

**Математическое моделирование неоднородных тел методами граничных элементов**

**Научный руководитель – Звягин Александр Васильевич**

**Удалов Артем Сергеевич**

*Кандидат наук*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра газовой и волновой динамики, Москва,  
Россия

*E-mail: udalets@inbox.ru*

При решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и гидромеханики зачастую основную сложность представляет моделирование поведения сред со сложной неоднородной внутренней структурой. Например, композиционные тела и конструкции состоят из материалов с различными физическими параметрами. При их разработке требуется учитывать как влияние каждой отдельной составляющей на итоговое напряженно-деформируемое состояние, так и взаимодействие между ними. Любая горная порода может быть ослаблена трещинами, порами и включениями различных масштабов, несомненно влияющими на ее свойства. Их объем, распределение, ориентацию в пространстве необходимо учитывать для того, чтобы корректно предсказать течение жидкостей сквозь массив, предсказать устойчивость или возможное разрушение отдельных зон и т.д.

Для экспериментального определения закономерностей поведения такого рода объектов требуется провести большое число испытаний. При необходимости для достижения достаточной точности предсказательного моделирования тратится огромное количество ресурсов, что обычно не является экономически рациональным при масштабных задачах. Найти точные аналитические решения подобных задач чаще всего не представляется возможным, ввиду крайней сложности физических и геометрических постановок. Однако при развитии новых технологий аэрокосмической, горнодобывающей, строительной и химической промышленности нередко требуется провести анализ различных процессов и явлений с достаточной точностью при минимуме временных затрат в условиях ограниченности ресурсов. В таком случае прибегают к помощи высокопроизводительного численного моделирования.

В докладе представлен набор численных методов, способных моделировать электростатические и стационарные тепловые поля в телах со сложной геометрией и неоднородной структурой [1, 2], напряженно-деформированное состояние гетерогенных линейно-упругих сред, а также медленное обтекание тел линейно-вязкой жидкостью и течения в пористых средах. Все эти методы можно отнести к коллокационным схемам метода граничных элементов, использующих аналитические решения соответствующих систем уравнений. Они основываются на сведении задач к некоторым интегро-дифференциальным соотношениям и представлении их решения в виде конечного функционального ряда. Функции, по которым раскладывается решение, получены аналитически при помощи интегрирования фундаментальных решений соответствующих исходных задач.

Проведенная верификация показывает, что рассмотренная методика получения распределения искомого поля в виде конечного функционального ряда позволяет получать приближенное решение в любой точке среды с достаточной для приложений точностью. Наряду с моделированием локального поведения рассматриваемых сред, представленные алгоритмы позволяют вычислять макропараметры тел, требующиеся в инженерных приложениях. Использование в алгоритме предварительно вычисленных решений, получен-

ных в аналитическом виде, дает возможность значительно сократить временные затраты по сравнению с другими вариациями методов граничных элементов.

### **Источники и литература**

- 1) Zvyagin A. V., Udalov A. S. Numerical search for the effective thermal conductivity of cracked media // Acta Astronautica. — 2025. — Vol. 226. — P. 97–101.
- 2) Udalov A. S. Numerical modeling of thermal loading of composite aerospace vehicle parts containing cracks // Acta Astronautica. — 2026. — Vol. 240. — P. 60–62.