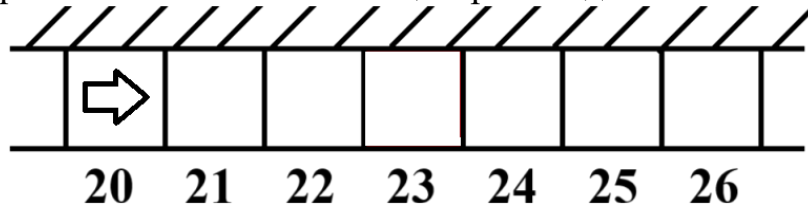


№1 (10 баллов) Вдоль стены в одну линию выложи квадратные плитки одинакового размера. Толщина линии — одна плитка. Среди всех плиток есть одна красная, остальные — белые. Красная плитка расположена с левого края, а белые плитки расположены справа от неё.

В момент старта робот ориентирован строго вправо (см. Схему). Стрелка на схеме обозначает первоначальное положение и ориентацию робота. Робот может двигаться вперёд и назад вдоль стенки по плиткам. Перемещаясь на одну плитку, робот останавливается в центре соседней.



Схема

Робот выполнил программу:

Начало

Повторить 3 раза

Вперёд на 3 плитки

Назад на 1 плитку

Конец Повторить

Назад на 3 плитки

Повторить 4 раза

Назад на 4 плитки

Конец Повторить

Конец

Определите, на какой плитке окажется робот после окончания работы программы. Укажите положение робота относительно красной плитки. Ответ дайте в виде целого числа. Гарантируется, что в процессе выполнения программы робот всегда будет двигаться по плиткам.

Справка

Если после выполнения программы робот окажется на красной плитке, то запишите 0, если робот будет правее красной плитки, то запишите номер плитки, на которой находится робот (например 1).

10 баллов за полностью верный ответ

Ответ: 7

Решение

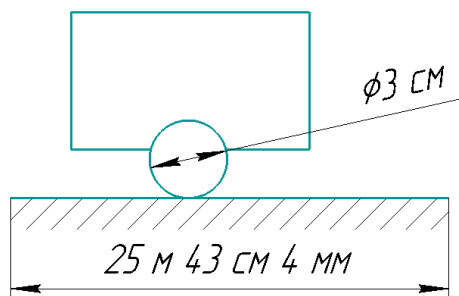
Программа состоит из трёх частей — из цикла, из линейной части и из ещё одного цикла. Посчитаем положение робота, при этом проезд вперёд можно заменить на сложение, проезд назад - на вычитание, а цикл можно заменить на умножение: $20 + 3 \cdot (3 - 1) - 3 - 4 \cdot 4 = 20 + 6 - 3 - 16 = 7$

№2 (15 баллов) Из набора, состоящего из семи шестерней выбрали четыре шестерни, чтобы собрать самую быструю двухступенчатую передачу из возможных (См. Состав набора). Полученную передачу поставили на гоночную машинку.

Ведущая ось передачи подсоединили к мотору, ось которого совершает 3 оборота в минуту. Ведомая ось передачи подсоединена к двум одинаковым колёсам. Определите, за сколько минут машинка проедет прямолинейную трассу (См. Схему). При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

№	Число зубцов	Число шестерёнок в наборе (шт.)
1	30	1
2	45	2
3	60	1
4	75	1
5	90	2

Состав набора



Схема

15 баллов за полностью верный ответ

Ответ: 15 мин.

Решение

$$25 \text{ м } 43 \text{ см } 4 \text{ мм} = 2543,4 \text{ см}$$

Частота вращения ведомой оси передачи равна:

$$3 \cdot (90/30) \cdot (90/45) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18 \text{ (об./мин.)}$$

Определим время, за которое машинка проедет прямолинейную трассу:

$$2543,4 : (3 \cdot 3,14 \cdot 18) = 15 \text{ (мин.)}$$

№3 (15 баллов) Рабочая зона манипулятора имеет форму **половины** полого цилиндра (См. Рабочая область). Определите объём рабочей зоны манипулятора в кубических дециметрах с точностью до десятых. Примите $\pi \approx 3,14$.

