

граничные интегральные уравнения задачи теории упругости для плоскости с включениями

Научный руководитель – Бобылев Александр Александрович

Утаджиев Намсыр Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории упругости, Москва, Россия
E-mail: unamsyr@mail.ru

Рассматривается плоская задача теории упругости для изотропной бесконечной плоскости, содержащей упругие включения. Предполагается, что на границах раздела сред выполняются условия идеального механического контакта. Для решения данного класса задач широкое применение нашел метод граничных элементов (МГЭ), базисом которого является сведение исходной дифференциальной задачи к решению системы граничных интегральных уравнений (ГИУ).

Формулирование ГИУ является ключевым этапом при реализации МГЭ, так как именно от вида ГИУ зависит структура и размерность итоговой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основным интересом представляет вид ГИУ и получаемой из них СЛАУ, формируемых для плоскости с включениями.

Рассматриваются прямая и не прямая формулировки МГЭ. Непрямая формулировка базируется на представлении решения в виде упругого потенциала простого или двойного слоя, тогда как прямая формулировка основывается на тождестве Соммильяны или соответствующем ему представлении для напряжений. Целью настоящей работы является построение ГИУ для четырех указанных вариантов применительно к упругой плоскости с одним или с двумя включениями, что в совокупности дает восемь различных формулировок ГИУ, а также построение соответствующих им СЛАУ и верификация предложенного подхода путем численной реализации для случая одиночного включения с последующим сравнением полученных результатов с известным решением.

Для каждой из областей используются интегральные представления перемещений и напряжений. В рамках прямого метода это тождество Соммильяны и соответствующее представление для напряжений, в не прямом — упругие потенциалы простого и двойного слоя. На границах раздела заданы условия идеального механического контакта. С помощью предельных свойств потенциалов при подходе к границе, приведенных в [1, 2, 3], из интегральных представлений выводятся ГИУ относительно неизвестных граничных функций. Для случая двух включений уравнения записываются для каждого контура и связываются через общую систему. Дискретизация ГИУ методом граничных элементов приводит к СЛАУ.

В работе построены ГИУ для четырех типов представлений применительно к упругой плоскости с одним или с двумя включениями. На основе этих уравнений сформулированы соответствующие СЛАУ после дискретизации границ. Для решения ГИУ методом граничных элементов разработан вычислительный алгоритм на языке Fortran.

Источники и литература

- 1) Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках. М., 1984.
- 2) Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М., 1987.

- 3) Угодчиков А.Г., Хуторянский Н.М. Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела. Казань, 1986.