

Исследование эффекта нетранзитивности в обобщённых моделях игры Пенни

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

Филимошина Надежда Юрьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: nadezhda.filimoshina@math.msu.ru

В теории и практике нередко встречаются ситуации, когда привычное отношение порядка нарушается. Одним из таких примеров служит феномен нетранзитивности, при котором свойство превосходства не передаётся от одного объекта к другому транзитивно, а замыкается в цикл. Классической иллюстрацией этого эффекта является игра Пенни [1].

В рамках настоящей работы проведён анализ нетранзитивного эффекта на основе реальных финансовых данных. С использованием динамики цен пяти российских компаний были построены бинарные последовательности, кодирующие рост или падение цены [4]. Для каждой компании эмпирически вычислены вероятности выигрыша всех возможных троек в игре Пенни. Установлено, что нетранзитивность сохраняется, причём отклонения от классической теоретической таблицы для большинства компаний незначительны. Таким образом, динамика цен акций демонстрирует эффект, близкий к предсказываемому теорией для независимых равновероятных испытаний.

Далее рассматриваются обобщения игры Пенни на случай более сложных моделей. В качестве первого обобщения исследуется фрактальное броуновское движение, знаки приращений которого порождают бинарную последовательность. Анализируется зависимость силы нетранзитивности от параметра Хёрста. Показано, что максимальная сила достигается при некотором значении параметра. При стремлении параметра к предельным значениям глобальная нетранзитивность исчезает, однако локальный цикл сохраняется. Второе обобщение касается марковских цепей с двумя состояниями, заданных матрицей переходных вероятностей. Методом состояний получены аналитические выражения для вероятностей выигрыша произвольной пары троек, а также найдены значения параметров, при которых сила нетранзитивности в такой модели максимальна.

Источники и литература

- 1) Penney W. Problem 95: Penney-Ante // Journal of Recreational Mathematics. 1969. V. 2. P. 241.
- 2) Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. М.: Фазис, 1998.
- 3) Лебедев А.В. Проблема нетранзитивности для трех непрерывных случайных величин // АиТ. 2019. N 6. С. 91–103.
- 4) Финам, Мосбиржа, 2025. <http://fnam.ru>
- 5) Филимошина Н. Ю. Нетранзитивная игра Пенни, ее обобщения, приложения в финансах и броуновское движение // Математическая Теория Игр и ее Приложения, т. 17, в. 4. 2025. С. 95-116