Математическое моделирование биологических осцилляторов

Сюй Цзяжуй

Студентка, 4 курс бакалавриата

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, КНР

E-mail: xjr15763806740@outlook.com

***Научный руководитель** — Семендяева Наталья Леонидовна*

Все биологические системы демонстрируют так называемые популяционные волны, или волны жизни – колебания численности видов. Особый интерес представляют периодические волны жизни, поскольку они обеспечивают сохранение биологических видов, и механизмы их возникновения.

Целью данной работы является поиск периодических режимов функционирования системы «два хищника – одна жертва». Динамика видов описывается системой трёх обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), являющейся обобщением классической модели Лотки-Вольтерры «хищник-жертва» [1]-[3]:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = ax - b_1xy - b_2xz - ex^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = -c_1y + d_1xy, \\ \dfrac{dz}{dt} = -c_2z + d_2xz. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь x – численность жертв, y, z – численность двух видов хищников [особей], $x, y, z \geq 0$; a – скорость рождения жертв, b_1 и b_2 – скорости гибели жертв при взаимодействии с хищниками первого и второго видов соответственно, e – скорость гибели жертв в результате внутривидовой конкуренции, c_1 и c_2 – скорости смерти хищников по естественным причинам, d_1 и d_2 – скорости рождения хищников [особей/ед. врем.]. Для системы (1) ставится задача Коши с начальными условиями

$$x(0) = x_0,\ y(0) = y_0,\ z(0) = z_0. \tag{2}$$

Аналитические исследования показали, что в общем случае система ОДУ (1) может иметь не более четырёх точек покоя, координаты которых принадлежат первому октанту фазового пространства. Однако при выполнении определённого соотношения, связывающего параметры модели, фазовый портрет системы будет содержать целый отрезок, заполненнный точками покоя. Эти точки покоя являются устойчивыми по Ляпунову, но не всегда асимптотически устойчивы. При отсутствии асимптотической устойчивости точки, принадлежащие указанному отрезку, демонстрируют свойства точек покоя типа центр. В этом случае траектории системы (1) в фазовом пространстве являются замкнутыми линиями, зависящими от начальных условий (2).

Литература

1. А. Д. Базыкин. Математическая биофизика взаимодействующих популяций, Москва, Наука, 1985.
2. A. J. Lotka. Analytical note on certain rhythmic relations in organic systems // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S., 1920, V. 6, P. 410.
3. Volterra V. Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie, Paris: Gauthier-Villars, 1931.