

Секция «19.9 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Многочлены Дарбу и интегрируемость обобщенной системы Льенара с трением, линейно зависящим от скорости

Научный руководитель – Белова Мария Владимировна

Ищенко Анна Романовна

Аспирант

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова, Москва, Россия
E-mail: aischenko@hse.ru

Доклад посвящен проблеме построения и классификации интегрирующих множителей и первых интегралов для семейства обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$x_{tt} + (f_2(x)x_t + f_1(x))x_t + f_0(x) = 0, \quad (1)$$

где $f_2(x)$, $f_1(x)$, $f_0(x)$ – многочлены первой, второй и третьей степеней соответственно. Данное семейство уравнений описывает нелинейные осцилляторы с трением, заданным выражением $f_2(x)x_t + f_1(x)$, и возвращающей силой, определяемой многочленом $f_0(x)$. Уравнения семейства (1) обобщают уравнение Дуффинга – Ван Дер Поля и моделируют ряд колебательных процессов [Cveticanin, 2013]. Детально рассматривается проблема построения и классификации многочленов Дарбу для исследуемых уравнений. Будет описан метод рядов Пуизе, позволяющий находить все неприводимые многочлены Дарбу двумерных полиномиальных дифференциальных систем [Demina, 2022]. Проинтегрирована соответствующая исходному классу уравнений (1) система

$$\begin{cases} x_t = y \\ y_t = -((\alpha_1 + \alpha_0 x) y + (\beta_2 + \beta_1 x + \beta_0 x^2)) y - (\delta_3 + \delta_2 x + \delta_1 x^2 + \delta_0 x^3). \end{cases} \quad (2)$$

Первый интеграл Дарбу системы (2) имеет вид

$$I(x, y) = \left(y - \frac{2x}{\epsilon - \beta_0} + \frac{2\beta_1}{\beta_0(\epsilon - \beta_0)} \right)^{\epsilon + \beta_0} \cdot \left(y + \frac{2x}{\epsilon + \beta_0} - \frac{2\beta_1}{\beta_0(\epsilon + \beta_0)} \right)^{\epsilon - \beta_0} \cdot \exp \left(-\frac{(x\beta_0 + 4\beta_1)(\epsilon^2 - \beta_0^2)\epsilon x}{4\beta_0} \right). \quad (3)$$

Здесь $\alpha_0 = -\frac{\epsilon^2 - \beta_0^2}{4\delta_0}$ при условии $\epsilon \neq \beta_0$, $\delta_0 = 1$, $\delta_1 = 0$ без ограничения общности.

Наши результаты обобщают результаты работы [Giné, 2019], в которой рассматривались некоторые подсемейства уравнений (1).

Источники и литература

- 1) Cveticanin L., On the Van der Pol oscillator: An overview, Applied Mechanics and Materials, vol. 430, 2013 pp. 3-13.
- 2) Demina M.V., The method of Puiseux series and invariant algebraic curves, Communications in Contemporary Mathematics, vol. 24, no. 03, 2022, 2150007.
- 3) Giné J., Valls C., The Liouvillian Integrability of Several Oscillators, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 29, no. 5, 2019, 1950069 (11 pages).