

### Электровихревые течения между соосными конусами

Научный руководитель – Натяганов Владимир Леонидович

*Волкова Елизавета Васильевна*

*Выпускник (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра газовой и волновой динамики, Москва,  
Россия

*E-mail: elizaveta.volkova@math.msu.ru*

Рассматривается осесимметричное течение вязкой несжимаемой жидкости в приближении Стокса между двумя соосными конусами с углами раскрытия  $\theta_1$  и  $\theta_2$  ( $\theta_1 < \theta_2$ ). В сферических координатах  $(R, \theta, \varphi)$  течение описывается гидродинамической функцией тока  $\psi(R, \theta)$ , удовлетворяющей уравнению [1,3]

$$D^4\psi = 0, \quad D^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{\sin \theta}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right).$$

Для чисто радиального течения ( $u_\varphi = 0$ ) вводится переменная  $\zeta = \cos \theta$ , и решение ищется в виде  $\psi = \psi(\zeta)$ , не зависящем от радиуса  $R$ . При этом меридиональная составляющая скорости  $u_\theta = 0$ . Общее решение такого уравнения Стокса имеет вид

$$\psi = A_0 + A\zeta + B\zeta(1 - \zeta^2) + C \left[ \frac{1}{4}\zeta(1 - \zeta^2) \ln \left( \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \right) + \frac{1}{6}(3\zeta^2 - 2) \right],$$

где постоянные  $A_0, A, B, C$  определяются из граничных условий.

Граничные условия на поверхностях конусов формулируются в следующем виде

$$\left. \frac{d\psi}{d\zeta} \right|_{\zeta=\zeta_1} = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{d\zeta} \right|_{\zeta=\zeta_2} = 0, \quad \psi(\zeta_2) - \psi(\zeta_1) = \frac{Q}{2\pi},$$

где  $\zeta_1 = \cos \theta_1$ ,  $\zeta_2 = \cos \theta_2$ , а  $Q$  – заданный объемный расход жидкости.

Данные граничные условия гарантируют выполнение условия прилипания на стенках конической прослойки.

Подстановка этого решения и его производной в указанные условия приводит к системе четырех линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A_0, A, B, C$ . Данная система решена аналитически (с помощью Wolfram Mathematica), в результате впервые получены явные выражения коэффициентов через параметры  $\zeta_1, \zeta_2$  и расход  $Q$ . Полученное решение описывает стационарное радиальное течение в конической области между соосными конусами.

Данное течение рассматривается как базовый режим, на основе которого исследуется электровихревая закрутка [2]. Тем самым аналитическое решение задачи Стокса служит отправной точкой для построения модели электровихревого течения между соосными конусами.