

Длины простых замкнутых геодезических на гиперболических поверхностях

Научный руководитель – Гайфуллин Александр Александрович

Пацанков Игорь Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: ipatsankov@mail.ru

В 2008 году была опубликована знаменитая статья Мариам Мирзахани, в которой была вычислена асимптотика количества простых замкнутых геодезических ограниченной длины на гиперболической поверхности.

В настоящее время остаётся открытой проблема нахождения асимптотики числа простых замкнутых геодезических в заданном ненулевом классе гомологий, длина которых не превышает заданного значения. На сегодняшний день не существует каких-либо результатов, касающихся этой общей задачи.

В данной работе рассмотрен первый нетривиальный случай данной проблемы. Автору удалось получить первую нетривиальную нижнюю оценку числа простых замкнутых геодезических в фиксированном гомологическом классе на гиперболической поверхности рода один с двумя геодезическими граничными компонентами. Основная идея заключается в использовании комплекса циклов — инструмента, впервые введённого для вычисления кохомологической размерности группы Торелли. Благодаря этому задача была сведена к нахождению асимптотики главного члена некоторого некоммутативного аналога обобщённой проблемы делителей Дирихле.

Источники и литература

- 1) M. Mirzakhani, “Growth of the number of simple closed geodesics on hyperbolic surfaces”, *Ann. of Math.*, **168**:1 (2008), 97-125.
- 2) M. Bestvina, K.-U. Bux, D. Margalit, “The dimension of the Torelli group”, *J. Amer. Math. Soc.*, **23**:1 (2010), 61–105; arXiv:0709.0287.
- 3) I. Rivin, “Simple curves on surfaces”, *Geom. Dedicata*, **87**:1-3 (2001), 345–360.
- 4) B. Farb, D. Margalit, *A primer on mapping class groups*, Princeton math. Ser., **49**, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 2012, xiv + 472 pp.
- 5) J. Harer, R. Penner, *Combinatorics of Train Tracks*, Annals of Math. Studies, **125**, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1992.
- 6) P. Buser, *Geometry and Spectra of Compact Riemann Surfaces*, Progr. in Math., **106**, Birkhäuser Boston, 1992.
- 7) A. Beardon, *The geometry of discrete groups*, Graduate texts in mathematics, **91**, Springer-Verlag, 1983, xii + 337 pp.
- 8) Г. А. Маргулис, “О некоторых применениях эргодической теории к изучению многообразий отрицательной кривизны”, *Функц. анализ и его прил.*, **3**:4 (1969), 89–90; *Funct. Anal. Appl.*, **3**:4 (1969), 335–336.