительно небольшие задержки в принятии мер. Второй параметр задаёт максимально допустимый уровень снижения выбросов (верхнюю границу для μ), что соответствует увеличению потенциальной мощности технологий отрицательных выбросов. Изменение этого параметра позволяет компенсировать значительно более длительные задержки, однако его экономическая и технологическая интерпретация менее однозначна. Кроме того, обсуждается возможность анализа совокупного изменения этих параметров и соответствующего увеличения области допустимых управлений.

Для количественной оценки потери и восстановления пространства возможностей используются несколько геометрических метрик. Помимо ранее предложенной метрики относительной потери площади множества достижимости, рассматривается также метрика гиперобъёма [2], широко используемая в задачах многокритериальной оптимизации. В этом подходе фиксируется опорная точка, соответствующая неблагоприятным значениям температуры и выпуска, после чего измеряется объём области состояний, доминируемых достижимыми сценариями. Геометрически это соответствует выделению той части пространства (T, Q) , где рассматриваемые сценарии одновременно обеспечивают более низкие температуры и более высокий экономический выпуск. Использование гиперобъёма позволяет по-другому количественно оценить сокращение и восстановление пространства возможностей и в ряде случаев приводит к несколько иным сравнительным результатам.

Таким образом, предлагаемый подход позволяет исследовать, каким образом задержка климатической политики сокращает пространство достижимых климато-экономических траекторий и какие изменения параметров модели способны компенсировать эту потерю. В докладе будут представлены численные

оценки для различных сценариев задержки мер по сокращению эмиссий, а также соответствующие значения параметров, необходимых для частичного или полного восстановления исходного пространства возможностей. Представленные результаты являются продолжением ранее проведённых исследований и направлены на углубление анализа устойчивого развития в рамках интегрированных моделей климата и экономики.

Исследования проводились при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Climate economics support for the UN climate targets / M. C. Hänsel, M. A. Drupp, D. J. A. Johansson, F. Nesje, C. Azar, M. C. Freeman, B. Groom, T. Sterner // *Nature Climate Change*. 2020. № 10. P 781—789.
- [2] A. P. Guerreiro, C. M. Fonseca, L. Paquete The hypervolume indicator: computational problems and algorithms // *ACM Comput. Surv.* 2021. Vol. 54, № 6. Article 119 (42 pp). DOI: <https://doi.org/10.1145/3453474>

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЛЕЧЕНИЯ РАКОВОГО ЗАБОЛЕВАНИЯ

Аспирант 2-го курса В.А. Лебедев¹, Доцент Е.Н. Хайлов²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: lva1098@gmail.com

² Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.su

Рассматривается задача терминального управления динамикой клеточных популяций при гормонозависимом раке на фоне лекарственной терапии. Математическая модель представляет собой систему из четырёх обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение во времени численности здоровых клеток, андроген-зависимых и устойчивых к кастрации раковых клеток, а также концентрации лекарственного препарата в организме. Управляющим воздействием является интенсивность введения препарата, которая может изменяться в заданных пределах.

Целью задачи заключается в нахождении позиционного управления, которое переводит траекторию исходной системы из заданного начального состояния на терминальное множество, соответствующее клинической ремиссии. Терминальные условия требуют снижения численности обоих типов раковых клеток до безопасного уровня при одновременном сохранении популяции здоровых клеток выше критического порога, необходимого для жизнедеятельности. Дополнительным критерием выступает минимизация суммарной дозы препарата за время лечения для снижения токсической нагрузки на организм. Делаются соответствующие выводы об эффективности построенного позиционного управления.

Для решения поставленной задачи применяется метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, позволяющий синтезировать закон управления в форме обратной связи, что обеспечивает устойчивость к параметрическим возмущениям и неточностям модели. В основе подхода лежит введение трёх иерархически связанных макропеременных: первая задаёт желаемую динамику снижения суммарной раковой нагрузки и обеспечивает выход системы на уровень клинически приемлемой остаточной нагрузки к заданному сроку. Вторая макропеременная вводится для контроля состояния здоровых клеток и автоматической коррекции интенсивности терапии при приближении к опасному порогу. Третья макропеременная описывает желаемую концентрацию препарата и непосредственно участвует в формировании управления.

На основе функциональных уравнений АКАР из исходной модели выводятся явные выражения для желаемой концентрации препарата и затем для самого управления как функции текущего состояния системы. Полученный регулятор работает по принципу обратной связи, адаптируя интенсивность введения лекарства к текущей динамике опухоли и уровню здоровых клеток. Приводятся результаты численных расчетов, выполненных в среде Python для значений параметров, взятых из реальной клинической практики [1, 2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jain H.V., Clinton S.K., Bhinder A., Friedman A. Mathematical modeling of prostate cancer progression in response to androgen ablation therapy // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2011. Vol. 108, no. 49. P. 19701–19706.
- [2] Litzinger M.-C., Todorov Y., Föllner-Nord M., Chaudhary M.K., Bratus A.S. On optimal therapy protocols in the mathematical model of prostate cancer progression // Adv. Syst. Sci. Appl. 2020. Vol. 4. P. 83–104.
- [3] Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф. Изучение биологически мотивированной математической модели предстательной железы // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 6-21.

О ЛИНЕЙНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ВЫПУКЛОГО МНОЖЕСТВА

Кулевский Александр Владиславович

Кафедра оптимального управления, e-mail: kulevskyav@cs.msu.su

Рассматривается вопрос о свойстве дистрибутивности линейного преобразования множества (умножения матрицы на множество) относительно сложения матриц в конечномерном пространстве. Выражения, содержащие в различных комбинациях линейное преобразование множества и сложение матриц и множеств, активно применяются при решении дифференциальных игр и задач оптимального управления.

Известно, что для произвольных множества $X \subset R^n$ и матриц $A_{m \times n}, B_{m \times n}$ равенство $(A + B)X = AX + BX$ (1) не имеет места, в общем случае справедливо лишь включение $(A + B)X \subseteq AX + BX$. При этом выполняется дистрибутивность умножения множества на число относительно сложения чисел $(\alpha + \beta)X = \alpha X + \beta X$ (2) для $\alpha, \beta \geq 0$ и выпуклого X , которая может быть записана в матричной форме $(\alpha E + \beta E)X = (\alpha E)X + (\beta E)X$.

К сожалению, соотношение (2) не обобщается до условия (1) даже для квадратных положительно определенных $A_{n \times n}, B_{n \times n}$ и выпуклого компакта X , что видно из характерного примера, где в (1) лишь строгое включение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} > 0, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} > 0, \quad X = S_1(\theta) \text{ выпуклый компакт,}$$

$$S_3(\theta) = (A+B)X \subsetneq AX+BX = \left\{ x \in R^2 : \frac{x_1^2}{4} + x_2^2 \leq 1 \right\} + \left\{ x \in R^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq 1 \right\}$$

Легко строятся из (2) формально удовлетворяющие (1), но не представляющие интереса тривиальные примеры: добавлением в множество фиктивных координат либо приписыванием к матрицам нулевых столбцов. По-видимому, для сколько-нибудь более широкого, чем вида λE , класса матриц A, B и полномерных множеств X условие (1) не выполняется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кулевский А. В. Об одном свойстве геометрической разности множеств // Современная математика и концепции инновационного математического образования. — 2024. — Т. 11, № 1. — С. 76–80.

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ВДОЛЬ ГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Шатков Сергей Андреевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: ShatkovSA@gmail.com

При управлении динамическими системами возникают задачи, в которых полный фазовый вектор недоступен измерению, что делает невозможным использование управления в форме обратной связи. Для решения этой проблемы строится модель наблюдателя состояния, которая позволяет восстановить значения неизмеряемых компонент состояния системы. Для линейных систем существуют различные методы [1], которые работают в том числе при наличии возмущений в динамической системе. Одним из подходов к задаче восстановления фазового вектора для нелинейных систем является метод, предложенный в [2], который позволяет строить асимптотические наблюдатели пониженных

порядков. К его недостаткам относится отсутствие единого подхода к выбору макропеременных и уравнений для них.

