

**Ветвящиеся случайные блуждания с взаимодействием и без взаимодействия.  
Уравнения для моментов и численное моделирование**

**Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна**

**Кузьмин Сергей Андреевич**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
*E-mail: skuzmin94@yandex.ru*

Непрерывные по времени ветвящиеся случайные блуждания по многомерной решетке применяются в популяционной динамике и теории случайных сред. Подобные процессы рассматривались в работах Молчанова С. А. [1], Яровой Е. Б. [2] и других авторов.

В данной работе сравниваются две модели: без взаимодействия частиц и с взаимодействием, при котором размножение возможно только если в точке решетки находится более одной частицы. Для модели без взаимодействия выводятся замкнутые уравнения для первого и второго моментов численности частиц в точках решетки и производящей функции Лапласа (по аналогии со схемой, предложенной в [3]). Замкнутость означает, что уравнение для  $n$ -го момента зависит только от моментов порядка  $\leq n$ , что позволяет получить явные решения и описать надкритический, критический и докритический асимптотические режимы при наличии и отсутствии иммиграции. В модели с взаимодействием уравнения для моментов оказываются незамкнутыми: они содержат математические ожидания от индикаторов, не выражающиеся через сами моменты. Аналогичный вывод получен для неоднородного начального условия (две частицы в начале координат).

В работе проведено численное моделирование при трех наборах параметров на решетках размерности 1, 2 и 3; для каждой конфигурации выполнено по 1000 симуляций. Результаты иллюстрируют качественное различие динамики: при одинаковых параметрах модель с взаимодействием может приводить к вымиранию из-за рассеивания частиц по решетке.

**Источники и литература**

- 1) S. A. Molchanov. Lectures on random media. Lecture Notes in Math., vol. 1581, Springer, Berlin, 1994.
- 2) Е. Б. Яровая. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, М., 2007.
- 3) Yu. Makarova, D. Han, S. Molchanov, E. Yarovaya. Branching Random Walks with Immigration. Lyapunov Stability. Markov processes and related fields, 25, 683–708, 2019.
- 4) А. В. Калинин. Марковские ветвящиеся процессы с взаимодействием. УМН, т. 57, 23–84, 2002.
- 5) T. M. Liggett, *Interacting particle systems*, Vol. 2, Springer, New York, 1985.