

О метрических свойствах самоаффинных полигональных дендритов

Научный руководитель – Тетенев Андрей Викторович

Кутлимуратов Дилмурат Сабирович

Аспирант

Новосибирский государственный университет, Механико-математический факультет,
Новосибирск, Россия

E-mail: d.kutlimuratov@ngsu.ru

Самоподобные множества. Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_m\}$ — система сжимающих отображений в \mathbb{R}^n . Непустой компакт K , удовлетворяющий уравнению $K = \bigcup_{i=1}^m S_i(K)$, называется самоподобным множеством или *аттрактором* системы \mathcal{S} . Если отображения $S_i \in \mathcal{S}$ являются сжимающими подобиями (или сжимающими аффинными отображениями), то аттрактор K называется самоподобным (соответственно самоаффинным) множеством.

Определение 1. Пусть P — выпуклый многоугольник в \mathbb{R}^2 с множеством вершин $V = \{A_1, \dots, A_n\}$. Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ — система аффинных сжимающих отображений, удовлетворяющих следующим условиям:

- 1) Для любого $i \in I$, $S_i(P) \subset P$;
- 2) $\bigcup_{i \in I} S_i(V) \supset V$;
- 3) Для любых $i \neq j$, $S_i(P) \cap S_j(P) = S_i(V) \cap S_j(V)$ и $\#S_i(V) \cap S_j(V) \leq 1$;
- 4) Множество $\bigcup_{i \in I} S_i(P)$ является односвязным.

Тогда система \mathcal{S} называется *односвязной самоаффинной P -полигональной системой*.

Аттрактор K такой системы \mathcal{S} является самоаффинным дендритом. Как известно, для любой пары точек $x, y \in K$ существует единственная поддуга $\gamma \subset K$ с концами x, y . При этом справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ — односвязная самоаффинная P -полигональная система в \mathbb{R}^2 с аттрактором K .

Существуют константы $C > 0$ и $\lambda \in (0, 1)$ такие, что для любых $x, y \in K$ поддуга $\gamma(x, y) \subset K$ с концами x, y удовлетворяет неравенству

$$\text{diam}(\gamma(x, y)) \leq C|x - y|^\lambda.$$

Источники и литература

- 1) Тетенев, А., Юдин, И., Кутлимуратов Д. (2025). О метрических свойствах самоаффинных полигональных дендритов. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics (4-я Международная конференция по нелинейному прикладному анализу и оптимизации ICNAAO, 17-19 октября 2024 г.)*.