
Регулярный граф кольца матриц над полем представляет собой естественный математический объект, вершинами которого являются матрицы максимального ранга (в случае квадратных матриц — невырожденные матрицы), а ребро между матрицами A и B проводится тогда и только тогда, когда ранг их суммы меньше максимального (для квадратных матриц — когда их сумма вырождена). В работах [2] и [5] были исследованы кликовое и хроматическое числа данного графа. Другой важной характеристикой регулярного графа выступает группа его автоморфизмов. Для тотального графа кольца матриц (который определяется аналогично регулярному, однако его вершинами служат все матрицы фиксированного размера, а не только невырожденные) группа автоморфизмов была найдена в статье [3]. Вопрос об автоморфизмах регулярного графа до настоящего времени остается открытым.

В докладе будет предложено два результата, полученных в статье [1] и касающихся автоморфизмов регулярного графа кольца матриц. Первый результат состоит в том, что автоморфизмы регулярного графа сохраняют когерентность, то есть переводят пары матриц, разность которых имеет ранг 1, в пары матриц с тем же свойством. Биективные отображения, строго сохраняющие когерентность матриц, хорошо известны в математике; их описание было дано в работе [3] еще в 1951 году, однако оно относится ко всем матрицам, в отличие от рассматриваемого нами случая матриц максимального ранга. В нашем случае полное описание автоморфизмов получено лишь при дополнительном предположении аддитивности автоморфизма. Для достижения этого результата используется первое утверждение, а также теорема Хуа из статьи [4]. В докладе будет изложен план доказательства обоих результатов.

Отметим, что задача описания автоморфизмов, смежная с задачами LPP (Linear Preserver Problems), оказывается решенной для аддитивных биекций, а значит и для линейных. Таким образом новые результаты демонстрируют связи с задачами LPP.

Доклад подготовлен в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Литература

1. Гусев И.И., Максаев А. М., Промыслов В. В. Аддитивные автоморфизмы регулярного матричного графа // Записки научных семинаров ПОМИ. Том 542. 2025. С. 20–41.
2. Akbari S., Jamaali M., Seyed Fakhari S.A. The clique numbers

-
- of regular graphs of matrix algebras are finite // *Linear Algebra Appl.*, 431. 2009. P. 1715–1718.
3. Costara C., Guterman A. E., Maksaev A. M., Promyslov V. V. Automorphisms of the total digraph for the ring of square matrices over a field // *Linear Algebra Appl.*, 666. 2023. P. 129–143.
 4. Hua L. K., A theorem on matrices over a sfield and its applications // *J. Chin. Math. Soc. (N.S)*, 1. 1951. P. 110–163.
 5. Tomon I. On the chromatic number of regular graphs of matrix algebras // *Linear Algebra Appl.*, 475. 2015. P. 154–162.