

**Исследование справедливых цен радужных опционов с учётом коасимметрии**

**Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович**

**Зюзин Владислав Андреевич**

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
*E-mail: vladislav.zuzin@math.msu.ru*

В работе исследуется коасимметрия как мера зависимости между тремя случайными величинами, а также её применение в финансовых моделях, включая анализ радужных опционов на минимум, медиану и максимум трех активов в рамках копулы Фарли–Гумбеля–Моргенштерна (FGM).

Коасимметрией трех случайных величин  $X, Y, Z$  называется величина

$$\text{Coskewness}(X, Y, Z) = \frac{\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}X)(Y - \mathbb{E}Y)(Z - \mathbb{E}Z)]}{\sigma_X \sigma_Y \sigma_Z},$$

где  $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$  – стандартные отклонения. Рассматриваются три одинаково распределенных базовых актива с лог-лапласовским распределением, совместное распределение которых моделируется с помощью трехмерной FGM-копулы:

$$C_3(u_1, u_2, u_3; \theta) = u_1 u_2 u_3 \left( 1 + \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \theta_{ij} (1 - u_i)(1 - u_j) + \theta_{123} (1 - u_1)(1 - u_2)(1 - u_3) \right),$$

где параметры выражаются через парные ранговые корреляции Спирмена ( $\theta_{ij} = 3\rho_{ij}^s$ ) и ранговую коасимметрию ( $\theta_{123} = -\frac{27}{4}RS$ ). В предположении  $K \geq c$  (страйк выше порогового значения  $c$ ) получены разложения цен в виде:

$$P = K[A(t) + B(t)(\theta_{12} + \theta_{13} + \theta_{23}) + C(t)\theta_{123}],$$

где  $t = (c/K)^\alpha \in (0, 1]$ , а функции  $A(t)$ ,  $B(t)$  и  $C(t)$  найдены в явном виде для каждого типа опциона. Аналитически доказаны знаки этих функций для всех допустимых параметров  $0 < t \leq 1, \alpha > 1$ :

$$A_{\max} > 0, B_{\max} < 0, C_{\max} < 0; \quad A_{\min} > 0, B_{\min} > 0, C_{\min} < 0; \quad A_{\text{med}} > 0, B_{\text{med}} > 0, C_{\text{med}} > 0.$$

Таким образом, рост парных корреляций увеличивает цену опциона на минимум, но снижает цены опционов на максимум и медиану. Рост коасимметрии уменьшает цену опциона на медиану, но увеличивает цены опционов на минимум и максимум.

Отдельно проводится анализ на соответствие цен для троек, полученных по аналитической формуле, и цен, вычисленных по относительным ценам активов.

**Источники и литература**

- 1) Alexander J. McNeil, Rüdiger Frey, Paul Embrechts. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Revised Edition. Princeton Series in Finance, 2015.
- 2) Bernard C., Chen J., Rüschenhoff L., Vanduffel S. Coskewness under dependence uncertainty. *Statistics & Probability Letters*. **199** (2023), 109853.

- 3) Bernard C., Chen J., Vanduffel S. Modeling coskewness with zero correlation and correlation with zero coskewness. December 19, 2024. URL: <https://www.researchgate.net/publication/387184301>.
- 4) David R., Chaudhry M. Coskewness and cokurtosis in futures markets. *Journal of Empirical Finance*. **8** (2001), No. 1, 55–81.
- 5) Kraus A., Litzenberger R.H. Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. *The Journal of Finance*. **31** (1976), No. 4, 1085–1100.