Секция «19.14 Теория вероятностей и математическая статистика»

О некоторых условиях сходимости дробной части сверток многомерных случайных величин к равномерному распределению

Научный руководитель – Кондратенко Александр Евгеньевич

Копытько Мария Юрьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: mariia.kopytko@math.msu.ru

Доклад посвящен достаточным условиям сходимости дробной части сверток многомерных дискретных и абсолютно непрерывных разнораспределенных случайных величин к равномерному распределению. Так же в докладе рассматривается достаточные условия сходимости для обобщенного понятия дробной части в одномерном случае.

В [1] было найдено достаточное условие сходимости дробной части сверток одномерных абсолютно непрерывных разнораспределенных случайных величин к равномерному распределению. На XXX Международной конференции Математика. Экономика. Образование. XIV Международном симпозиуме Ряды Фурье и их приложения[2] этот результат был показан и для дискретных случайных величин, а на XXXII Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов"результат был обобщен на двумерный случай. Подробный обзор научных работ, посвященных тематике поведения дробной части сверток, дан в [3].

Определение. Дробной частью $\{\xi\}_{N^d}$ d-мерной дискретной случайной величины $\xi = (\xi^1, \xi^2, \ldots, \xi^d)$ называется вектор дробных частей её компонент $(\{\xi^1\}_N, \{\xi^2\}_N, \ldots, \{\xi^d\}_N)$. Аналогичное определение вводится для абсолютно непрерывной случайной величины и множества $([0,1))^d$.

Теорема 1. Пусть $\xi_1 = (\xi_1^1, \xi_1^2, \ldots, \xi_1^d), \xi_2 = (\xi_2^1, \xi_2^2, \ldots, \xi_2^d), \ldots, \xi_n = (\xi_n^1, \xi_n^2, \ldots, \xi_n^d), \ldots$ суть независимые случайные величины, распределенные на $(\{0,1,...,N-1\})^d$, $\eta_n = \{\xi_1 + \cdots + \xi_n\}_{N^d}$. Тогда если существуют неотрицательные $\varepsilon_k, k = 1, \ldots, n, \ldots$ такие, что для любого $m \in (\{0,1,...,N-1\})^d$ справедливы неравенства $\left|p_k(m) - \dfrac{1}{N^d}\right| \leqslant \dfrac{\varepsilon_k}{N^d}, k = 1, 2, \ldots, n, \ldots,$ то

$$\eta_n \xrightarrow{d} R(\{0,1,...,N-1\}^d), \text{ если } \varepsilon_1 \cdot ... \cdot \varepsilon_n \longrightarrow 0, n \to \infty.$$

.

Теорема 2. Пусть $\xi_1 = (\xi_1^1, \xi_1^2, \ldots, \xi_1^d), \xi_2 = (\xi_2^1, \xi_2^2, \ldots, \xi_2^d), \ldots, \xi_n = (\xi_n^1, \xi_n^2, \ldots, \xi_n^d), \ldots$ суть независимые случайные величины, распределенные на $([0,1)])^d$, $\eta_n = \{\xi_1 + \cdots + \xi_n\}_{([0,1)])^d}$. Тогда если существуют неотрицательные $\varepsilon_k, k = 1, \ldots, n, \ldots$ такие, что для любого $m \in ([0,1)])^d$ справедливы неравенства $\left|p_k(m) - 1\right| \leqslant \varepsilon_k, k = 1, 2, \ldots, n, \ldots,$ то

$$\eta_n \xrightarrow{d} R([0,1)^d), \text{ если } \varepsilon_1 \cdot ... \cdot \varepsilon_n \longrightarrow 0, n \to \infty.$$

.

Теорема 3. Пусть $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ...$ суть независимые случайные величины, распределенные на $[a,b)$, $\eta_n = \{\xi_1 + ... + \xi_n\}_{[a,b)}$.Тогда если существуют неотрицательные $\varepsilon_k, k = 1, ..., n, ...$ такие, что для любого $m \in \{0,1,...,N-1\}$ справедливы неравенства $\left|p_k(m) - \dfrac{1}{b-a}\right| \leqslant \dfrac{\varepsilon_k}{b-a},\ k = 1, 2, ..., n, ...,$ то

$$\eta_n \xrightarrow{d} R[a,b), \text{ если } \varepsilon_1 \cdot ... \cdot \varepsilon_n \longrightarrow 0, n \to \infty.$$

Таким образом, получено обобщение предыдущих результатов о сходимости дробной части сверток случайных величин на многомерный случай и на обобщенное понятие дробной части.

Список литературы

[1] *LIH-YUAN DENG, E. Olusegun George* Generation of Uniform Variates from Several Nearly Uniformly Distributed Variables, Communications in Statistics -Simulation and Computation, 19:1, 145-154.

[2] *Кондратенко А.Е., Копытько М.Ю., Соболев В.Н.* О некоторых условиях сходимости дробной части сверток целочисленных случайных величин к равномерному распределению // XXX Международная конференция "Математика. Экономика.Образование XIV Международный симпозиум "Ряды Фурье и их приложения издательство Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет"(Ростов-на-Дону), тезисы, с. 32-32

[3] *Кондратенко А. Е., Соболев В. Н.* О максимизации энтропии при свертке с равномерным распределением // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. — 2022. — Т. 37, № 1. — С. 7–11