

**Слоение Лиувилля бильярдной системы с потенциалом Кулона в
эллиптическом кольце**

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Галкин Савва Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: savva.galkin@math.msu.ru

Рассматривается бильярд без трения с абсолютно упругим отражением внутри кольца, образованного двумя софокусными эллипсами, под действием кулоновских потенциалов, сосредоточенных в фокусах эллипсов F_1 и F_2 , с некоторыми зарядами γ_1 и γ_2 соответственно. Благодаря результатам В.В. Козлова известно, что такой бильярд является интегрируемым по Лиувиллю в кусочно-гладком смысле. Автором найдена формула дополнительного первого интеграла, выписаны формулы разделяющихся переменных.

Доклад будет посвящен исследованию топологии слоения Лиувилля этой системы в трех случаях: $\gamma_1 \leq 0, \gamma_2 = 0$ (случай Кеплера); $\gamma_1 \geq 0, \gamma_2 = 0$; $\gamma_1 = \gamma_2$. Для них описаны области возможного движения, построены бифуркационные диаграммы, вычислены инварианты Фоменко и Фоменко-Цишанга.

Теорема 1. Пусть h_1 – неособый уровень энергии бильярда с потенциалом $V = \frac{\gamma_1}{r_1}$, $\gamma_1 \leq 0$, тогда слоение Лиувилля на изоэнергетическом подмногообразии фазового пространства Q_h^3 описывается одним из инвариантов Фоменко-Цишанга, изображённых ниже.

Для случаев $V = \frac{\gamma_1}{r_1}$, $\gamma_1 \geq 0$ и $V = \frac{\gamma}{r_1} + \frac{\gamma}{r_2}$ были доказаны аналогичные теоремы.

Автор благодарит за поддержку своих научных руководителей Фоменко А.Т. и Белозерова Г.В.

Источники и литература

- 1) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, Классификация. Том 1. Ижевск.: Издательский дом "Удмуртский университет", 1999. - 448 С.
- 2) Козлов В.В. Некоторые интегрируемые обобщения задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде // Прикладная математика и механика - 1995. - Том 59, вып. 1 - С. 3-9.

Иллюстрации

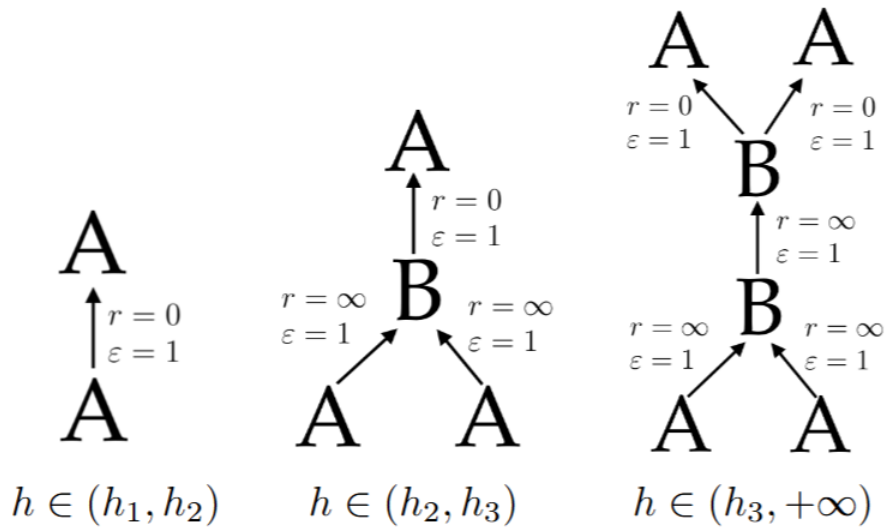


Рис. : Возможные инварианты Фоменко-Цишанга в случае $V = \frac{\gamma_1}{r_1}$