

Точные решения системы уравнений мелкой воды над наклонным дном**Научный руководитель – Аксёнов Александр Васильевич****Мальгина Любовь Олеговна***Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра гидромеханики, Москва, Россия
E-mail: sea314159265@gmail.com

В безразмерных переменных система уравнений одномерной мелкой воды над неровным дном имеет следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} \text{atp; } u_t + uu_x + \eta_x &= 0, \\ \text{atp; } (\eta + h)_t + [u(\eta + h)]_x &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $h(x)$ ($h(x) \geq 0$) – толщина невозмущенного слоя жидкости, $u = u(x, t)$ – средняя по глубине горизонтальная скорость, $\eta = \eta(x, t)$ – отклонение свободной поверхности. Профиль дна задается соотношением $z = -h(x)$ (z – вертикальная координата). В работе [2] было найдено, что система уравнений мелкой воды с профилем дна $z = -x$ может быть линеаризована в характеристических переменных. Позже в работе [3] (см. также [4, 5]) было показано, что фактически эта линеаризация получается формальным отбрасыванием нелинейных слагаемых в системе уравнений (1). Рассмотрена линейная система уравнений, к которой точечным преобразованием сводится нелинейная система мелкой воды над наклонным дном. Построено комплекснозначное семейство решений линейной системы, инвариантных относительно однопараметрической группы. Выделено двухпараметрическое семейство решений нелинейной системы, описывающее набегание волны на берег и её отражение. Обнаружены и продемонстрированы на примерах эффекты заплеска и отката волны.

Источники и литература

- 1) Стокер Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: ИЛ, 1959.
- 2) Carrier G.F., Greenspan H.P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // J. Fluid Mech. 1958. Vol.~4, No.~1. P.~97–109.
- 3) Tuck E., Hwang L. Long wave generation on a sloping beach // J. Fluid Mechanics. 1972. Vol. 1, No. 3. P. 449–461.
- 4) Pelinovsky E.N., Mazova R.Kh. Exact analytical solutions of nonlinear problems of tsunami wave run-up on slopes with different profiles // Natural Hazards. 1992. Vol. 6, No. 3. P. 227–249.
- 5) Доброхотов С.Ю., Тироцци Б. Локализованные решения одномерной нелинейной системы уравнений мелкой воды со скоростью $c = \sqrt{x}$ // Успехи матем. наук. 2010. Т. 65, № 1. С. 185–186.