

Симметрии систем уравнений вращающейся двумерной мелкой воды над горизонтальным и наклонным дном

Научный руководитель – Аксёнов Александр Васильевич

Пекуровская Анна Евгеньевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра гидромеханики, Москва, Россия
E-mail: anna38p@gmail.com

<p>В безразмерных переменных система уравнений вращающейся двумерной мелкой воды над горизонтальным дном имеет следующий вид [1, 2]

$$\begin{aligned} \text{atp}; u_t + uu_x + vv_y - 2\omega v + \eta_x &= 0, \\ \text{atp}; v_t + uv_x + vv_y + 2\omega u + \eta_y &= 0, \\ \text{atp}; \eta_t + (u(\eta + h))_x + (v(\eta + h))_y &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $z = -h$, $h = \text{const}$ – профиль дна; $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$ – компоненты средней по глубине горизонтальной скорости; $\eta = \eta(x, y, t)$ – отклонение свободной поверхности; $\eta + h$, $\eta + h \geq 0$ – глубина жидкости; $\omega = \text{const}$ – угловая скорость. Систему уравнений вращающейся двумерной мелкой воды над наклонным дном запишем в виде

$$\begin{aligned} \text{atp}; u'_t + u'u'_{x'} + v'u'_{y'} - 2\omega v' + \eta'_{x'} &= 0, \\ \text{atp}; v'_t + u'v'_{x'} + v'v'_{y'} + 2\omega u' + \eta'_{y'} &= 0, \\ \text{atp}; \eta'_{t'} + (u'(\eta' + ax' + by'))_{x'} + (v'(\eta' + ax' + by'))_{y'} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $z' = -(ax' + by')$, $a^2 + b^2 \neq 0$, $a, b = \text{const}$ – профиль дна; $u' = u'(x', y', t')$, $v' = v'(x', y', t')$ – компоненты средней по глубине горизонтальной скорости; $\eta' = \eta'(x', y', t')$ – отклонение свободной поверхности; $\eta' + ax' + by'$, $\eta' + ax' + by' \geq 0$ – глубина жидкости.

Основные результаты работы:

1. Найдены симметрии систем уравнений (1) и (2), используя алгоритм [3].
2. Построен изоморфизм Алгебр Ли операторов симметрии систем уравнений (1) и (2).
3. Показана эквивалентность систем уравнений (1) и (2) относительно точечных преобразований.

Источники и литература

- 1) Стокер Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1959.
- 2) Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика в 2-х т. Т.~1. М.: Мир, 1984.
- 3) Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.