Рассмотрена задача построения асимптотического наблюдателя для одного класса нелинейных динамических систем второго порядка, выполняющего оценку скоростных компонент. В системе используется управление в форме обратной связи от фазовых переменных, осуществляющее движение системы по заданной гладкой траектории. Использование модели наблюдателя позволяет использовать данный тип управления путем замены неизвестных компонент вектора скорости их оценкой. При этом гарантируется экспоненциальная сходимость оценок к реальным значениям.

В качестве модельного примера использована динамическая система, описывающая плоское движение космического аппарата в центральном поле притяжения [3]. Управление представляет собой функции в форме обратной связи от положения и скорости, полученные с помощью учета законов Кеплера. Замкнутая система осуществляет перевод на орбиту с заданными параметрами. Построен асимптотический наблюдатель для данной нелинейной системы, выполняющий оценку радиальной и угловой скоростей. С помощью математического пакета Maple проведено моделирование движения системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фомичев В. В., Денисова Н. И. Задачи наблюдения для динамических систем. М. : МАКС Пресс, 2024.
- [2] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. 240 с.
- [3] Горьков В. П., Лукьянова Л. Н., Шатков С. А. Позиционное управление движением космического аппарата с гибридной двигательной системой // Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: ООО «МАКС Пресс», 2021. Т. 66. С. 1–10.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ РАЗНОТИПНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Григоренко Николай Леонтьевич¹, Горьков Валерий Павлович²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

² Лаборатория обратных задач, e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

Рассматривается нелинейный конфликтно управляемый процесс двух игроков с терминальным множеством в виде суммы линейного подпространства и выпуклого компакта в его ортогональном дополнении [1-5]. Процесс рассматривается с точки зрения 1-го игрока. Его цель вывести управляемый объект на терминальное множество. Считается, что первый игрок знает динамические характеристики управляемого объекта, фазовые переменные и

управление 2-го игрока до текущего момента времени. Изложены достаточные условия, при которых первый игрок может гарантировать выведение фазового вектора игры на терминальное множество. Приводится форма позиционного контруправления 1-го игрока [6], гарантирующая завершение процесса. Такое позиционное контруправление предназначено для работы в рамках логики пошагового позиционного управления совокупной системой, включающей реальный управляемый объект и модель (поводыря) и реализующей отслеживание движения поводыря в виде процедуры экстремального прицеливания [1], которая выполняется пошагово в дискретной системе и обладает устойчивостью к информационным помехам, достигаемой в схеме с поводырем. Рассмотрены примеры. Авторы выражают благодарность профессору Никольскому М. С. за обсуждение предлагаемых алгоритмов управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
- [2] Понтрягин Л. С. Линейные дифференциальные игры преследования // Мат. сб. Новая серия. 1980. Т. 112, № 3. С. 307–330.
- [3] Осипов Ю. С., Кряжковский А. В., Охезин С. П. Задачи управления в системах с распределенными параметрами. Динамика управляемых систем. Новосибирск, Наука, 1979, С.199-208.
- [4] Куржанский А. Б. Задача идентификации теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. 1991. № 4. С. 3–26.
- [5] Никольский М. С. Первый прямой метод Л.С.Понтрягина в дифференциальных играх. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 65 с.
- [6] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами. Теория системного синтеза. М.: Книжный дом “Либроком”, 2019. 240 с.

ОСОБЫЕ РЕЖИМЫ В МОДЕЛИ МНОГОФАКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ С РАЗЛИЧНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ АМОРТИЗАЦИИ

**Аввакумов Сергей Николаевич¹, Орлов Михаил Владимирович², Орлов
Сергей Михайлович³**

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: asn@cs.msu.su

² Кафедра оптимального управления, e-mail: orlov@cs.msu.su

³ Кафедра оптимального управления, e-mail: sergey.orlov@cs.msu.su

Рассматривается n -мерная модель экономического роста с различными коэффициентами амортизации. Критерий качества характеризует интегральный объём потребления либо его полезность с учётом дисконтирования на бесконечном

горизонте планирования. Изучается случай, когда начальное состояние системы находится не на особом луче — специальном множестве, вид которого получен в аналитическом виде. Показано, что для выхода на особый луч используются различные особые режимы, причём фазовая траектория развивается во времени вдоль прямых специального вида. Определяется соответствующее управление, позволяющее двигаться вдоль специальных прямых. Основным аппаратом исследования является принцип максимума Понтрягина. С его помощью находятся экстремальные решения. Обоснование оптимальности полученного решения планируется провести с помощью теоремы о достаточных условиях в терминах конструкций принципа максимума, разработанной Ю.Н. Киселёвым.

Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № 075-15-2025-345)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1961.
- [2] Киселёв Ю. Н. Достаточные условия оптимальности в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина // Материалы научного семинара «Математические модели в экономике и биологии». М. : МАКС Пресс, 2003. С. 57–67.
- [3] Ашманов С. А. Математические модели в экономике. М. : Изд-во МГУ, 1980.
- [4] Аввакумов С. Н., Киселёв Ю. Н., Орлов М. В., Тарасьев А. М. Задача максимизации прибыли для производственных функций Кобба-Дугласа // Нелинейная динамика и управление. Выпуск 5. М. : Физматлит. 2007. С. 309–350.
- [5] Киселёв Ю. Н., Орлов М. В., Орлов С. М. Исследование одной двухсекторной модели экономического роста с производственной функцией Кобба-Дугласа // Вестник Московского Университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2010. N 2. С. 56–63.
- [6] Киселёв Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В. Задача распределения ресурсов в двухсекторной экономической модели с производственной функцией типа CES // Труды международной конференции «Динамика систем и процессы управления», посвящённой 90-летию со дня рождения академика Н. Н. Красовского. УМЦ УПИ Ектеринбург. 2015. С. 220–227.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Кизласова Маргарита Сергеевна¹, Посыпкин Михаил Анатольевич²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований (студ.), e-mail: s02230132@gse.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации научных исследований (зав. каф.), e-mail: mposypkin@frccsc.ru

Искусственные нейронные сети [1] (далее - ИНС) демонстрируют высокую эффективность в задачах классификации изображений, однако их практическое применение в критически значимых областях сдерживается уязвимостью к атакам и различным помехам в данных: незначительные, часто незаметные для человека искажения входных данных могут привести к ошибочной классификации.

Решаемая задача состоит в исследовании устойчивости распознающей ИНС при незначительном изменении распознаваемого изображения. Рассматривается трёхслойная ИНС прямого распространения для классификации изображений рукописных цифр, предложенная в [2], которая реализует функцию

$$f(x) = \sigma(W^{(2)}\sigma(W^{(1)}x + b^{(1)}) + b^{(2)}),$$

где $x \in \mathbb{R}^{784}$ — вектор признаков, $W^{(1)} \in \mathbb{R}^{200 \times 784}$, $b^{(1)} \in \mathbb{R}^{200}$ — веса и смещения скрытого слоя, $W^{(2)} \in \mathbb{R}^{10 \times 200}$, $b^{(2)} \in \mathbb{R}^{10}$ — веса и смещения выходного слоя. Полученный вектор $f(x) \in [0, 1]^{10}$ определяет распределение вероятностей принадлежности входного изображения каждому из классов. Обучение сети проводилось на тестовом наборе MNIST по алгоритму обратного распространения ошибки с минимизацией среднеквадратичной ошибки согласно работе [2].

Разработаны два эвристических алгоритма поиска минимального по норме возмущения δ , которое при добавлении к исходному изображению x , приводит к изменению результата классификации:

$$\|\delta\| \rightarrow \min, \arg \max f(x + \delta) \neq \arg \max f(x).$$

В обоих методах изменялись только ненулевые пиксели — фон изображения не изменялся: $\delta_i = 0$, если $x_i = 0$. В первом из разработанных алгоритмов использовался линейный поиск с постоянным шагом по направлению от исходного изображения к случайно сгенерированному изображению из другого класса. Во втором алгоритме для поиска минимального δ из нормального распределения был сгенерирован вектор-направление вдоль которого с помощью бинарного поиска находилось искомое значение.

Второй метод в среднем находит необходимое значение отклонения чаще, но по норме больше, чем первый для всех цифр. С помощью предложенного

подхода удалось сгенерировать несколько изображений цифр, которые ИНС распознает заведомо неправильно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Аггарвал Ч. Нейронные сети и глубокое обучение: учебный курс / Ч. Аггарвал ; пер. с англ. СПб. : ООО «Диалектика», 2020. 752 с.
- [2] Rashid T. Make Your Own Neural Network / T. Rashid. Scotts Valley, California : CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. 222 с.

ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЕРЕВЕРБЕРАЦИИ РЕЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ DNSMOS-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ФУНКЦИИ ПОТЕРЬ

Шишкин А. Г.¹, Трофимов Е. Д.²

¹ МГУ им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, каф. автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru

² МГУ им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, каф. автоматизации научных исследований, e-mail: trofimov.egor.d@gmail.com

Реверберация ухудшает разборчивость речи из-за многократных отражений звуковых волн от поверхностей помещения, что приводит к временным и спектральным искажениям сигнала. Это снижает качество восприятия речи человеком и эффективность систем обработки речи. Современные нейросетевые методы деревербрации обычно оптимизируют спектральные функции потерь, такие как MSE или L1, которые не всегда хорошо коррелируют с субъективным восприятием качества аудио.

В данном исследовании рассматривается применение перцептуальной функции потерь на основе DNSMOS[1] – нейросетевой модели оценки качества речи, которая предсказывает Mean Opinion Score (MOS) по аудиосигналу. Использование такой модели позволяет учитывать характеристики сигнала, важные для слухового восприятия.

Задача деревербрации формулируется как условный диффузионный процесс в пространстве логарифмических спектрограмм. Модель обучается восстанавливать чистый сигнал по реверберируемому наблюдению путем последовательного удаления шума диффузии. В качестве архитектуры используется диффузионная модель NCSN++[2] с U-Net подобной архитектурой и остаточными блоками.

Функция потерь включает диффузионный компонент, спектральную L1-функцию потерь и перцептуальную функцию потерь на основе DNSMOS[1]. Вес MOS-компоненты постепенно увеличивается в процессе обучения. Перцептуальная оценка качества вычисляется по восстановленному аудиосигналу.

Было проведено сравнение базовой диффузионной модели и модели с ориентированным на DNSMOS[1] обучением. Добавление перцептуальной функции

потерь приводит к улучшению прогнозируемого MOS и более стабильному восстановлению спектральной структуры речи. Полученные результаты демонстрируют перспективность применения ориентированных на MOS функций потерь в задачах улучшения речи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Reddy C. K. A., Gopal V., Cutler R. DNSMOS: A Non-Intrusive Perceptual Objective Speech Quality Metric to Evaluate Noise Suppressors // Материалы Междунар. конф. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). — 2021. — С. 6493–6497. — DOI: 10.1109/ICASSP39728.2021.9414878.
- [2] Song Y., Sohl-Dickstein J., Kingma D. P., Kumar A., Ermon S., Poole B. Score-Based Generative Modeling through Stochastic Differential Equations // Материалы Междунар. конф. International Conference on Learning Representations (ICLR). — 2021.

УЛУЧШЕНИЕ РЕЧИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА МНОГООБРАЗИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕНЕРАТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ

Никонов Максим¹, Шишкин Алексей²

¹ аспирант, ВМК МГУ, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: nikonovmv@my.msu.ru

² профессор, доктор физ.-мат. наук, ВМК МГУ, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru

Применение систем автоматического распознавания речи (Automatic Speech Recognition, ASR) в реальных условиях существенно осложняется присутствием шума и реверберации: классические методы улучшения речи оптимизируют перцептивные метрики, не гарантируя снижения числа ошибок распознавания, и могут вносить артефакты, критичные для ASR и восприятия человеком. В настоящей работе предлагается метод, ориентированный на качество последующего распознавания. Подход объединяет ASR-направленную оптимизацию через дифференцируемый суррогат метрики WER, регуляризацию аудио-качества, обучение на матрице возмущений — декартовом произведении условий реверберации и шума — и ограничение на многообразии представлений для стабилизации обучения. Эксперименты на датасете Voicebank-DEMAND показывают прирост субъективной оценки качества речи MOS на 1–3% при минимальном увеличении числа параметров.

Исходный возмущённый звуковой сигнал представляется в виде:

$$y_{k,\ell}(t) = (x * h_k)(t) + n_\ell(t),$$

где x — чистый речевой сигнал, h_k — импульсная характеристика помещения, n_ℓ — аддитивный шум. На каждой итерации случайно выбирается пара (k, ℓ) ,

что обеспечивает равномерное покрытие различных акустических условий и снижает переобучение [1].

Функция потерь. В качестве функции потерь используется

$$L_{\text{total}} = \underbrace{L_{\text{SI-SDR}} + L_{\text{mSTFT}}}_{L_{\text{audio}}} + \lambda_{\text{wer}} \cdot L_{\text{WER}},$$

$$L_{\text{WER}} \approx - \sum_{y'} \text{SoftWER}(y', y) \cdot \log p_{\phi}(y' | \hat{x}).$$

где $L_{\text{SI-SDR}}$ — потери на основе инвариантной к масштабу сигнала метрики; L_{mSTFT} — STFT-потери, учитывающие спектральные артефакты на нескольких масштабах окна; λ_{wer} — весовой коэффициент; y' — гипотеза транскрипции, y — эталонная транскрипция; $\text{SoftWER}(y', y)$ — дифференцируемый суррогат метрики WER; $p_{\phi}(y' | \hat{x})$ — вероятность гипотезы y' по ASR-модели с параметрами ϕ ; $\hat{x}$ — восстановленный речевой сигнал. Таким образом, L_{WER} направляет обучение в сторону снижения числа ошибок распознавания, взвешивая правдоподобие гипотез по их близости к эталону.

Впервые используемые в задаче улучшения речи гиперсоединения с ограничениями на многообразии mHC [3] проецируют остаточный сигнал на низкоразмерное подпространство, стабилизируя обучение и сохраняя близость к единичному отображению. Это снижает риск накопления акустических артефактов, что особенно существенно для гибридных и диффузионных архитектур с глубокими цепочками остаточных соединений.

Эксперименты. В таблице 1 приведены результаты экспериментов на датасете Voicebank-DEMAND для четырёх групп моделей.

Модель	M,	PESQ		SI-SDR, dB		MOS	
	10^6	Base	$\Delta\%$	Base	$\Delta\%$	Base	$\Delta\%$
<i>Негенеративные</i>							
DTLN	0.98	2.48	+2.8	8.4	−2.4	2.86	0.0
GTCRN	0.05	2.86	+2.1	10.2	+5.9	3.04	0.0
TRU-Net	7.90	3.12	−1.3	11.6	−0.9	3.12	+1.9
<i>GAN</i>							
SEGAN	1.50	2.70	+5.2	9.4	+6.4	2.78	+2.9
MetricGAN+	2.40	2.95	+3.4	10.5	−1.9	3.06	+2.6
CMGAN	1.90	3.05	−1.6	11.0	+3.6	3.14	+2.5
<i>Hybrid</i>							
Resemble Hybrid	8.05	3.40	+3.5	13.0	0.0	3.40	+2.4
Resemble Hybrid + LLaMA-3 8B decoder + HiFi vocoder	9.20	3.55	+1.4	14.2	−1.4	3.46	+1.7
<i>Diffusion</i>							
DOSE base	2.31	3.35	+2.7	12.8	+6.3	3.30	+2.4
DOSE student-teacher with SGMSE+ (additive noise only)	3.10	3.45	0.0	13.4	−1.5	3.36	+2.4
DOSE student-teacher with SGMSE+ (all noise types, more parameters)	4.20	3.52	+1.7	13.9	−1.4	3.42	+2.3
Среднее Δ	+0.05	—	+1.5	—	+1.4	—	+2.0

Табл. 1. Результаты на Voicebank-DEMAND. $\Delta\%$ — прирост варианта с mHC обучением.

Наибольший прирост PESQ демонстрируют GAN-модели (+3.4–5.2%): дискриминаторный сигнал и ASR-суррогат взаимно усиливают обучение. Для лёгких негенеративных архитектур (GTCRN, 0.05 M) mHC даёт значительный прирост SI-SDR (+5.9 дБ), указывая на высокую чувствительность малых моделей к разнообразию условий. Диффузионные модели показывают стабильный прирост MOS +2.3–2.4% при минимальных затратах — mHC эффективно компенсирует накопление артефактов по шагам диффузии. У гибридных моделей незначительное снижение SI-SDR (–1.4 дБ) сопровождается ростом PESQ и MOS: оптимизация смещается от энергетического к перцептивному критерию, что соответствует целевой задаче.

