Секция «19.10 Математическая логика, алгебра и теория чисел»

$\mathfrak{F}^\omega$-инъекторы в конечных группах

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Новикова Диана Геннадьевна
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
E-mail: novikovadg@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. Классом групп называется множество групп, содержащее с каждой своей группой и все изоморфные ей группы. В теории классов групп особую роль играют подгруппы в группах, принадлежащие рассматриваемым классам. Среди таких групп выделяют $\mathfrak{F}$-инъекторы, введенные в рассмотрение Б. Фишером, В. Гашюцем, Б. Хартли в работе [3]. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-инъектором в G, если $H \cap K$ — $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа в K для любой субнормальной подгруппы K группы G. Данное понятие является естественным обобщением понятия силовской подгруппы группы, а именно, всякая силовская p-подгруппа группы является ее $\mathfrak{N}_p$-инъектором, где $\mathfrak{N}_p$ — класс всех p-групп (здесь p — простое число). В настоящее время $\mathfrak{F}$-инъекторы в группах достаточно хорошо изучены (см., напр., [2]).

В работе [1] было введено в рассмотрение понятие $\mathfrak{F}^\omega$-инъектора, обобщающее понятие $\mathfrak{F}$-инъектора, где ω — непустое множество простых чисел. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором в G, если H — $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа в G и для каждой субнормальной ω-подгруппы K группы G пересечение $H \cap K$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой в K [1]. Всякий $\mathfrak{F}$-инъектор группы является ее $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором; обратное неверно. В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, понятие $\mathfrak{F}^\omega$-инъектора совпадает с понятием $\mathfrak{F}$-инъектора группы. В теореме 1 установлены условия, при которых $\mathfrak{F}$-радикал группы является ее $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором.

Используемые обозначения и определения стандартны (см., напр., [2]). Через $\mathfrak{G}$ обозначается класс всех конечных групп, $\mathfrak{N}$ — класс всех нильпотентных групп из $\mathfrak{G}$. Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называется классом Фиттинга, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп, принадлежащих $\mathfrak{F}$. Для непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ через $G_\mathfrak{F}$ обозначается $\mathfrak{F}$-радикал группы G, т.е. наибольшая нормальная подгруппа, принадлежащая $\mathfrak{F}$. Пусть $\mathfrak{F}_1$ — класс Фиттинга, $\mathfrak{F}_2$ — класс групп. Тогда $\mathfrak{F}_1 \diamond \mathfrak{F}_2 = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/G_{\mathfrak{F}_1} \in \mathfrak{F}_2\}$ — фиттингово произведение классов групп $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$ [2].

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс Фиттинга, ω — непустое множество простых чисел, $G \in \mathfrak{F} \diamond \mathfrak{N}$. Тогда $\mathfrak{F}$-радикал $G_\mathfrak{F}$ группы G является $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором в G.*

Источники и литература

1) Сорокина М.М., Новикова Д.Г. $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторы конечных разрешимых групп // Известия Саратовского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика, 2026. Т. 26, вып. 1. – С. 17-27.
2) Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.
3) Fischer B., Gaschutz W., Hartley B. Injektoren endlicher auflosbarer Gruppen // Math. Z., 1967. Vol. 102, No 5. – P. 337-339.