

**АДАПТИВНЫЕ ВЕЙВЛЕТ-МЕТОДЫ  
ШУМОПОДАВЛЕНИЯ ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ УРОВНЕ  
ШУМА**

***Корень Владимир Евгеньевич***

*Студент*

*Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: smaydje1229@gmail.com*

***Научный руководитель — Шестаков Олег Владимирович***

В современном мире задача обработки цифровых сигналов встречается повсеместно. Любой передаваемый сигнал подвергается некоторому искажению из-за несовершенства среды передачи. Такое искажение называется шумом и в большинстве случаев имеет вероятностный характер. Задача обработки сигнала сводится к удалению шума с минимальными потерями полезной передаваемой информации.

Пусть есть получаемый сигнал  $y_i = f_i + \varepsilon_i$ , где  $1 \leq i \leq N$ . Или в векторной форме  $y = f + \varepsilon$ . Вектор  $y$  представляет собой получаемый сигнал,  $f$  – исходный сигнал,  $\varepsilon$  – белый гауссовский шум, т.е. его компоненты попарно независимы и  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , где  $\sigma^2$  – неизвестная дисперсия шума.

Для обработки сигналов в данной работе используются методы вейвлет-анализа. Вейвлеты – это семейство функций, которые получаются из одной функции посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени [1].

Для подавления шума используется дискретное вейвлет-преобразование, позволяющее представить сигнал в виде системы коэффициентов:  $\{c_{j,k}, d_{j,k}\}$ , где  $c_{j,k}$  – аппроксимирующие коэффициенты,  $d_{j,k}$  – детализирующие коэффициенты. Индекс  $j$  обозначает уровень разложения (масштаб) вейвлет-преобразования и определяет степень детализации сигнала: малые значения  $j$  соответствуют более высокочастотным компонентам, большие – более сглаженным. Индекс  $k$  задаёт положение коэффициента во времени внутри фиксированного масштаба, то есть отвечает за локализацию вейвлета.

Предполагается, что на самом мелком масштабе  $j = 1$  детализирующие коэффициенты преимущественно описывают шумовую составляющую сигнала. Это позволяет получить [2] оценку неизвестной дисперсии шума  $\hat{\sigma}$ . После оценки уровня шума выполняется по-

роговая обработка детализирующих коэффициентов:

$$\tilde{d}_{j,k} = \delta(d_{j,k}, T),$$

где  $\delta$  – пороговая функция, а  $T$  – значение порога.

Пороговая обработка подавляет шумовую составляющую сигнала за счёт уменьшения или обнуления вейвлет-коэффициентов малой амплитуды, сохраняя при этом значимые коэффициенты, отвечающие за полезную структуру сигнала.

Оптимальный порог выбирается путём минимизации оценки риска Штейна [3]:

$$\text{SURE}(T) = N\hat{\sigma}^2 + \sum_{k=1}^N (\delta(d_{1,k}, T) - d_{1,k})^2 + 2\hat{\sigma}^2 \sum_{k=1}^N \frac{\partial \delta(d_{1,k}, T)}{\partial d_{1,k}}$$

После нахождения порога применяется обратное вейвлет-преобразование, в результате чего получается очищенный от шума сигнал. Данный подход с различными пороговыми функциями был программно реализован и протестирован на наборе стандартных сигналов. Полученные результаты подтверждают эффективность применения статистически обоснованных подходов к улучшению качества передачи и обработки сигналов.

### Литература

1. Захарова Т.В., Шестаков О.В. Вейвлет-анализ и его приложения: учебное пособие – 2-е издание, Москва: ИНФРА-М, 2021.
2. Jansen M. Noise Reduction by Wavelet Thresholding. Lecture Notes in Statistics. Vol. 161. New York: Springer Verlag, 2001.
3. Kudryavtsev A., Shestakov O. Properties of the SURE Estimates When Using Continuous Thresholding Functions for Wavelet Shrinkage // Mathematics. 2024. Vol. 12. Article 3646. <https://doi.org/10.3390/math12233646>