Секция «19.10 Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Об ω-локальных формациях конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Сорокина Валерия Николаевна

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

E-mail: lera.koshechkina.00@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Через $\mathbb{P}$ обозначается множество всех простых чисел; ω — непустое подмножество множества $\mathbb{P}$; $\pi(G)$ — совокупность всех простых делителей порядка группы G; $F_p(G)$ и $O_\omega(G)$ — наибольшие нормальные p-нильпотентная и ω-подгруппа группы G соответственно (здесь $p \in \mathbb{P}$); $\mathfrak{G}$ — класс всех конечных групп, $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{A}$ — классы всех абелевых и всех нильпотентных групп соответственно; $\omega'\mathfrak{S}$ — класс всех ω'-разрешимых групп, т.е. всех групп, у которых любой главный фактор является либо ω-группой, либо абелевой q-группой для некоторого $q \in \mathbb{P} \setminus\omega$.

Формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \pi(G)\}$ называется локальной формацией со спутником f, где f — функция вида $f : \mathbb{P} \to \{$формации групп$\}$. Понятие локальной формации было введено в рассмотрение В. Гашюцем в 1963 году. Естественным обобщением данного понятия является понятие ω-локальной формации, введеное в работе А.Н. Скибы и Л.А. Шеметкова [1]. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/O_\omega(G) \in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G)\}$ называется ω-локальной формацией с ω-спутником f, где f — функция вида $f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{$формации групп$\}$.

В [2] для локальной наследственной (т.е. замкнутой относительно подгрупп) формации $\mathfrak{X}$ были установлены свойства, отражающие связь $\mathfrak{X}$ с классом $\mathfrak{NA} = \{G \in \mathfrak{G} \mid$ в G существует нормальная подгруппа $N \in \mathfrak{N}$ такая, что $G/N \in \mathfrak{A}\}$. В представленных теоремах получено развитие центрального результата работы [2] для случая ω-локальной наследственной формации $\mathfrak{X}$.

Теорема 1. *Если $\mathfrak{X}$ — ω-локальная наследственная формация, $\mathfrak{F} = \mathfrak{NA}$ и любая $\mathfrak{X}$-группа, порождённая двумя своими $\mathfrak{F}$-субнормальными $\mathfrak{F}$-подгруппами, принадлежит $\mathfrak{F}$, то $\mathfrak{X} \cap \omega'\mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{F}$.*

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{X}$ — ω-локальная наследственная формация, удовлетворяющая условию $\mathfrak{X} \cap \omega'\mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{NA}$, $\mathfrak{F}$ — ω-локальная формация, содержащаяся в $\mathfrak{NA}$, с таким минимальным ω-спутником f, что $f(\omega')$ — наследственная формация. Если $G = \langle A_1, A_2\rangle \in \mathfrak{X}$, где A_1, A_2 — $\mathfrak{F}^\omega$-субнормальные $\mathfrak{F}$-подгруппы группы G, то $G \in \mathfrak{F}$.*

Источники и литература

1) Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды, 1999. Т. 2, № 2. С. 114-147.
2) Guo W. The groups generated by subnormal subgroups // Algebra Colloquium, 1998. V. 5, № 1. P. 41-48.