

**Вычислительные эксперименты в задаче о линейных колебаниях
прямоугольной пластины****Научный руководитель – Алгазин Сергей Дмитриевич*****Синицын Артемий Александрович****Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории упругости, Москва, Россия
E-mail: art@sinitsyn.info

В работе рассматривается задача моделирования линейных и нелинейных колебаний изотропной прямоугольной пластины, имеющая фундаментальное значение для понимания явлений флаттера и динамической устойчивости элементов конструкций в авиастроении. Математическая постановка базируется на уравнениях Кармана, где в качестве искомых переменных выступают прогиб пластины и усилия в срединной плоскости, а с учетом допущения о малости инерционных сил в плоскости исходная система уравнений в частных производных сводится к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Ключевой особенностью предлагаемого подхода является применение специализированного численного алгоритма «без насыщения», при котором дискретизация задачи по пространственным переменным выполняется на неравномерной сетке с узлами в нулях многочленов Чебышева, а производные аппроксимируются с помощью матриц численного дифференцирования высокого порядка. В результате дискретизации бигармонического оператора строится матрица H , и после линеаризации и обезразмеривания задача сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений специального вида.

Для отработки методологии подробно рассмотрена тестовая задача — одномерное волновое уравнение, где построена двумерная интерполяция решения по времени и координате. Вычислительные эксперименты на сетках 5×10 и 5×20 продемонстрировали высокую точность метода: норма разности между точным и приближенным решением составила величину порядка 10^{-5} при минимальных вычислительных затратах, что подтверждает эффективность алгоритма.

Главным результатом работы стало проведение вычислительных экспериментов для линеаризованной нестационарной задачи изгиба квадратной пластины. Впервые показано, что предложенный алгоритм позволяет получить решение на предельно редкой трехмерной сетке $5 \times 5 \times 5$, то есть одновременно рассчитать поведение конструкции на пяти временных слоях. Малость нормы матрицы дискретной задачи ($BNORM < 1$) подтверждает устойчивость метода для бигармонического уравнения.

Таким образом, построен неявный многослойный алгоритм для решения нестационарных задач теории пластин, который не имеет насыщения — его точность автоматически повышается с увеличением гладкости решения. Возможность использования сверхредких сеток открывает перспективы для существенной экономии вычислительных ресурсов при решении сложных задач аэроупругости, что особенно важно в контексте современных исследований динамической устойчивости пластин и оболочек.

Источники и литература

- 1) Алгазин С. Д. Численные алгоритмы классической математической физики. – М.: Диалог-МИФИ, 2010. – 240 с.

- 2) Бабенко К.И. Основы численного анализа. - М.: Наука, 1985.
- 3) Bakulin, V.N., Volkov, E.N. & Simonov, A.I. Dynamic Stability of a Cylindrical Shell under Alternating Axial External Pressure Russ. Aeronaut. 2017. Vol.60. No..4. pp 508-513. <https://doi.org/10.3103/S1068799817040055>.
- 4) Morino, L., C. C. Kuo and J. Dugundji, Perturbation and Harmonic Balance Methods for Nonlinear Panel Hutter. AIAA Journal, 10, II (November 1972) 1479-1484.
- 5) Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Москва. Физматгиз, 340, 961 стр.