Секция «19.6 Геометрия и топология»

Гамильтоновы системы с незеркальными и самодвойственными функциями Гамильтона на поверхностях

Научный руководитель – Кудрявцева Елена Александровна

Макарчук Борис Анатольевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: boris.makarchuk@math.msu.ru

Множество всех гамильтоновых систем на двумерных замкнутых симплектических многообразиях, гамильтониан которых является функцией Морса, можно представлять разбитым на классы лиувилевой эквивалентности, причем число таких классов будет конечным, если ограничиться рассмотрением гамильтонианов, имеющих не более чем k критических точек. В свою очередь каждый класс лиувилевой эквивалентности может распадаться на несколько классов по отношению к более сильным отношениям эквивалентности: траекторной, сильной лиувилевой и сильной траекторной, где сильные эквивалентности учитывают ориентацию поверхности, задаваемую симплектической структурой. Интересно изучить, как в этом смысле может быть устроен класс лиувилевой эквивалентности той или иной системы. В работе [2] указано, что классы лиувилевой, сильной лиувилевой и траекторной эквивалентностей для систем, сложность которых не привосходит 6, совпадают. В частности, равно число классов траекторной и сильной лиувилевой эквивалентности функций сложности k, если $k \leq 6$.

Доклад посвящен изучению следующего вопроса: верно ли, что для гамильтоновых систем с морсовскими гамильтонианами сложности k число классов траекторной эквивалентности равно числу классов сильной лиувилевой эквивалентности? Для ответа на этот вопрос изучаются функции, класс послойной эквивалентности которых распадается на неравное число классов траекторной и сильной лиувилевой эквивалентностей. Такие функции были названы специальными. На докладе будет показано, что совпадение числа классов неверно уже при $k = 8$, причем классов сильной лиувилевой эквивалентности на 3 больше.

Будет доказано, что функция является специальной тогда и только тогда, когда она незеркальна и самодвойственна. Также будет вычислена минимальная возможная сложность специальной функции на поверхности данного рода g. Для построения примеров специальных функций на поверхности заданного рода будет введено понятие связной суммы 2-атомов. Также с помощью этой конструкции удалось перечислить классы послойной эквивалентности всех специальных функций Морса минимальной сложности (равной 8) в терминах их молекул Фоменко (см. [1]). Их оказалось 17. Некоторые из этих функций были в явном виде реализованы как функции высоты при подходящем вложении соответствующей поверхности в трехмерное евклидово пространство (см. рис.).

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю за постановку задачи, а также за ценные обсуждения, советы и поддержку на всех этапах выполнения работы.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект N 24-71-10100).

Источники и литература

1) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Топология. Геометрия. Классификация. Ижевск, 1999.
2) Кудрявцева Е.А., Сидельников В.И. Топологическая классификация гамильтоновых систем на двумерных симплектических многообразиях с особенностями общего положения // Матем. сборник (в печати).

Иллюстрации

Рис. : Пример минимальной специальной функции Морса на торе, которая реализована как функция высоты при подходящем вложении тора в трехмерное пространство