

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ФРЕЙМВОРКА  
WINTERFELL ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПО  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ РЕСУРСАМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА  
ВЫПОЛНЕНИЯ SHA-256**

**Воронов М. С., Николайчук А. К.**

*Программист, Студент*

*Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: michail.vms@gmail.com, Antyartem1@yandex.ru*

**Научный руководитель — Воронов М. С.**

**Цель работы** исследовать фреймворк Winterfell для построения STARK-доказательств, доказать свойства его функциональности (в частности, формульные оценки размера доказательства в зависимости от параметров протокола), реализовать на его основе доказательство выполнения SHA-256 и проверить теоретические выводы на этом примере.

В работе изучена архитектура Winterfell: представление вычисления в виде таблицы вычислений, разбиение на основной и вспомогательный сегменты в Randomized AIR (алгебраическое промежуточное представление), интерполяция столбцов в полиномы, переходные и граничные ограничения, построение композиционного полинома, низкостепенное расширение полиномов и протокол FRI (Fast Reed-Solomon IOP of Proximity). Выведены формулы для размера компонент доказательства (Merkle proofs, FRI proof, OOD frame и др.) и асимптотики полного размера.

**Теорема 1.** *Полный размер доказательства вычисления выражается как сумма компонент:*

$$|\pi| = |\mathcal{C}| + |\mathcal{M}| + |\mathcal{O}| + |\mathcal{Q}_T| + |\mathcal{Q}_C| + |\mathcal{F}| + |\nu_{\text{row}}|. \quad (1)$$

Здесь  $\mathcal{C}$  контекст (метаданные протокола),  $\mathcal{M}$  коммитменты (корни деревьев Меркла полиномов таблицы, композиции и слоёв FRI),  $\mathcal{O}$  внедоменные значения,  $\mathcal{Q}_T$  и  $\mathcal{Q}_C$  ветки деревьев Меркла для проверок композиционного и табличных полиномов,  $\mathcal{F}$  доказательство FRI,  $\nu_{\text{row}}$  поппе для proof-of-work. Основной вклад в размер дают  $\mathcal{F}$  (FRI proof) и  $\mathcal{Q}_T$  (trace queries); заметный вклад  $\mathcal{Q}_C$  (constraint queries). При фиксированных параметрах протокола размер доказательства растёт логарифмически по длине таблицы вычислений:  $|\pi| = O(Q \cdot \log(n))$ .

Реализована схема доказательства корректности вычисления SHA-256 в Winterfell. Для этого введена виртуальная машина, в которой битовые операции выражаются в терминах арифметики конечного поля по простому модулю и задаются переходными ограничениями AIR; измерены размеры доказательств при различных параметрах. Для реализации SHA-256 при длине строки  $n = 2^{20}$  измеренный размер доказательства составил около 119 КВ.

Ключевые параметры протокола:  $Q$  число запросов проверяющего,  $\rho$  коэффициент расширения домена,  $\eta$  коэффициент свёртки FRI,  $R$  максимальная степень остатка FRI,  $\lambda_{\text{grind}}$  параметр proof-of-work. Уровень безопасности оценивается эвристикой  $\lambda_{\text{conj}} \approx \min\{\log_2(\rho) \cdot Q + \lambda_{\text{grind}}, \text{field\_bits}, \text{collision\_resistance}\} - 1$ : каждый дополнительный запрос даёт примерно  $\log_2(\rho)$  бит безопасности, grinding добавляется аддитивно и почти не увеличивает размер доказательства. Теоретические оценки согласуются с экспериментами по декомпозиции доказательства и масштабированию при изменении параметров.

### Литература

1. Ben-Sasson E., Bentov I., Horesh Y., Riabzev M. Scalable, transparent, and post-quantum secure computational integrity. IACR ePrint 2018/046.
2. Ben-Sasson E., Bentov I., Horesh Y., Riabzev M. Fast Reed-Solomon Interactive Oracle Proofs of Proximity. IACR ePrint 2017/134.
3. Ben-Sasson E., Goldberg L., Kopparty S., Saraf S. DEEP-FRI: Sampling Outside the Box Improves Soundness. IACR ePrint 2019/336.
4. Haböck U., Kohlweiss M., Riabzev M. Basefold: Efficient Field-Agnostic Polynomial Commitment Schemes from Foldable Codes. IACR ePrint 2022/1216.
5. Winterfell Documentation: <https://github.com/facebook/winterfell>