Полученные результаты свидетельствуют о перспективности совместного использования ограничений на многообразии, WER-направленного обучения и аугментации акустическими условиями. Предложенный подход применим к широкому классу архитектур улучшения речи и не требует существенного увеличения вычислительных затрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ko T., Peddinti V., Povey D., Seltzer M. L., Khudanpur S. A Study on Data Augmentation of Reverberant Speech for Robust Speech Recognition // Proc. IEEE ICASSP. 2017. С. 5220–5224.
- [2] Braun S., Tashev I. Towards ASR-Robust Speech Enhancement Using Auxiliary Loss Functions // Proc. IEEE ICASSP. 2022. С. 7272–7276.
- [3] Xi Z., Wei Y., Cao X. et al. mHC: Manifold-Constrained Hyper-Connections // arXiv:2512.24880. 2025.

МУЛЬТИМОДАЛЬНОЕ ОЧИЩЕНИЕ РЕЧИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

Гирфанов Олег¹, Шишкин Алексей Геннадьевич²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: girfanov.ov@yandex.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru

Очищение речи (speech enhancement) является важной задачей обработки сигналов и находит применение в системах телекоммуникаций, слуховых аппаратах, голосовых ассистентах и устройствах дополненной реальности. В последние годы наибольшую эффективность в решении данной задачи демонстрируют методы глубокого обучения. Однако во многих практических сценариях модели очищения речи должны работать на устройствах с ограниченными вычислительными ресурсами — например, в носимой электронике, беспроводных наушниках или мобильных устройствах. Это предъявляет строгие требования к размеру моделей и их вычислительной сложности.

Одним из перспективных направлений повышения качества очищения речи является использование дополнительных источников информации о речевом

сигнале. В частности, помимо обычного акустического сигнала (Air Conduction, AC), получаемого микрофоном, может использоваться сигнал костной проводимости (Bone Conduction, BC). Такой сигнал регистрирует вибрации костей черепа, возникающие при произнесении речи. В отличие от акустического канала, сигнал костной проводимости практически не подвержен воздействию окружающего акустического шума, что делает его полезным источником информации для восстановления зашумленной речи. Современные носимые устройства, такие как наушники или гарнитуры, способны получать подобные сигналы, например, с помощью встроенных акселерометров или контактных вибрационных датчиков.

В данной работе предлагается легковесная мультимодальная модель глубокого обучения для очищения речи, использующая одновременно акустический сигнал и сигнал костной проводимости. Архитектура модели разработана на основе ультралегкой нейросетевой архитектуры GTCRN (Grouped Temporal Convolutional Recurrent Network) [1], предназначенной для задач очищения речи в реальном времени. Базовая модель была модифицирована таким образом, чтобы принимать на вход два синхронных сигнала — акустический (AC) и костной проводимости (BC), что позволяет использовать BC-сигнал как дополнительную подсказку при восстановлении чистой речи.

Обучение модели проводилось на датасете Vibravox[2], содержащем более 20 тысяч аудиозаписей речи, записанных одновременно по нескольким каналам, включая акустический и костной проводимости. Для моделирования различных шумовых условий использовались записи окружающего шума из датасета DEMAND[3]. В процессе обучения акустический сигнал искусственно зашумлялся путём смешивания с шумом при случайном отношении сигнал/шум (SNR) в диапазоне от -10 до 15 дБ, что позволило обучить модель устойчивой работе в широком диапазоне акустических условий.

Предложенная модель сохраняет крайне малую вычислительную сложность. Число параметров составляет 48.9 тыс., что лишь на 1.4% больше, чем у исходной архитектуры GTCRN. Вычислительная сложность составляет 37.24 ММАС/с, что примерно на 12% выше базовой модели. При этом использование сигнала костной проводимости позволяет существенно повысить качество очищения речи. Экспериментальные результаты показывают, что предложенная модель превосходит базовую GTCRN во всём диапазоне SNR, особенно в условиях сильного шума. Например, при SNR = -5 дБ достигаются значения метрик качества PESQ = 2.08 (на 23% выше, чем у GTCRN), STOI = 0.89 (на 6% выше) и SI-SNR = 15.8 дБ (на 115% выше).

Полученные результаты демонстрируют, что использование сигнала костной проводимости является эффективным способом повышения качества очищения речи при сохранении низкой вычислительной сложности модели. Предложенный подход может быть применён в реальных системах обработки речи на

носимых и мобильных устройствах, где критически важны требования к энергоэффективности и работе в реальном времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] X. Rong, T. Sun, X. Zhang, Y. Hu, C. Zhu and J. Lu, "GTCRN: A Speech Enhancement Model Requiring Ultralow Computational Resources," ICASSP 2024 - 2024 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Seoul, Korea, Republic of, 2024, pp. 971-975, doi: 10.1109/ICASSP48485.2024.10448310.
- [2] Hauret, Julien, et al. "Vibravox: A dataset of french speech captured with body-conduction audio sensors." *Speech Communication* 172 (2025): 103238.
- [3] Thiemann, Joachim, Nobutaka Ito, and Emmanuel Vincent. "The diverse environments multi-channel acoustic noise database (demand): A database of multichannel environmental noise recordings." *Proceedings of Meetings on Acoustics*. Vol. 19. No. 1. Acoustical Society of America, 2013.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ НА ОБЪЕДИНЕННЫХ СЕТКАХ ВОРОНОГО—ДЕЛОНЕ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Вабищевич Петр Николаевич, Чернышов Михаил Михайлович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: vab@cs.msu.ru, chernyshovmm@my.msu.ru

В работе рассматривается численное решение нестационарных задач диффузии—реакции в анизотропных средах. Особенность постановки заключается в использовании граничных условий третьего рода и необходимости работы в областях со сложной геометрией, что делает применение регулярных сеток неэффективным. В качестве базового подхода выбран метод конечных объемов, реализованный на объединенных сетках Вороного—Делоне (Merged Voronoi—Delaunay, MVD) [1].

Расчетная область дискретизируется с помощью двух взаимодополняющих неструктурированных сеток: триангуляции Делоне и диаграммы Вороного. Их объединение формирует MVD сетки, ячейки которых представляют собой ортодигональные четырехугольники. Такой подход позволяет естественным образом определять скалярные величины в узлах исходных сеток, а векторные потоки — в центрах составных ячеек. Ключевым преимуществом данной конструкции является возможность построения согласованных дискретных аналогов операторов градиента и дивергенции, что обеспечивает выполнение фундаментальных законов сохранения на сеточном уровне.

Пространственная аппроксимация приводит к системе операторно-разностных уравнений, записанных в гильбертовом пространстве сеточных функций. Показано, что оператор задачи является самосопряженным и неотрицательным,

что гарантирует устойчивость полудискретной модели. Для интегрирования по времени применяются двухслойные схемы с весами. В общем случае, при наличии анизотропии коэффициента диффузии, система является связанной: решение в узлах сетки Делоне зависит от решения в узлах сетки Вороного и наоборот.

Для повышения вычислительной эффективности используется технология декомпозиции (расщепления), позволяющая разделить связанную задачу на две независимые подзадачи меньшей размерности [2]. Это дает возможность рассчитывать поля на каждой из сеток отдельно при переходе на новый временной слой, что существенно упрощает программную реализацию и снижает требования к вычислительным ресурсам. Для предложенных схем доказаны условия безусловной устойчивости.

