

**Топология слоения Лиувилля бильярдов, склеенных из четвертей эллипса**

**Научный руководитель – Ведюшкина Виктория Викторовна**

*Михайлов Матвей Михайлович*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и  
приложений, Москва, Россия  
*E-mail: matvey5689@gmail.com*

Известно, что бильярд в эллипсе интегрируем по Лиувиллю: существует два функционально независимых почти всюду первых интеграла. Один соответствует энергии системы, другой — параметру софокусной квадратики.

Бильярдной книжкой будем называть CW-комплекс, склеенный из нескольких бильярдных листов, на рёбрах которого заданы подстановки. Движение на таком объекте определим следующим образом: точка на одном из листов, достигая одного из рёбер, продолжает своё движение на листе, номер которого определяется подстановкой, приписанной к данному ребру. Также потребуем, чтобы подстановки, соответствующие смежным рёбрам, коммутировали, поскольку в противном случае невозможно корректно доопределить траекторию, приходящую в вершину стола.

Рассмотрим интегрируемые бильярдные трехлистные книжки, склеенные из четвертей эллипса, такие, что фокальной прямой соответствует перестановка (123). Оказывается, что седловые бифуркации в таких динамических системах имеют не боттовский тип.

**Теорема 1.** *Фокальная особенность изоэнергетической поверхности в интегрируемых бильярдных книжках, склеенных из трех криволинейных треугольных листов, послойно гомеоморфна одному из следующих 3-атомов:*

- 1)  $A^*$  типа  $(3, 1)$
- 2)  $B_{3,1} \times S^1$
- 3)  $B_{3,3} \times S^1$

$A^*$  типа  $(3, 1)$  получается из  $B_{3,1} \times S^1$  после факторизации по группе  $\mathbb{Z}_3$ .

Рис. : Схематическое изображение атомов  $B_{3,3}$  и  $B_{3,1}$

### Источники и литература

- 1) Ведюшкина В.В., Кибкало В.А. Бильярдные книжки малой сложности и реализация слоений Лиувилля интегрируемых систем // Чебышевский сборник. 2022. Т. 23, № 1. С. 53–82.
- 2) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Том I. Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999. 444 с.
- 3) Кузнецова А.А. Моделирование вырожденных особенностей интегрируемых бильярдных систем бильярдными книжками // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех. 2023. № 5. С. 3–10.

### Иллюстрации

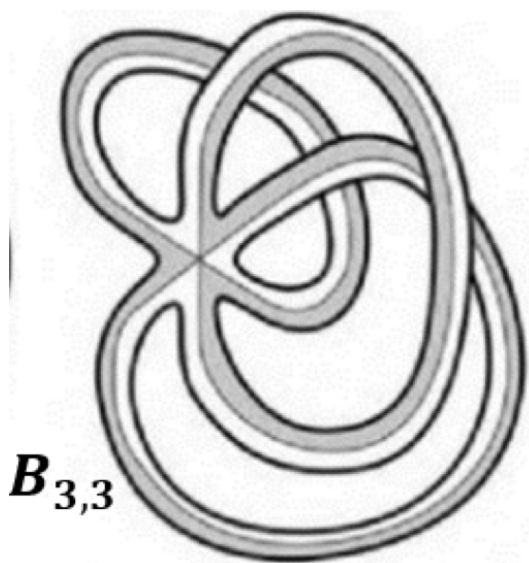


Рис. : B3,3\_bw.png

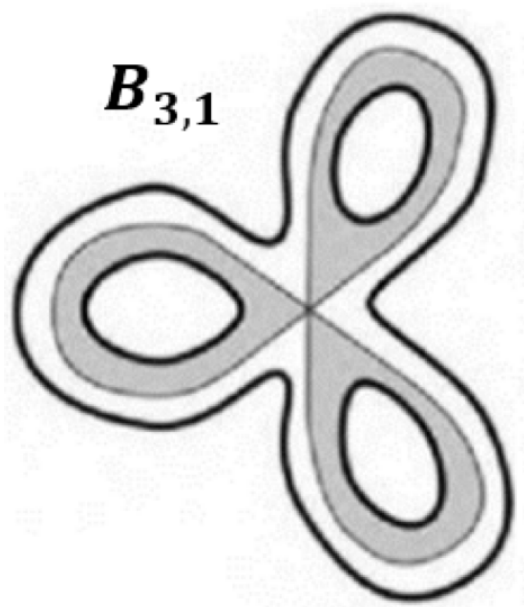


Рис. : B3,1\_bw.png