

**Лагранжевы многообразия и динамика пучка Лагерра-Гаусса вдоль уравнения Гельмгольца с непостоянным  $k$**

**Научный руководитель – Цветкова Анна Валерьевна**

*Сударикова Ольга Сергеевна*

*Выпускник (бакалавр)*

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

*E-mail: bullscore6@gmail.com*

В данной работе рассматривается задача о распространении волновых пучков в трехмерном пространстве, описываемая стационарным уравнением Гельмгольца<sup>1</sup> с переменным волновым числом  $k(x_1)$ . Исследуемая модель среды характеризуется неоднородностью вдоль одной из координат<sup>2</sup>, задаваемой профилем типа гиперболического тангенса:  $k(x_1) = \sqrt{k_0(\tanh x_1 - 2) + 2}$ .

Основной подход базируется на теории канонического оператора Маслова и анализе динамики соответствующих лагранжевых многообразий в фазовом пространстве. В работе реализован переход от исходного трехмерного уравнения к эффективному гамильтонову описанию в фазовых переменных  $(x, p)$ .

В рамках квазиклассического приближения построены глобальные асимптотики решения, описывающие трансформацию пучков при прохождении через неоднородный слой. Особое внимание уделено анализу особенностей (каустики), возникающих на лагранжевом многообразии. Продемонстрировано, что в окрестности точек поворота и каустических линий асимптотическое решение выражается через специальные функции Эйри. Также возникают особенности типа сборки, в окрестности которых асимптотика выражается в терминах функции Пирси.

Результаты работы включают визуализацию фазовых портретов системы и численное построение асимптотического решения в различных сечениях. Предложенный метод позволяет эффективно моделировать структуру волновых полей в средах, где коэффициент преломления гладко меняется по Tanh-профилю без необходимости прямого численного интегрирования исходного уравнения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

**Источники и литература**

- 1) A.V. Tsvetkova Lagrangian Manifolds in the Theory of Wave Beams and Solutions of the Helmholtz Equation // Regular and Chaotic Dynamics, 2024, т. 29, в. 6, стр. 866–885
- 2) Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов Геометрическая оптика неоднородных сред // М.: Наука, 1980