Достоверность теоретических результатов подтверждена серией численных экспериментов на модельных задачах с сильной анизотропией коэффициентов [3]. Исследование на последовательности сгущающихся сеток демонстрирует соответствие ожидаемых и фактических порядков сходимости, а также эффективность схем расщепления с точки зрения баланса точности и вычислительных затрат.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 24-11-00058).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Vabishchevich P. N. Operator-Difference Approximations on Two-Dimensional Merged Voronoi–Delaunay Grids // *Current Problems of Applied Mathematics and Computer Systems*. 2025. P. 88–99.
- [2] Vabishchevich P. N. Decoupling Technology for Systems of Evolutionary Equations // *Computers and Mathematics with Applications*. 2025. V. 191. P. 105–128.
- [3] Chernyshov M. M., Vabishchevich P. N. Numerical Solution of 2D Boundary Value Problems on Merged Voronoi–Delaunay Meshes // *Computational Methods in Applied Mathematics*. 2026.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СХЕМ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА В КОНТЕКСТЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИГРАЦИИ РАДИОНУКЛИДОВ В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Жилин Виктор Александрович, Смирнов Александр Павлович¹, Капырин Иван Викторович²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: s02240418@gse.cs.msu.ru, sap@cs.msu.ru

² Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, e-mail: ivan.kapyrin@gmail.com

Обеспечение долговременной безопасности пунктов захоронения радиоактивных отходов — это одна из важнейших задач современной атомной энергетики. Ключевой частью оценки является моделирование миграции радионуклидов. Необходимость моделирования процессов на длительных временных интервалах вместе с значительными пространственными масштабами геологической среды порождают серьёзные вычислительные проблемы. Использование явных схем и детализированных расчётных сеток приводит к непомерным вычислительным затратам, а использование неявных схем сильно размазывает решение.

В работе проведён сравнительный анализ следующих численных схем: явная и неявная схема первого порядка, схема MUSCL [1], схемы семейства WENO [2]. Классические схемы низкого порядка точности при крупных шагах приводят к сильному численному диффузионному размытию фронта миграции, как показано на рисунке 1. Схема CWENOZ [3] имеет высокий порядок точности в гладких областях решения, что позволяет корректно моделировать перенос на крупных ячейках с минимальным численным размытием.

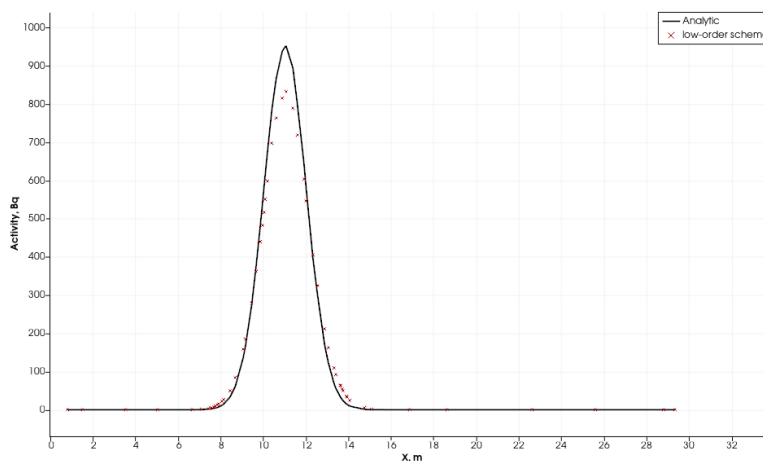


Рис. 1: Размытие фронта миграции.

Таким образом, использование схем высокого порядка на грубых сетках позволяет получить высокую точность при приемлемой вычислительной стоимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hubbard M. E. Multidimensional slope limiters for MUSCL-type finite volume schemes on unstructured grids // Journal of Computational Physics 1999. Vol. 155. No. 1. Pp. 54-74.
- [2] Tsoutsanis P., Titarev V. A., Drikakis D. WENO schemes on arbitrary mixed-element unstructured meshes in three space dimensions // Journal of Computational Physics. 2011. Vol. 230. No. 4. Pp. 1585-1601.
- [3] Tsoutsanis P., Dumbser M. Arbitrary high order central non-oscillatory schemes on mixed-element unstructured meshes // Computers and Fluids. 2021. T. 225. C. 104961.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ГРАНИЦЫ ПЛАЗМЫ В УСТАНОВКЕ ТОКАМАК НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПОДВИЖНЫХ ФИЛАМЕНТОВ

**Зотов Игорь Викторович¹, Вертелецкий Никита Вячеславович², Зверев
Глеб Петрович³**

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: nikvert322@yandex.ru

³ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: glebzverev2001@gmail.com

В современных экспериментальных установках токамак в процессе временной эволюции разряда требуется определение положения плазменного шнура внутри вакуумной камеры. Для этого используются данные, полученные с помощью системы электромагнитной диагностики (СЭМД). В состав СЭМД входят петли, измеряющие поток магнитного поля, датчики для измерения нескольких компонент магнитного поля. Помимо этого применяются пояса Роговского для нахождения величин внешних управляющих токов, а также токов, наведенных на элементах конструкции установки [1-2]. В течение разряда плазменный шнур меняет свое положение и форму. В начальный момент разряда пробой осуществляется вблизи внутренней стенки камеры. Затем сечение шнура меняется от круглого, небольшого размера до заполняющего весь объем камеры размера, вытянутого вертикально, на стационарной стадии. На этой стадии разряда в магнитной конфигурации появляется сепаратриса - магнитная поверхность, применяемая для работы полоидального дивертора - устройства для удаления примесей.

Для контроля и управления плазмой в течение всего разряда требуются надежные методы решения обратной задачи восстановления границы плазмы. Одним из таких методов является метод подвижных филаментов. В данной работе разработан итерационный алгоритм выбора положения таких филаментов, позволяющий контролировать плазму в процессе всего разряда. На примере

установки Т-15МД проведены расчеты для различных сценариев разряда [3]. Показана возможность контроля сепаратрисы и положения х-точек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зотов И.В. и др. Численное моделирование системы электромагнитной диагностики токамака Т-15М // Вопросы атомной науки и техники, Сер. Термоядерный синтез, 2015, вып. 2, с.51-61.
- [2] Optimization of electromagnetic diagnostic system of the T-15 tokamak / Zotov I.V., Melnikov A.V., Sychugov D.Yu. , Lukash V.E., Khayrutdinov R.R. // 43rd EPS Conference on Plasma Physics, 2016, vol.40A, P2.035.
- [3] Зотов И.В., Дементьев Н.С., Пахнушев А.В. Восстановление временной эволюции границы плазмы в эксперименте на установке Токамак // В сб.: 52 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС, Сборник тезисов докладов, 17–21 марта 2025 г., Звенигород, АО НТЦ «ПлазмаИОФАН», 78 с.

АДАПТАЦИЯ КОДА TOKSTAB (ТОКАМАК STABILITY) ДЛЯ СОПРОВОЖДЕНИЯ В ИНТЕРАКТИВНОМ РЕЖИМЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА УСТАНОВКЕ Т-15МД

Сычугов Дмитрий Юрьевич^{1,2}, Андреев Валерий Филиппович², Белявцев Михаил Вячеславович¹, Жилкин Александр Сергеевич¹, Рыжаков Дмитрий Владимирович², Уласевич Даниил Львович²

¹ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия, e-mail: sychugov@cs.msu.ru

² НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия, e-mail: nrcki@nrcki.ru

Кампания 2025 г. показала [1] необходимость контроля вертикальной устойчивости плазмы, как минимум, в интерактивном режиме (коррекция сценариев между разрядами). В то же время применявшиеся в данной кампании коды TOKSCEN (ТОКАМАК SCENario) и TOKSTAB (ТОКАМАК STABility) [2] не обладали возможностью быстрого проведения вычислений, и интерпретация результатов шла в лучшем случае с опозданием на 2–3 разряда. В этой связи была поставлена задача выделения кода TOKSTAB в отдельный блок (фактически в процедуру) и включения этого блока в систему кодов для подготовки сценариев разряда и анализа экспериментов. Созданный блок способен проводить анализ неустойчивости за время 0.8 с, что вполне достаточно для интерактивного режима работы, и может проводить анализ устойчивости МГД равновесия плазмы, рассчитанного по различным численным кодам, в том числе по коду DINA [3], применяющегося в НИЦ КИ.

