

Схемы с малым дефектом для функции голосования

Джавадзаде Рена Хазар гызы

Студент (бакалавр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дискретной математики, Москва, Россия
E-mail: renajavadza@gmail.com

Функцией голосования от n переменных называют n -местную булеву функцию MAJ_n такую, что $MAJ_n(\tilde{x}) = 1$ тогда и только тогда, когда $\text{wt}(\tilde{x}) > \frac{n}{2}$, где n — нечетное целое число (здесь \tilde{x} — набор из $\{0, 1\}^n$, а $\text{wt}(\tilde{x})$ — число единиц в \tilde{x}).

Пусть B — множество булевых функций. Схемой из функциональных элементов в базисе B называется ориентированный граф без ориентированных циклов, вершинам которого приписаны переменные из алфавита $\{x_1, x_2, \dots\}$ или функции из B . Вершинам входной степени 0 приписаны переменные, и эти вершины называются *входами*. Вершинам входной степени k приписаны k -местные функции, такие вершины называются *элементами*. Один из элементов схемы выделен и называется *выходным*. Говорят, что схема *реализует* некоторую булеву функцию f , если её выходной элемент реализует эту функцию. В данной работе каждой вершине схемы сопоставляется функция голосования, реализуемая этой вершиной. *Глубиной* схемы называется наибольшая длина ориентированного пути, соединяющего вход схемы и её выходной элемент. *Ветвлением* схемы будем называть наибольшее число входов ее элемента. *Дефектом* схемы назовем такое $m \geq 0$, что на всех \tilde{x} таких, что $\text{wt}(\tilde{x}) = \frac{n+1}{2} + m$ схема на выходе выдает 1.

В работах [1] и [2] была получена верхняя оценка $n - 2$ на ветвление схемы глубины два для функции голосования при $n > 7$. Схемы, точно реализующие функцию голосования с ветвлением $n - 4$, в настоящее время неизвестны. В связи с этим в рамках данной работы рассматривается задача о поиске схем с небольшим ветвлением, реализующих функцию голосования от n переменных с малым дефектом.

В работе построены новые схемы для функции голосования с дефектом 1. Доказано, что для любого $n \geq 7$ функция голосования от n переменных имеет схему с дефектом 1 с входным ветвлением $n - 4$ из $\lceil \frac{n}{3} \rceil$ элементов.

Источники и литература

- 1) Комбаров Ю. А. Схема глубины два с ограниченным входным ветвлением для функций голосования // *Вестн. Моск. ун-та. Серия 1. Матем. Мех.*, 2018, № 5, с. 58–60.
- 2) Amano K. Depth Two Majority Circuits for Majority and List Expanders // *43rd International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science*, August 27–31, 2018, Liverpool, UK.
- 3) Kulikov A. S., Podolskii V. V. Computing majority by constant depth majority circuits with low fan-in gates // *34th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science*. 2017.