

Модели значимости четырёх акционеров при случайном распределении акций

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

Завгородняя Злата Сергеевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: zлата.zavgorodniaia@math.msu.ru

В работе исследуется задача распределения влияния между акционерами в компании, где решения принимаются большинством голосов. Для оценки влияния используется вектор Шепли — один из ключевых принципов оптимальности в кооперативных играх, позволяющий учесть не только долю акций, но и вероятность того, что голос игрока станет решающим при формировании выигрывающей коалиции.

Мы применили теорию вероятностей и кооперативных игр для анализа ситуации с четырьмя акционерами, доли которых моделируются как независимые случайные величины с различными законами распределения. Рассмотрены следующие типы распределений: равномерное на $[0, 1]$, показательное (экспоненциальное) с параметром $\lambda = 1$, гамма-распределение с параметрами $\alpha = 2, 3$ ($\lambda = 1$), а также распределения с плотностями $p(x) = 2x$ и $p(x) = 3x^2$ на $[0, 1]$.

В работе, опираясь на аксиоматику Шепли и формулу для вычисления вектора Шепли, для каждого из распределений аналитически или методом моделирования (до 100 000 экспериментов) получены вероятности реализации трёх типов векторов: диктатура: $(1, 0, 0, 0)$ и его перестановки; коалиция трёх: $(1/3, 1/3, 1/3, 0)$ и его перестановки; «младший партнёр»: $(1/2, 1/6, 1/6, 1/6)$ и его перестановки.

Основные результаты исследования:

Установлено, что тип распределения случайных долей существенно влияет на вероятности различных конфигураций власти. Наибольшая вероятность диктатуры одного акционера наблюдается при показательном распределении $(1/8)$.

Для распределений с плотностями $p(x) = 2x$ и $p(x) = 3x^2$ вероятность диктатуры близка к нулю (менее 0,003), при этом доминирующим исходом становится ситуация «коалиции трёх» ($P_3 \approx 0,16 - 0,17$).

Для гамма-распределения с ростом параметра α (приближение к нормальному распределению) вероятность диктатуры снижается, а ситуации коллективного руководства - возрастают.

Исследованы случаи порогов $\mu = 2/3$ и $\mu = 3/4$. Показано, что повышение порога голосования резко расширяет множество возможных векторов Шепли.

Источники и литература

- 1) Оуэн Г., *Теория игр*, М.: ЛКИ, 2008.
- 2) Васин А.А., Морозов В.В. *Теория игр и модели математической экономики*, М.:Макс-пресс, 2005.
- 3) Ширяев А.Н. *Вероятность*, М.: МЦНМО, 2007.