Работа проведена в рамках выполнения Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

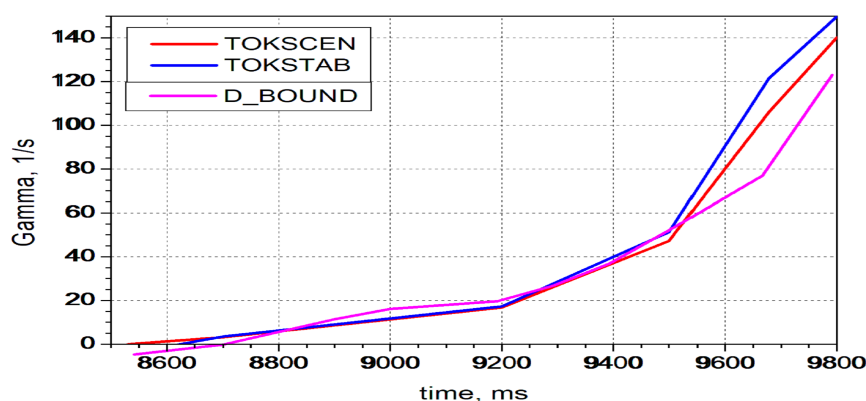


Рис. 1: Инкремент неустойчивости γ для разряда №4557 для разных типов входных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kirneva N. A., Anashkin I. O. et al. T-15MD: mission and recent experimental results. — In: 30th IAEA FEC. Chengdu, China, 13–18 Oct. 2025, IAEA-CN-316-3142, p. 460.
- [2] Сычугов Д. Ю., Амелин В. В., Гасилов Н. А. Модуль TOKSTAB (Модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2010, т. 33, вып. 3, с. 46–49.
- [3] Khayrutdinov R. R., Lukash V. E. Studies of Plasma Equilibrium and Transport in a Tokamak Fusion Device with the Inverse–Variable Technique. — J. Comput. Phys., 1993, vol. 109, Issue 2, p. 193–201

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ МИКРОФИЛЬМОВ ОПЕРАЦИИ ИНТРАЦИТОПЛАЗМАТИЧЕСКОЙ ИНЪЕКЦИИ СПЕРМАТОЗОИДА (ИКСИ)

Аладина Екатерина Владимировна, Сычугов Дмитрий Юрьевич¹,
Трошина Татьяна Геннадьевна²

¹ МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия, e-mail: aladina.kate@yandex.ru, sychugov@cs.msu.ru

² Заведующая эмбриологической лабораторией центра репродукции «Линия жизни», Москва, Россия, e-mail: troshina@life-r.ru

На основе данных, предоставленных центром репродукции «Линия жизни», произведено исследование, целью которого было выявление контуров иглы и ооцита на видеоряде с записью процедуры интрацитоплазматической инъекции сперматозоида для последующей работы с изображением.

Видеозаписи представляют собой последовательность кадров, на которых фиксируются этапы удержания клетки, введения иглы и её последующего извлечения. Ооцит может обладать различной морфологией и подвергаться деформациям, характер которых определяется особенностями техники введения иглы [1, 2]. Задача выделения контуров осложняется наличием гранул вокруг клетки, обусловленных индивидуальными физиологическими особенностями пациента. Медицинские изображения характеризуются низким контрастом, наличием оптических артефактов и шумов, для борьбы с которыми используются специальные алгоритмы обработки, адаптированные к специфике предметной области [3].

В ходе исследования были выполнены следующие задачи:

1. Изучены существующие методы предобработки медицинских изображений;
2. Рассмотрены математические методы для определения наличия ооцита в кадре на основе морфологических преобразований, а также возможность параметризации кривой с помощью введения полярных координат с центром в ооците;
3. Произведена настройка гиперпараметров и последующее обучение нейронных сетей для определения наличия ооцита и выделения контура объектов [4];
4. Произведен сравнительный анализ полученных результатов с последующей интерпретацией выявленных различий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Maximising success rates by improving ICSI technique: which factors affect outcome? / Daniel C. E., Hickman C., Wilkinson T., Olliana O., Gwinnett D., Trew G., Lavery S. // *Fertility and Sterility*. 2015. Vol. 104, No. 3. P. E95–E96.
- [2] Troshina T. Impact of Sperm Positioning and Aspiration Volume on Intracytoplasmic Sperm Injection (ICSI) Outcomes // *Journal of IVF-Worldwide*. 2024. Vol. 2. No. 3. P. 30–37.
- [3] Поздеев А. А. Метод повышения контраста медицинских видеоизображений с адаптивной глубиной коррекции для систем поддержки врачебных решений // *Известия вузов России. Радиоэлектроника*. 2022. Т. 25, № 5. С. 91–103.
- [4] Ковалев В. Ю., Шишкин А. Г. Автоматическая сегментация изображений процесса интрацитоплазматической инъекции сперматозоида // *Компьютерная оптика*. 2022. № 4.

ПРЕДОБРАБОТКА ДАННЫХ И КЛАССИФИКАЦИЯ СИНДРОМОВ В ЗАДАЧАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММ

Долматов Александр Андреевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: zarokdol@yandex.ru

На сегодняшний день анализ электрокардиограмм (ЭКГ) — один из ключевых методов диагностики сердечно-сосудистых заболеваний (ССЗ), однако его точность и воспроизводимость интерпретации существенно зависит от субъективного опыта конкретного врача-кардиолога и условий, при которых регистрировался ЭКГ-сигнал. На фоне роста числа пациентов с ССЗ возрастает потребность в устойчивых, масштабируемых и интерпретируемых методах автоматизированного анализа ЭКГ. Настоящая работа объединяет два взаимосвязанных направления исследований в области предобработки и анализа электрокардиограмм.

В первой части работы проводится анализ современных методов шумоподавления сигналов ЭКГ, включая традиционные численные методы фильтрации [1], а также исследуются методы машинного обучения и гибридные подходы, применяемые к этой задаче [2]. Рассматриваются стратегии устранения шумов, направленные на сохранение диагностически значимых морфологических особенностей сигнала. Вторая часть работы посвящена систематизации современных нейросетевых архитектур, применяемых для задач классификации и интерпретации ЭКГ-синдромов. Рассматриваются свёрточные (CNN), рекуррентные (RNN) и графовые (GNN) нейронные сети, а также трансформерные архитектуры, прототипные модели, методы обучения на множествах (Multiple Instance Learning) с учётом временных зависимостей (Time-aware).

В работе показано, что существующие архитектуры моделей по-разному решают различные задачи предобработки и анализа ЭКГ: свёрточные сети лучше всего описывают локальную морфологию PQRST-комплекса, рекуррентные и обладающие механизмом внимания трансформерные архитектуры — длительные временные зависимости, графовые и lead-ориентированные схемы — межотведенческие связи, а MIL- и прототипные подходы, в свою очередь, обеспечивают интерпретируемую агрегацию и объяснимость работы моделей. В этой ситуации дальнейшее развитие данного научного направления связано не с усложнением отдельных архитектур, а с целенаправленной гибридизацией их функциональных ролей, в которых методы очистки сигнала и нейросетевые архитектуры проектируются как взаимодополняющие компоненты единой программной системы [3, 4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zhang Y., Chen W., Zhu P., Feng L., Yu K., Hao J. Adaptive Layer-Dependent Threshold Function for Wavelet-Based Denoising of Electrocardiogram and Fiber Cardiopulmonary Signals // *Sensors*. 2025. Vol. 25. No. 24. P. 9609.
- [2] Chen M., Li Y., Zhang L., Liu L., Han B., Shi W. Elimination of Random Mixed Noise in ECG Using Convolutional Denoising Autoencoder with Transformer Encoder // *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*. 2024. Vol. 28.
- [3] Prakash A.J., Belkacem A.N., Elfadel I.M., Jelinek H.F., Atef M. Advances in Machine and Deep Learning for ECG Beat Classification: A Systematic Review // *Sensors*. 2022. Vol. 22. No. 9.
- [4] Sethi S., Chen D., Statchen T., Burkhart M.C., Bhandari N., Ramadan B., Beaulieu-Jones B. ProtoECGNet: Case-Based Interpretable Deep Learning for Multi-Label ECG Classification with Contrastive Learning // *Proceedings of Machine Learning Research*. 2023.

ОБЗОР ПОДХОДОВ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ УНИФИЦИРОВАННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ ЭКГ-СИГНАЛОВ

Павлова Дарья Фёдоровна¹, Долматов Александр Андреевич², Сычугов
Дмитрий Юрьевич³

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: pdf2205@gmail.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: zarokdol@yandex.ru

³ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sychugov@cs.msu.ru

При работе с электрокардиографическими (ЭКГ) данными одной из ключевых проблем является гетерогенность форматов их хранения, обусловленная использованием разнообразного медицинского оборудования, а также множественных методов регистрации ЭКГ. Массивы записей электрокардиограмм (датасеты) представлены в различных стандартах, включая «WFDB» и «SCP-ECG», что приводит к несоответствиям в структуре файлов, способах кодирования сигналов и формате представления клинических аннотаций [1, 2].

