

Скрещенные симплициальные группы и комбинаторные формулы для характеристических классов.

Научный руководитель – Шарыгин Георгий Игоревич

Поляков Филипп Борисович

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: filipp.polyakoff@yandex.ru

Известным фактом является, что если имеется главное G -расслоение, то характеристические классы этого расслоения вложены в когомологии базы. Если база триангулирована, то естественным образом возникает вопрос об явных комбинаторных формулах для данных характеристических классов. В работе строится удобная триангуляция классифицирующего пространства группы $O(2)$ при помощи скрещенных симплициальных групп, благодаря чему получаются комбинаторные формулы для классов Штифеля-Уитни $O(2)$ -расслоений.

Последовательность групп $\{G_n\}_{n \geq 0}$ называется скрещенной симплициальной группой, если существует малая категория $\Delta \mathbf{G}$ со свойствами:

- 1) Объекты $\Delta \mathbf{G}$ — это $[n] = \{0, 1 \dots n\}$, $n \geq 0$,
- 2) $\Delta \mathbf{G}$ содержит Δ (симплициальную категорию) в качестве подкатегории,
- 3) $Aut_{\Delta \mathbf{G}}([n]) = G_n^{op}$ (Двойственная к G_n группа),
- 4) Любой морфизм в категории $\Delta \mathbf{G}$ может быть единственным образом записан в виде $\varphi \circ h$, где $\varphi \in Hom_{\Delta}([m], [n])$ и $h \in G_m^{op}$.

Впервые скрещенные симплициальные группы для описания комбинаторных формул характеристических классов использовал Николай Мнёв в [3]. Он получил симплициальную модель для классифицирующего пространства группы $U(1)$ и комбинаторные формулы для первого класса Чженя главных $U(1)$ -расслоений. В работе данный результат обобщается до группы $O(2)$ и первого и второго классов Штифеля-Уитни w_1, w_2 .

Источники и литература

- 1) Fiedorowicz, Zbigniew. Crossed Simplicial Groups and their Associated Homology // Transactions of the American Mathematical Society 1991-jul vol. 326 iss. 1. — 1991. — jul. — Vol. 326.
- 2) Loday, Jean-Louis. Cyclic homology / Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften. — Springer, 1992.
- 3) Mnev, Nikolai. Minimal triangulations of circle bundles, circular permutations and binary Chern cocycle. — 2019. <https://arxiv.org/abs/1908.04029>.
- 4) Mnev, Nikolai. On local combinatorial formulas for Chern classes of triangulated circle bundle. — 2016. <https://arxiv.org/abs/1608.04708>.