

О дискретной части спектра Дирихле.

Научный руководитель – Герман Олег Николаевич

Питцын Сергей Алексеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории чисел, Москва, Россия

E-mail: pitcyn98@mail.ru

Пусть $||x|| = \min_{y \in \mathbb{Z}} |x - y|$. Для каждого иррационального α определим его константу Лагранжа как

$$\mu(\alpha) = (\liminf_{n \rightarrow \infty} q_n ||q_n \alpha||)^{-1},$$

где q_n – знаменатель n -ой подходящей дроби к числу α . Тогда спектр Лагранжа \mathbb{L} определяется как множество всех констант Лагранжа:

$$\mathbb{L} = \{\mu(\alpha) | \forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\}.$$

Также определим константу Дирихле

$$d(\alpha) = \limsup_{n \rightarrow \infty} q_{n+1} ||q_n \alpha||$$

и спектр Дирихле

$$\mathbb{D} = \{d(\alpha) | \forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\}.$$

Спектры Лагранжа и Дирихле, как подмножества вещественной прямой, имеют похожую структуру, в частности обладают так называемой дискретной частью. Совсем недавно Ярослав Ханкль получил результат, улучшающий приближения к действительным числам, соответствующим дискретной части спектра Лагранжа. В моем исследовании был получен аналогичный результат о дискретной части спектра Дирихле, в частности улучшающий известную теорему Секереша.

Источники и литература

- 1) Hancl, J.: Sharpening of theorems of Vahlen and Hurwitz and approximation properties of the golden ratio. Arch. Math. 105, 129–137 (2015) <https://doi.org/10.1007/s00013-015-0788-8>
- 2) Hancl, J.: On a Theorem of A. A. Markoff. Results Math. 76(192) (2021) <https://doi.org/10.1007/s00025-021-01501-7>
- 3) On the discrete part of the Dirichlet spectrum S. Pitcyn, The Ramanujan Journal, <https://doi.org/10.1007/s11139-025-01151-1>, 2025.