

Геометрия многообразия графа делителей нуля

Научный руководитель – Маркова Ольга Викторовна

Муханов Кирилл Дмитриевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: mukhanov.kirill@outlook.com

Пусть \mathbb{k} — алгебраически замкнутое поле, $n \geq 2$ и $\text{Mat}_n = \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{k})$ — алгебра матриц $n \times n$ над полем \mathbb{k} . Рассмотрим ориентированный граф делителей нуля $\Gamma_{ZD}(\text{Mat}_n)$: его вершины — ненулевые вырожденные матрицы, и имеется ребро $A \rightarrow B$ тогда и только тогда, когда $AB = 0$. Для вершин A, B обозначим через $d(A, B)$ длину кратчайшего ориентированного пути.

Из работы [3] известно, что граф $\Gamma_{ZD}(\text{Mat}_n)$ связан. Для алгебры квадратных матриц диаметр этого графа равен 2. Нетривиальным для изучения является случай расстояния $m = 1$.

Определим множество элементов на расстоянии не более $m \geq 0$:

$$ZD_n^m = \{(A, B) \in_n^2 \mid d(A, B) \leq m\}.$$

В работах [1, 2] изучалась геометрия аналогичных множеств для графов коммутативности и ортогональности. Целью данной работы является продолжение этих исследований в случае графа делителей нуля алгебры квадратных матриц.

Для кольца матриц и его подколец множества пар элементов графа делителей нуля, лежащих на расстоянии, не превышающем заданного, естественным образом наделяются структурой аффинных и проективных алгебраических многообразий; случай расстояния 1 описывается конечным объединением неприводимых компонент. В каждом случае получено разложение на неприводимые компоненты и вычислены их размерности.

В докладе также рассматриваются многообразия TZD_n^1 матриц на расстоянии не более 1 в кольце верхнетреугольных матриц, аналогичное многообразие SZD_n^1 для кольца симметричных матриц и многообразие SkewZD_n^1 для кольца кососимметричных матриц.

Источники и литература

- 1) Гутерман А. Э., Жилина С. А., Муханов К. Д. Геометрия многообразий взаимно ортогональных матриц // Зап. научн. семин. ПОМИ. 2024. Т. 534. С. 5–34.
- 2) Elyze M., Guterman A., Morrison R., Šivic K. Higher-distance commuting varieties // Linear and Multilinear Algebra. 2022. Vol. 70, No. 17. P. 3248–3270.
- 3) Redmond S. P. The Zero-Divisor Graph of a Non-Commutative Ring // Internat. J. Commutative Rings. 2002. Vol. 1, No. 4. P. 203–211.