

**Выходящий поток в системе $M^k/G/\infty$ с групповым поступлением
разнородных зависимых требований**

Научный руководитель – Фалин Геннадий Иванович

Салимов Арсений Евгеньевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: salimovarseny201@yandex.ru

<p>Системы массового обслуживания с бесконечным числом приборов являются фундаментальным инструментом моделирования процессов, где задержки обусловлены только длительностью обслуживания. Особый интерес представляют модели с групповым поступлением заявок, находящие применение в архитектуре микросервисов и облачных вычислениях [2, 4]. В таких задачах требования внутри одной группы часто являются гетерогенными и имеют зависимые времена обслуживания, что делает классические модели с независимыми величинами неприменимыми.

Ранее для нестационарной модели $M^k/G/\infty$ было доказано свойство декомпозиции для вектора числа требований в системе $N(t)$ [3]. Однако структура вектор числа обслуженных требований $D(t)$ оставалась малоизученной, несмотря на его критическую роль в оценке нагрузки на последующие узлы сети.

В работе рассматривается система, пустая в момент $t = 0$. Группы размера k поступают согласно пуассоновскому процессу с интенсивностью λ . Вектор длительностей обслуживания $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_k)$ имеет произвольное совместное распределение с зависимыми компонентами. Доказано, что процесс $D(t)$ представим в виде линейного преобразования $D(t) = B \cdot \delta(t)$, где B — матрица инцидентности, а $\delta(t)$ — вектор независимых пуассоновских компонент.

Параметр распределения каждой компоненты $\lambda g_y(t)$ определяется через сложный интегральный функционал от совместной вероятности событий:

$$g_y(t) = \int_0^t \mathbb{P}(\{\tau_i \leq u\}_{i \in y} \cap \{\tau_i > u\}_{i \notin y}) du$$

Для анализа связи между загрузкой системы и выходящим потоком выведены элементы совместной ковариационной матрицы процессов $N(t)$ и $D(t)$. Установлено, что внедиагональные элементы строго положительны при наличии зависимости времен обслуживания и рассчитываются следующим образом:

$$\text{Cov}(N_i(t), D_j(t)) = \lambda \sum_{\substack{y \in 2^S \\ i \in y, j \notin y}} g_y(t)$$

Кроме того, предложен метод нахождения автоковариационной функции процесса $D(t)$. Получено точное выражение для моментов времени $t_1 \leq t_2$:

$$\text{Cov}(D_i(t_1), D_j(t_2)) = \lambda \int_0^{t_1} \mathbb{P}(u + \tau_i \leq t_1, u + \tau_j \leq t_2) du$$

</p>

Источники и литература

- 1) Булинский, А. В., Ширяев, А. Н. (2005). Теория случайных процессов. ФИЗМАТЛИТ.
- 2) Daw, A., Fralix, B., Pender, J. (2020). Non-stationary queues with batch arrivals. arXiv preprint arXiv:2008.00625.
- 3) Falin, G. (1994). The $M^k/G/\infty$ batch arrival queue by heterogeneous dependent demands. Journal of applied probability, 31(3), 841-846.
- 4) Gan, Y., Delimitrou, C. (2018). The architectural implications of cloud microservices. IEEE Computer Architecture Letters, 17(2), 155-158.