

Синтез управления, стабилизирующего равновесие шара на качающейся плоскости, закрепленной на роботе-манипулятор

Научный руководитель – Формальский Александр Моисеевич

Сафонова Наталья Константиновна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия

E-mail: safonova.nk@gmail.com

В работе рассматривается задача стабилизации шара на качающейся платформе, закрепленной на захвате робота-манипулятора. Актуальность задачи определяется как интересом к управлению неустойчивыми механическими системами с косвенным воздействием, так и прикладными задачами робототехники, связанными со стабилизацией и транспортировкой объектов на подвижных опорах.

Ориентация платформы в пространстве описывается единичным кватернионом

$$\mathbf{q} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T, \quad q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1,$$

что позволяет корректно учитывать пространственные повороты без координатных особенностей. Положение центра шара задается координатами x, y в связанной с платформой системе координат. Существенную роль в модели играют неголономные связи качения без проскальзывания:

$$\omega_1 = \Omega_1 - \frac{\dot{y}}{r}, \quad \omega_2 = \Omega_2 + \frac{\dot{x}}{r}, \quad \omega_3 = 0,$$

где Ω_b — угловая скорость платформы, r — радиус шара. Они позволяют исключить угловую скорость шара из числа независимых переменных и получить редуцированную пространственную модель движения

$$\left(m + \frac{J}{r^2}\right) \ddot{\rho} = \mathbf{F}_g^\tau + \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{in}^\tau, \quad \rho = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$$

где m — масса шара, J — его момент инерции относительно центра, \mathbf{F}_g^τ — касательная составляющая силы тяжести, \mathbf{F}_r — сила сопротивления качению, \mathbf{F}_{in}^τ — инерциальные члены, обусловленные вращением платформы.

В окрестности заданной точки стабилизации выполняется линеаризация модели. Показано, что пространственная задача распадается на две одинаковые плоские подсистемы. На этой основе синтезирован закон управления по каждой из перпендикулярных осей:

$$\alpha = -k_p \xi - k_d \dot{\xi},$$

где ξ — отклонение шара от точки стабилизации вдоль выбранной оси, α — малый наклон платформы, c — коэффициент демпфирования.

Практическая реализация выполнена в виде многоуровневой системы управления. Верхний уровень формирует требуемую ориентацию платформы по оцененному состоянию шара, средний уровень решает обратную задачу кинематики манипулятора, а нижний уровень реализует исполнительный закон

$$u = K_{\theta}(\theta_d - \theta) + K_{\dot{\theta}}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}).$$

Дополнительно в контур обратной связи введен рекурсивный предиктор-корректор состояния, сочетающий модельный прогноз движения шарика с коррекцией по данным камеры.

Численное моделирование и натурные эксперименты показали, что предложенный подход обеспечивает стабилизацию шара в окрестности заданной точки платформы и представляет интерес для разработки робототехнических комплексов, решающих задачи удержания и транспортировки объектов на подвижных опорах.

Источники и литература

- 1) Формальский А.М. Управление движением неустойчивых объектов. М.: Физматлит, 2013. 232 с.
- 2) Formalskii A., Acoustin Y. Ball on a Beam: Stabilization under Saturated Input Control with Large Basin of Attraction // Multibody System Dynamics. 2009. V. 21. №1 P. 71-89.
- 3) Бесекерский В.Л., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб, Изд-во «Профессия», 4-е изд. 2003. 752 с.
- 4) Bishop R., Dorf R. Modern Control Systems. Pearson Education, Inc., 2008. 1046 p.
- 5) Климов К.В., Рогачев А.А., Сафонова Н.К., Щербов Р.М. Решение задачи кинематики шестизвеного манипулятора РУКА в аппарате бикватернионов // Изв. Волгоградского государственного технического университета. 2025. №4. С. 45-50.
- 6) Tedrake R. Underactuated Robotics. Algorithms for Walking, Running, Swimming, Flying, and Manipulation [электронный ресурс]. Режим доступа: [<https://underactuated.mit.edu>].
- 7) Морозов В.М., Каленова В.И. Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. М.: Физматлит, 2010. 208 с.

Иллюстрации

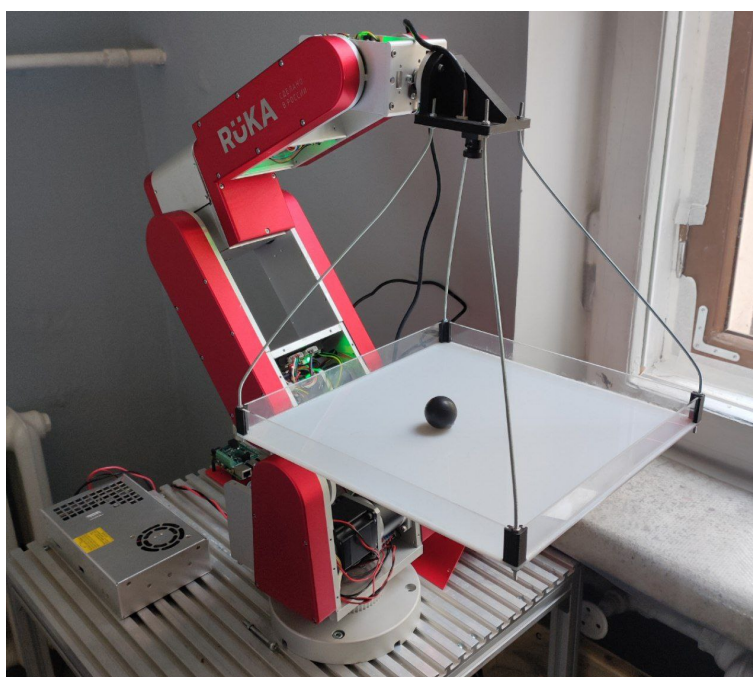


Рис. : Установка: манипулятор с платформой и шаром на ней