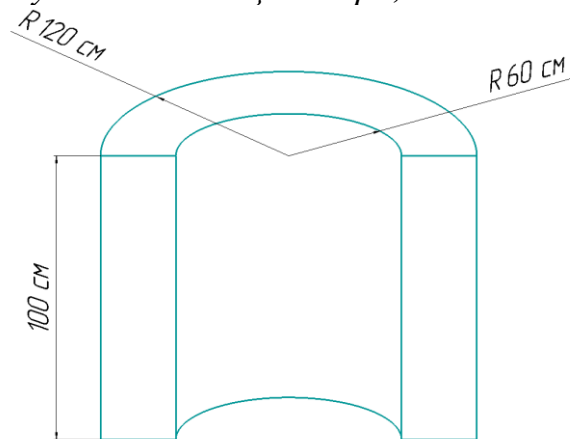
Справка

Полый цилиндр — это трёхмерная геометрическая фигура, представляющая собой объём между двумя концентрическими цилиндрами с одинаковой высотой, то есть цилиндр с полостью внутри. В отличие от сплошного цилиндра, он пуст изнутри и имеет основание в виде кольца, которое образовано разностью внутреннего и внешнего радиусов.

Объём цилиндра рассчитывается по формуле

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h,$$

где V — объём, r — радиус основания цилиндра, а h — высота.



Рабочая область

15 баллов за полностью верный ответ

Ответ: 1696

Решение

$$60 \text{ см} = 6 \text{ дм}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

Объём рабочей области равен:

$$\pi \cdot (12^2 - 6^2) \cdot 10 : 2 = 540 \cdot \pi = 1695,6 \approx 1696 \text{ (дм}^3\text{)}$$

№4 (15 баллов) Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (См. Шестиугольник) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.

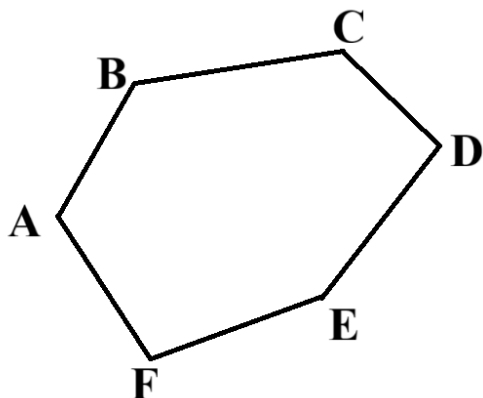
Все повороты робот должен совершает на месте. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу. Робот не может ехать назад. Определите минимальный суммарный угол поворота робота при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Так как робот не может ехать назад, то угол поворота робота равен углу, дополняющему угол многоугольника до 180° .

Сумма углов шестиугольника равна 720° .



$\angle A$ больше $\angle B$ на 10°
 $\angle B$ больше $\angle C$ на 10°
 $\angle C$ больше $\angle D$ на 10°
 $\angle D$ больше $\angle E$ на 10°
 $\angle E$ больше $\angle F$ на 10°

Шестиугольник

15 баллов за полностью верный ответ

Ответ: 275

Решение

Составим уравнение. Обозначим за X градусную меру $\angle F$. Тогда остальные углы можно выразить как:

$$\angle E = X + 10$$

$$\angle D = X + 10 + 10 = X + 20$$

$$\angle C = X + 20 + 10 = X + 30$$

$$\angle B = X + 30 + 10 = X + 40$$

$$\angle A = X + 20 + 10 = X + 50$$

Так как сумма углов шестиугольника равна 720° , то составим уравнение:

$$X + X + 10 + X + 20 + X + 30 + X + 40 + X + 50 = 720$$

$$6X + 150 = 720$$

$$6X = 570$$

$$X = 95^\circ$$

То есть, $\angle F = 95^\circ$. Остальные углы шестиугольника будут больше, чем $\angle F$:

$$\angle E = 95 + 10 = 105^\circ$$

$$\angle D = 95 + 20 = 115^\circ$$

$$\angle C = 95 + 30 = 125^\circ$$

$$\angle B = 95 + 40 = 135^\circ$$

$$\angle A = 95 + 50 = 145^\circ$$

Для уменьшения угла поворота стартуем в вершине с минимальной градусной мерой, то есть в вершине угла F. Минимальный суммарный угол поворота робота будет равен:

$$180^\circ - 105^\circ + 180^\circ - 115^\circ + 180^\circ - 125^\circ + 180^\circ - 135^\circ + 180^\circ - 145^\circ = 275^\circ$$