Особое внимание уделяется внутреннему разнообразию формата «WFDB». Рассматриваются структуры заголовочных файлов и файлов сигналов «WFDB», позволяющие извлекать необработанные данные, а также исследуется подход к приведению различных форматов «WFDB» к единому представлению, обеспечивающему удобство реализации процедур обработки и интеграции данных с системами сбора и хранения записей ЭКГ [2]. Важным этапом является стандартизация временных рядов ЭКГ. Для этого необходимо обеспечить пересчёт амплитуд сигналов в абсолютные единицы измерения — милливольты, а также провести интерполяцию сигналов к единой частоте дискретизации. Такая нормализация данных обеспечивает корректное сравнение записей ЭКГ [3]. Приведение сигналов к единым единицам измерения, унификация частоты

дискретизации, а также согласованное представление метаданных позволяют организовать сопоставимость записей и корректное формирование исследовательских выборок [4].

В работе анализируются подходы к проектированию архитектуры унифицированной базы данных (БД) записей ЭКГ. В частности показано, что предлагаемый способ организации БД позволяет эффективно применять агрегированные записи ЭКГ в научных исследованиях, используя их в качестве единого источника входных данных. Использование такого хранилища данных позволит значительно упростить формирование единого датасета электрокардиограмм, что существенно облегчит разработку моделей машинного обучения и искусственного интеллекта, направленных на автоматизацию постановки медицинских диагнозов в кардиологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zhang J.-W., Liu X., Dong J. CCDD: An Enhanced Standard ECG Database with Its Management and Annotation Tools // International Journal on Artificial Intelligence Tools. -2012. -Vol. 21, № 5, -P.1240020
- [2] Keogh E. Time Series Data Mining: A Unifying View // Proceedings of the VLDB Endowment. -2023. -Vol. 16, № 12. -P. 3861–3863. Database of 12-Lead Electrocardiograms with a Common Standard for the Promotion of Cardiovascular Research: KURIAS-ECG Yoo H., Yum Y., Park S.W., Lee J.M., Jang M., Kim Y., Kim J.-H., Park H.-J., Han K.S., Park J.H., Joo H.J. // Healthcare Informatics Research. 2023. -Vol. 29, № 2. -P. 132–144.
- [3] Design and development of an annotated ECG database Azim M.A., Abou-Chadi F.E.Z., Bakr H.M., Soliman H.H. // Proceedings of the Eighteenth National Radio Science Conference. NRSC'2001 (IEEE Cat. No.01EX462). Mansoura, Egypt. -2001, -Vol. 2. -P. 661–665.
- [4] Михеев В.Л., Михеев А.Е., Рудецкий С.В. Проблемно-ориентированная модель банка клинических данных // Программные системы: теория и приложения. -2018. -Т. 9, № 4(39). -С. 219–237.

ОБЗОР МЕТОДОВ СТАНДАРТИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ ЭКГ-СИНДРОМОВ

Габриелян Арина Аристакесовна¹, Долматов Александр Андреевич²,
Сычугов Дмитрий Юрьевич³

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: arihag2005@gmail.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: zarokdol@yandex.ru

³ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sychugov@cs.msu.ru

Электрокардиография (ЭКГ) является одним из наиболее распространённых и информативных неинвазивных методов диагностики сердечно-сосудистых

заболеваний (ССЗ). Рост числа открытых источников ЭКГ-данных расширяет возможности применения методов интеллектуального анализа данных в кардиологии, однако совместное использование различных массивов записей ЭКГ (датасетов) существенно осложняется несогласованностью терминологии в клинических обозначениях.

В частности, в датасете «PTB-XL» представлен крупный набор 12-канальных записей ЭКГ с подтверждённой врачами-кардиологами информацией о наличии у пациентов различных сердечно-сосудистых синдромов [1]. При этом структура и уровень детализации меток, используемых в этом наборе данных, не обеспечивают прямой сопоставимости с другими ЭКГ-датасетами. На практике чаще всего применяются различные форматы представления аннотаций: текст в свободной форме, нестандартные сокращения и авторские кодировки. Это приводит к появлению синонимичных терминов и пересечений понятий, что затрудняет процесс систематизации данных, усложняет способы стандартизации их структуры, а также их дальнейшее использование в задачах машинного обучения. Перспективным направлением решения этой проблемы является приведение аннотаций к единому унифицированному виду [2, 3]. Так, например, в наборе ЭКГ-данных «KURIAS-ECG» информация о сердечно-сосудистых синдромах представлена в международном стандарте клинических терминологий «SNOMED CT», что обеспечивает единообразие представления данных в датасете [4].

В работе проанализировано более 40 открытых наборов записей ЭКГ из различных источников, выделены преимущества и недостатки их форматов. В частности показано, что стандарт «SCP-ECG», несмотря на систематическое и структурированное описание данных, не обеспечивает их унификацию. Рассматривается подход объединения аннотаций, позволяющий сформировать единый стандарт представления данных. Применение такого формата позволит значительно упростить создание единого датасета, что существенно упростит разработку моделей машинного обучения и искусственного интеллекта для автоматизации постановки медицинских диагнозов в кардиологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] PTB-XL, a large publicly available electrocardiography dataset / Wagner P., Strodthoff N., Bousseljot R.-D., Kreiseler D., Lunze F. I., Samek W., Schaeffter T. // Scientific Data. – 2020. – Vol. 7. – Art. 154.
- [2] Effect of vocabulary mapping for conditions on phenotype cohorts / Hripcsak G., Levine M. E., Shang N., Ryan P. B. // Journal of the American Medical Informatics Association. – 2018. – Vol. 25, № 12. – pp. 1618–1625.
- [3] Alahmar A., AlMousa M., Benlamri R. Automated clinical pathway standardization using SNOMED CT- based semantic relatedness // Digital Health. – 2022. – Vol. 8. – pp. 1–17.

-
- [4] Standardized Database of 12-Lead Electrocardiograms with a Common Standard for the Promotion of Cardiovascular Research: KURIAS-ECG / Yoo H., Yum Y., Park S. W., Lee J. M., Jang M., Kim Y., Kim J.-H., Park H.-J., Han K. S., Park J. H., Joo H. J. // Healthcare Informatics Research. – 2023. – Vol. 29, № 2. – pp. 132–144.

Авторский указатель

- Абдулаев С. Ю., 55
Аввакумов С. Н., 232
Аверин Д. А., 123
Агаджанян Г. М., 121
Аграновский М. А., 141
Аладина Е. В., 245
Александров Д. В., 35
Алексеев Г. С., 82
Алексеев Н. К., 115
Алёхин Г. З., 42
Андреев В. Ф., 244
Андреева Т. В., 48
Антипова А. А., 194
Антоненко В. А., 91
Аристов А. И., 134
Артемасов Д. А., 39
Арутюнов А. В., 109
Арьянова А., 211
Бабенко М. А., 41
Баев А. В., 204
Бакланов А. П., 226
Балашов В. В., 93, 94
Барашков И. С., 214
Бахтин В. А., 29, 30
Бегишев Р. Р., 103
Белов А. Г., 78
Белова О. А., 78
Белявцев М. В., 244
Беляева А. А., 162
Березин Е. П., 42
Биктимиров М. Г., 24
Бойков В. Г., 219, 221, 223, 224
Болотин К. П., 21
Большакова Е. И., 201
Борисов А. А., 64
Борисов Т. В., 174
Брыскина К. А., 59
Бужин Н. И., 61
Буничева А. Я., 164
Буряк Д. Ю., 113, 119
Вабищевич П. Н., 240
Вакшин А. С., 73
Валеев А. Р., 65
Ван Цзэ, 48
Васильев Ю. А., 96, 98
Васильева Н. А., 202
Васин А. А., 55
Васянин О. А., 109
Вахрушев В. Ю., 121
Вертелецкий Н. В., 243
Владимирова Ю. С., 49
Волканов П. Ю., 81
Волков А. А., 63
Волкова И. А., 194, 195, 202
Волкович В. С., 198
Волчанинов А. П., 81
Воронов М. С., 147, 149
Вылиток А. А., 186
Габриелян А. А., 249
Гаврилов О. А., 207
Гасанов Т. Д., 185
Гетьман А. И., 28
Гирфанов О. В., 238
Го Ф., 79
Говердовский М. В., 98
Голембиовский Д. Ю., 65, 67
Головаш Д. Р., 28

