

Некоммутативная геометрия и пуассоновы структуры на многообразиях электрических сетей.

Научный руководитель – Талалаев Дмитрий Валерьевич

Маркина Екатерина Григорьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: ekaterina.markina@math.msu.ru

Интерес представляет изучение пуассоновых структур, согласованных с динамическими системами на кластерных многообразиях, в частности, на многообразии электрических сетей \mathfrak{T} , а также некоммутативной геометрии на этом многообразии.

Современное состояние теории электрических сетей подробно изложено в обзоре [1]. В работе [3] был построен аналог координат Плюккера для электрического многообразия, что сделало его алгебру функций кластероподобной алгеброй, которая является деформацией кластерной алгебры функций на многообразии Люстига. Позднее [2] была рассмотрена линейная R -матричная скобка Пуассона на \mathfrak{T} . Для случаев количества $n = 3$ и $n = 4$ граничных вершин были получены явные выражения для скобки такого вида.

Наличие скобки Пуассона является признаком потенциального наличия квантования многообразия. Поэтому исследуется возможность построения некоммутативной алгебры функций на многообразии электрических сетей \mathfrak{T} . Рассматриваются условия, накладываемые инвариантностью относительно преобразования треугольник-звезда на образующие этой алгебры. В случае $n = 3$ для сети типа треугольник это условие ведёт к следующим соотношениям на некоммутативные проводимости:

$$\gamma_s \gamma_m^{-1} \gamma_k = \gamma_k \gamma_m^{-1} \gamma_s \quad (1)$$

для $k, m, s \in \{1, 2, 3\}$. При введении новых переменных $a = \gamma_1, b = \gamma_2 \gamma_3^{-1}, c = \gamma_3 \gamma_1^{-1}$ в силу соотношения (1) получаем, что алгебра функций многообразия электрических сетей с $n = 3$ граничными вершинами $A = \langle a, b, c \mid bc = cb \rangle$.

Автор выражает благодарности фонду Базис за предоставление гранта #25-7-1-4-4 и Талалаеву Дмитрию Валерьевичу за оказание поддержки в научной работе.

Источники и литература

- 1) Б. С. Бычков, А. А. Казаков, Д. В. Талалаев. Современная теория электрических сетей: от матричной теоремы о деревьях до теории кластерных многообразий // УМН, 2026, том 81, выпуск 1(487), страницы 3–70
- 2) Маркина Е. Г. Пуассоновы структуры на кластерных и электрических многообразиях // Материалы XXXII Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», секция «Математика и механика», 2025г.
- 3) Vassily Gorbounov and Dmitry Talalaev. Electrical varieties as vertex integrable statistical models // 2020 J. Phys. A: Math. Theor. 53 454001