

Секция «Математика, информационные технологии и их приложения»

Применение метода Ньютона–Крылова с многосеточным предобуславливанием для решения двумерных нелинейных уравнений в частных производных разрывным методом Галёркина на графических ускорителях (CUDA).

Нефедов Михаил Сергеевич

Аспирант

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, Факультет математики и информационных технологий, Саранск, Россия

E-mail: snef7@yandex.ru

В работе рассматривается численное моделирование двумерных нестационарных течений сжимаемой двухкомпонентной газовой смеси. Для расчета используется система уравнений Эйлера в консервативной форме. Основная цель исследования — построение устойчивого и эффективного алгоритма для длительного интегрирования сложных вихревых течений на подробных расчетных сетках.

В качестве пространственной аппроксимации применяется разрывный метод Галеркина (DG) на прямоугольных сетках [3]. Для вычисления потоков на границах ячеек используется приближенный решатель задачи Римана HLLC [1]. Временная аппроксимация выбрана неявной, что позволяет ослабить жесткое ограничение на шаг по времени и повысить практическую эффективность расчетов.

После неявной дискретизации на каждом временном слое возникает нелинейная система алгебраических уравнений. Для ее решения используется метод Ньютона-Крылова [4].

Для ускорения сходимости используется многосеточное предобуславливание (FAS MG), которое позволяет уменьшить число внутренних итераций и повысить устойчивость расчета при больших шагах по времени [2].

Работоспособность предложенного подхода анализируется на трех задачах: неустойчивость Кельвина-Гельмгольца; два сдвиговых слоя в несжимаемом пределе; затухающая однородная изотропная турбулентность.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что комбинация неявного DG-подхода, JFNK и FAS-предобуславливания обеспечивает устойчивый расчет и сокращение вычислительных затрат по сравнению с непредобусловленным вариантом. Предложенный алгоритм можно рассматривать как перспективную основу для решения задач вычислительной газовой динамики большой размерности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-00308, <https://rscf.ru/project/25-21-00308/>

Источники и литература

- 1) Ладонкина М. Е., Неклюдова О. А., Тишкин В. Ф. Использование разрывного метода Галеркина при решении задач газовой динамики // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 1. С. 17-32.
- 2) Brandt A. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems // Mathematics of Computation. 1977. Vol. 31, No. 138. P. 333-390.
- 3) Cockburn B., Shu C.-W. The Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Method for Conservation Laws V: Multidimensional Systems // Journal of Computational Physics. 1998. Vol. 141. P. 199-224.

- 4) Knoll D. A., Keyes D. E. Jacobian-free Newton-Krylov methods: a survey of approaches and applications // Journal of Computational Physics. 2004. Vol. 193, No. 2. P. 357-397.