Секция «19.6 Геометрия и топология»

Вычисление порядков точек в главном дереве самоподобного дендрита

Научный руководитель – Тетенов Андрей Викторович

Юдин Иван Николаевич

Аспирант

Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: uivan566@gmail.com

Пусть $S = \{S_1, \ldots, S_m\}$ – система сжимающих отображений в R^n. Непустое компактное множество K, удовлетворяющее уравнению $K = \bigcup\limits_{i=1}^{m} S_i(K)$ называется аттрактором системы S.

Пусть $I = \{1,\ \ldots,\ m\}$ – множество индексов системы S, и $I^* = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} I^n$ – множество всех конечных слов $\mathbf{i} = i_1 \ldots i_n$ в алфавите I, таких, что $S_{\mathbf{j}} = S_{j_1 j_2 \ldots j_n} = S_{j_1} S_{j_2} \ldots S_{j_n}$, и мы обозначим $S_{\mathbf{j}}(K)$ как $K_{\mathbf{j}}$.

Критическим множеством аттрактора K системы S является множество

$$C := \{x :\ x \in S_i(K) \cap S_j(K),\ S_i, S_j \in \mathcal{S}\}$$

Множество ∂K всех $x \in K$ таких, что для некоторого $\mathbf{j} \in I^*$, $S_{\mathbf{j}}(x) \in C$ называется самоподобной границей множества K.

Дендритом называется локально связный континуум, не содержащий простых замкнутых кривых.

Главным деревом самоподобного дендрита K называется минимальный подконтинуум, который содержит все точки самоподобной границы.

Пусть $M = \{K_i, i \in I = \{1, \ldots, m\}\}$ — конечная система континуумов в топологическом пространстве X. Мы говорим, что M обладает обладает свойством одноточечного пересечения, если для любого $i, j \in I\ \ \#P_{ij} \leq 1$, где $P_{ij} = K_i \cap K_j$.

Если аттрактор системы S удовлетворяет условию одноточечного пересечения и является дендритом, то для него мы можем построить двудольный граф Γ, называемый m-ростком. Для белых вершин ростка мы определяем полугруппу G_ϕ, порожденную частичными перестановками ϕ_i. С ее помощью мы вычисляем порядки граничных точек и точек ветвления в главном дереве.

Теорема 1. *Пусть* (Γ, φ) *— регулярный* P*-росток.*

1) *Если* x *является граничной точкой и имеет единственный адрес* α*, то* $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = N_\phi(\alpha) - 1$*;*
2) *Если* $x \in \setminus \partial K$ *является точкой ветвления с единственным адресом* α*, то* $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = N_\phi(\alpha)$*;*
3) *Если* x *— граничная точка или точка ветвления* $\hat{\gamma}$ *имеет* n *адресов,* $\alpha^1, \ldots, \alpha^n$ *таких, что для любого* $i = 1, \ldots n$*,* $N_\phi(\alpha^i) \geq 1$
   , то $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = \sum\limits_{i=1}^{n} N_\phi(\alpha_i) - n$*.*