

Влияние диссипативного параметра β Кима в явной схеме Ньюмарка на численную дисперсию при моделировании упругих волн методом спектральных элементов

Научный руководитель – Левин Владимир Анатольевич

Антонов Артем Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: artmihant@gmail.com

При использовании высокопорядковых спектральных элементов (SEM) в задачах волновой динамики [1] существенную роль играет численная дисперсия, проявляющаяся в ошибках фазовой скорости и появлении высокочастотных нефизических компонент решения [5]. В симплектических временных интеграторах семейства Ньюмарка [2] такие компоненты могут накапливаться и заметно снижать качество волновой картины [4]. Это особенно выражено при высоких порядках аппроксимации. Один из практических подходов к контролю этого эффекта состоит во введении управляемой численной диссипации, преимущественно воздействующей на высокочастотную часть спектра [3].

В настоящей работе исследуется влияние параметра диссипации Кима β [3] в явной центральной схеме Ньюмарка на численную дисперсию при SEM-аппроксимации. В качестве модельной задачи рассматривается распространение концентрической продольной волны в двумерной плоскодеформированной упругой среде от точечного изотропного источника.

Проведена серия расчётов на 48 сетках с различным числом элементов и порядком SEM; для каждой сетки сравниваются два режима: без диссипации ($\beta = 0$) и с диссипацией ($\beta = 1/27$). Качество решения оценивается по совокупности критериев: корреляции формы профиля скорости с аналитическим эталоном, сохранению глобальной энергии после начальной накачки источником, а также локальным зональным энергетическим индикаторам в областях до и после прохождения фронта, чувствительным к высокочастотной компоненте.

Установлено, что при $\beta = 1/27$ корреляция формы возрастает во всех случаях основной серии при малом изменении полной энергии к конечному моменту (порядка 0.2 процента). Зональные индикаторы показывают значимое уменьшение высокочастотной компоненты в областях до и после фронта. Дополнительный тест на искажённой сетке подтверждает сохранение эффекта на недекартых сетках. Также продемонстрировано отсутствие положительного эффекта для низкого порядка, но резкое усиление эффекта при переходе к высокому порядку элемента.

Источники и литература

- 1) Ampilov Yu. P., Antonov A. M., Kunchenko D. S., Levin V. A., Vershinin A. V. "Full-Waveform Seismic Simulation Using Spectral Element Method and Its Massively Parallel Implementation on MSU-270 Supercomputer". *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 46(8), 3605–3616 (2025).
- 2) Kane C., Marsden J. E., Ortiz M., West M. "Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(10), 1295–1325 (2000).

- 3) Kim W. "A simple explicit single step time integration algorithm for structural dynamics". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 119(5), 383–403 (2019).
- 4) Newmark N. M. "A method of computation for structural dynamics". *Journal of the Engineering Mechanics Division (ASCE)*, 85(3), 67–94 (1959).
- 5) Seriani G., Oliveira S. P. "Dispersion analysis of spectral element methods for elastic wave propagation". *Wave Motion*, 45(6), 729–744 (2008).