Секция «19.10 Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О произведениях σ_Ω-канонических формаций конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Нестеров Александр Сергеевич

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

E-mail: a.s.nest@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы и классы конечных групп. Формация — класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. σ_Ω-Расслоенные формации были построены в работе [1], в результате обобщения понятия Ω-расслоенной формации (В.А. Ведерников, 1999), на основе использования методов σ-теории конечных групп А.Н. Скибы (см., напр., [2]). Один из видов σ_Ω-расслоенных формаций представляют σ_Ω-канонические формации. В теореме 1 установлено, что произведение двух σ_Ω-канонических формаций является σ_Ω-канонической формацией.

Пусть $\mathfrak{G}$ — класс всех конечных групп, $\mathfrak{I}$ — класс всех простых групп из $\mathfrak{G}$, Ω — непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$, $K(G)$ — класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G; σ_Ω — произвольное разбиение класса Ω, т.е. $\sigma_\Omega = \{\Omega_i \mid i \in I\}$, где Ω_i — непустой класс групп для любого $i \in I$, $\Omega = \cup_{i\in I}\Omega_i$ и $\Omega_i \cap \Omega_j = \varnothing$ для любых $i, j \in I, i \neq j$. Для произвольной группы G и произвольного класса групп $\mathfrak{F}$ полагаем $\sigma_\Omega(G) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid \Omega_i \cap K(G) \neq \varnothing\}$, $\sigma_\Omega(\mathfrak{F}) = \cup_{H\in\mathfrak{F}}\sigma_\Omega(H)$. Пусть $\Omega_i \in \sigma_\Omega$. Тогда $\mathfrak{G}_{\Omega_i} = \{G \in \mathfrak{G} \mid K(G) \subseteq \Omega_i\}$, $\mathfrak{G}_{\Omega_i'} = \{G \in \mathfrak{G} \mid K(G) \cap \Omega_i = \varnothing\}$. Пусть $f : \sigma_\Omega \cup \{\sigma_\Omega'\} \to \{$формации групп$\}$, где $f(\sigma_\Omega') \neq \varnothing$, — $\sigma_\Omega F$-функция; $\varphi : \sigma_\Omega \to \{$непустые формации Фиттинга$\}$, удовлетворяющая условию $\mathfrak{G}_{\Omega_i'} \subseteq \varphi(\Omega_i)$, — $\sigma_\Omega FR$-функция. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/O_\Omega(G) \in f(\sigma_\Omega')$ и $G/G_{\varphi(\Omega_i)} \in f(\Omega_i)$ для любого $\Omega_i \in \sigma_\Omega(G)\}$ называется σ_Ω-расслоенной формацией и обозначается $\sigma_\Omega F(f, \varphi)$, где $O_\Omega(G)$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G, у которой все композиционные факторы принадлежат Ω, $G_{\varphi(\Omega_i)}$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G, принадлежащая $\varphi(\Omega_i)$. Функция f называется спутником σ_Ω-расслоенной формации $\mathfrak{F}$; f — внутренний спутник формации $\mathfrak{F}$, если $f(X) \subseteq \mathfrak{F}$ для любого $X \in \sigma_\Omega \cup \{\sigma_\Omega'\}$. Произведением непустых формаций $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$ называется формация $\mathfrak{F}_1 \circ \mathfrak{F}_2 = \{G \in \mathfrak{G} \mid G^{\mathfrak{F}_2} \in \mathfrak{F}_1\}$ [3]. Формация $\sigma_\Omega F(f, \varphi)$ называется σ_Ω-канонической, если $\varphi(\Omega_i) = \mathfrak{G}_{\Omega_i'} \circ \mathfrak{G}_{\Omega_i}$ для любого $\Omega_i \in \sigma_\Omega$.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ — σ_Ω-канонические формации с внутренними спутниками m и h соответственно. Тогда формация $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \circ \mathfrak{H}$ является σ_Ω-канонической формацией с внутренним спутником f, имеющим следующее строение*: $f(\sigma_\Omega') = \mathfrak{F}$, $f(\Omega_i) = m(\Omega_i) \circ \mathfrak{H}$ *для всех $\Omega_i \in \sigma_\Omega(\mathfrak{M})$ и $f(\Omega_i) = h(\Omega_i)$ для всех $\sigma_\Omega \backslash \sigma_\Omega(\mathfrak{M})$.*

Источники и литература

1) Сорокина М. М., Нестеров А. С. О спутниках σ_Ω-расслоенных формаций конечных групп // Дискретная математика, 2024. Т. 36, № 1. – С. 103-115.
2) Skiba A. N. On σ-properties of finite groups I // Problems of Physics, Mathematics and Technics, 2014. No. 4, Vol. 4 (21). – P. 89-96.
3) Doerk K., Hawkes T. Finite Soluble Groups. Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.