- Головизнин В. М., 153, 155, 156, 158, 160–162
Головин И. Г., 187, 189
Головина С. Г., 208
Головня Н. А., 155
Гончарова М. Н., 217
Грацианова Т. Ю., 182, 183, 185
Григоренко Н. Л. Горьков В. П., 231
Григоренко Н. Л., 216
Григорьев Т. Н., 182
Григорьева М. А., 125
Гулак М. А., 192
Гуляев А. В., 186
Давидсон М. Р., 59
Дарьина А. Н., 63
Демина М. А., 127
Денисова Н. И., 106
Дерюгин Ю. Н., 161, 162
Долматов А. А., 247–249
Драницына М. А., 68
Егоренков В. А., 170
Емельянов Д. П., 133
Епифанова А. С., 99
Ермолович Е. Д., 30
Ерошкина М. С., 161
Ефремов В. В., 45
Жилин В. А., 242
Жилкин А. С., 244
Жуков С. Ю., 107
Жуковский С. Е., 109
Загайнов С. Д., 209
Закс Р. Т., 35, 42
Замарашкин Н. Л., 38, 41
Захаров В. Б., 172, 174
Захарова Н. Б., 36
Захарова Т. В., 68, 69
Зверев Г. П., 243
Зотов И. В., 243
Зуев К. П., 130
Иванов М. А., 73
Иванов П. И., 91
Игнатъев В. Н., 24, 26
Измаилов А. Ф., 57
Ильин А. В., 103
Ильичев Д. А., 20
Ильюшин Е. А., 143
Казачук М. А., 101
Капустин Н. Ю., 129
Капырин И. В., 242
Карамела-Аждер Д. С., 199
Карцев В. С., 26
Катаев Н. А., 29, 30
Кашницкий А. В., 99
Кизласова М. С., 234
Киселев Д. О., 189
Кобзев И. С., 76
Кодряну К. Н., 69
Козлов Н. М., 160
Колганов А. С., 29, 30
Копнина И. А., 39
Коровкин И. В., 136
Королев В. Ю., 73
Корухова Л. С., 21, 23
Корухова Ю. С., 181
Костин А. Б., 134, 136
Котельницкий К. А., 111
Кочармин М. Д., 29
Кудимов Д. Д., 53
Кузина Л. Н., 191
Кузнецов Е. Д., 132
Кузнецова Д. Д., 153
Кулагин А. В., 127
Кулевский А. В., 229
Кулямин В. В., 32
Кучерин Г. Д., 149
Лазарев В. А., 23
Лазарев Н. А., 21
Ларичев А. В., 213
Лебедев В. А., 228
Леонов Е. А., 171
Леонов М. В., 175
Лобанов А. А., 47

- Ложкин С. А., 53, 54
Лопушенко В. В., 211
Лукьянов Е. А., 38
Лысак Т. М., 163
Лысенко Д. Р., 86
Лю Хайлинь, 143
Макаров А. В., 140
Макаров С. Д., 134
Маркин И. В., 114
Марченко В. В., 32
Матвеев С. А., 35, 39, 42
Машечкин И. В., 96, 98
Мележников Е. И., 71
Мещеряков А. В., 99
Михалев Е. К., 54
Могиленец В. М., 89
Мозжухин А. В., 94
Моисеев Д. А., 190
Мокин А. Ю., 167
Морозов В. В., 64
Морозов С. В., 42
Мостяев А. И., 172
Муромцев О. С., 119
Мурсалимов Д. А., 191
Мухин С. И., 164
Намиот Д. Е., 138, 140
Никишина М. А., 35
Николайчук А. К., 147
Никольский И. М., 117
Никольский М. С., 215
Никонов М. В., 236
Новиков М. Д., 176
Новиков С. А., 178
Новикова Н. М., 60
Обросова Н. К., 111
Оганесян В. Г., 181
Орлов М. В., 232
Орлов С. М., 226, 232
Павлова Д. Ф., 248
Падарян В. А., 19
Пак Ю. Р., 144
Панфёров А. А., 192
Паркина У. Р., 40
Пашков В. Н., 95
Певцова Е. А., 187
Песков Н. В., 163
Петражицкий Д. Е., 152
Петровский М. И., 96, 98
Писковский В. О., 86, 87, 89
Полиенко А. Е., 78
Полякова И. Н., 177, 178, 180
Попова Н. Н., 115, 121, 125, 158, 160
Порывай М. В., 138
Посыпкин М. А., 61, 234
Потапова В. В., 219
Приданова И. Г., 96
Разгулин А. В., 213
Рахуба М. В., 40
Ровенская Е. А., 226
Рогожин Д. А., 183
Романов Д. С., 51
Рубенков А. Д., 137
Руденко Д. В., 201
Русанов А. Е., 23
Русол А. В., 114, 123
Русол А. В., 118
Руссо В. Д., 158
Рыжаков Д. В., 244
Рыжов А. П., 102
Рыльская В. А., 195
Савенкова Н. П., 167
Савчук А. М., 131, 132
Садовников А. А., 67
Садовнича И. В., 130
Сазонов В. В., 150, 152
Сайбель Т. А., 117
Самсонов С. П., 217
Саносян Г. А., 55
Сапронов А. А., 221
Северцов С. А., 131
Селезнева С. Н., 44, 45
Семенов А. Е., 113

- Сержантов А. В., 156
Сетуха А. В., 33, 34
Скрябина М. Е., 197
Смирнов А. П., 242
Смирнов С. Н., 107
Соловьев М. А., 20
Солодов М. В., 57
Сорокин А. Е., 36
Степанов Е. П., 82, 84
Степанов И. А., 28
Строков В. И., 208
Сухинин С. П., 26
Сухомлин В. А., 141
Съедин Н. К., 87
Сычугов Д. Ю., 244, 245, 248, 249
Терёхина И. Ю., 144
Теслюк Н. С., 93
Тихомиров М. М., 190
Тихонов И. В., 207
Толкачев О. Г., 105
Торбин Н. В., 74
Точилин П. А., 110
Третьяков А. А., 180
Трофимов В. А., 170, 205
Трофимов Е. Д., 235
Трошина Т. Г., 245
Трошко К. А., 99
Уваркин И. Г., 164
Уласевич Д. Л., 244
Ульянов В. В., 75
Устюжанин И. П., 150
Фурсов А. С., 105
Хайлов Е. Н., 216, 228
Хапаев М. М., 152
Харитонов Д. М., 205
Хвостиков А. В., 209
Хлестов Д. А., 167
Хохлов Ю. С., 74
Хэ Л., 213
Цехмистер А. А., 19
Цыбиков Т. В., 172
Чепцов В. Ю., 32
Чернышов М. М., 240
Чжоу Минъян, 34
Чижев И. В., 146
Чикин О. П., 101
Чистобаев А. А., 84
Шамаева Е. Д., 197–199
Шатков С. А., 230
Шергин И. А., 102
Шеряев А. В., 75
Шестаков О. В., 71
Шеханов А. С., 177
Ши Хуэй, 118
Широков И. А., 168
Шишкин А. Г., 235, 236, 238
Шобухов А. В., 166
Шубин М. В., 125
Шухман А. Г., 51
Щербаков Д. В., 60
Юлдашев К. Р., 110
Яблонский Д. Д., 33
Яковлев К. С., 141
Яцков А. К., 23

Научное издание
Научная конференция
ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Тезисы докладов
23 марта – 5 апреля 2026

Подготовка оригинал-макета:
Издательский отдел
Факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова
Лицензия ИД N 05899 от 24.09.2001 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ имени М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус

Публикуется в авторской редакции
Издательство ООО «МАКС Пресс».
Лицензия ИД N00510 от 01.12.99 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М. В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495)939–3890/91. Тел./Факс 8(495)939–3891.

Подписано в печать 21.03.2026 г.
Формат 60х90 1/16. Усл.печ.л. 16
Тираж 100 (1–8) экз. Заказ 047.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных материалов в ООО «Фотоэксперт»
109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42,
корп. 5, эт. 1, пом. I, ком. 6.3-23Н.