№5 (20 баллов) Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 10° , то робот проедет вперёд прямо. Примите $\pi \approx 3,14$. Считайте, что мотор В поворачивался в положительную сторону.

А) (10 баллов) Радиус колёс робота равен 15 см. Ось мотора А зафиксирована. Робот повернулся на 30° . Колея равна 45 см. Определите угол, на который повернулась ось мотора В. Ответ дайте в градусах.

Б) (10 баллов) Диаметр колёс робота равен 12 см. Ось мотора А повернулась на (-180°) , одновременно с этим ось мотора В повернулась на 180° . Колея равна 48 см. Определите угол, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах.

По 10 баллов за каждый полностью верный ответ.

Ответ:

А) 90

Б) 45

Решение

А) Робот совершил поворот вокруг колеса А. Определим угол, на который повернулась ось мотора В:

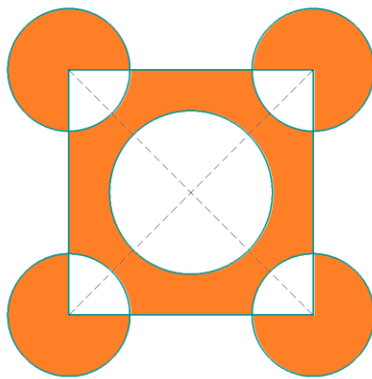
$$30^\circ \cdot 45 : 15 = 90^\circ$$

Б) Робот совершает танковый поворот. Определим угол поворота робота:

$$180^\circ \cdot 12 : 48 = 45^\circ$$

№6 (25 баллов) Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.

Изображение состоит из пяти окружностей и квадрата. Центры четырёх окружностей радиуса 30 см расположены в вершинах квадрата. Сторона квадрата в 2 раза больше, чем диаметр каждой из четырёх окружностей. Центр большей окружности расположен в точке пересечения диагоналей квадрата. Радиус большей окружности меньше диаметра каждой из четырёх окружностей на 2 дм. Изображение, нанесённое роботом, раскрасили оранжевой краской как показано на рисунке (См. *Рисунок*).



Рисунок

Определите, чему равна площадь закрашенной области. Ответ дайте в квадратных дециметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

25 баллов за полностью верный ответ

Ответ: 150 дм²

Решение

$$2 \text{ дм} = 20 \text{ см}$$

Диаметр окружности радиуса 30 см равен:

$$2 \cdot 30 = 60 \text{ (см)}$$

Длина стороны квадрата равна:

$$60 \cdot 2 = 120 \text{ (см)}$$

Радиус большей окружности равен:

$$60 - 20 = 40 \text{ (см)}$$

Рассмотрим рисунок. Можно заметить, что не закрашено по четверти каждого из четырёх кругов. Так как радиусы данных кругов равны, то из четырёх четвертей можно составить один незакрашенный круг.

Площадь квадрата равна:

$$120 \cdot 120 = 14400 \text{ (см}^2\text{)}$$

Площадь меньшего круга равна:

$$30 \cdot 30 \cdot 3,14 = 2826 \text{ (см}^2\text{)}$$

Площадь большего круга равна:

$$40*40*3,14=5024(\text{см}^2)$$

Площадь закрашенной части фигуры будет равна:

$$14400-2826-5024+3*2826=15028(\text{см}^2)$$

$$15028 \text{ см}^2=150,28 \text{ дм}^2\approx 150 \text{ дм}^2$$

Максимальный балл за работу равен 100 баллам