Секция «Математика, информационные технологии и их приложения»

Решение задач газовой динамики на GPU

Гордеев Станислав Алексеевич
Студент (бакалавр)
Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, Факультет математики и информационных технологий, Саранск, Россия
E-mail: gordeev.stas2004.s@mail.ru

Рассматривается численное решение уравнений Эйлера разрывным методом Галеркина для моделирования газодинамических неустойчивостей и турбулентных течений [1]. Система уравнений Эйлера в консервативной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}) = 0,$$

где $\mathbf{u} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T$ — вектор консервативных переменных,

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \rho u; \rho v \\ \rho u^2 + p; \rho uv \\ \rho uv; \rho v^2 + p \\ (\rho E + p)u; (\rho E + p)v \end{pmatrix}$$

Для аппроксимации решения используется квадратичный базис из 6 функций на прямоугольных ячейках:

$$\varphi_0 = 1,\ \varphi_1 = \xi,\ \varphi_2 = \eta,\ \varphi_3 = \xi^2,\ \varphi_4 = \xi\eta,\ \varphi_5 = \eta^2,$$

где $\xi = (x - x_c)/h_x$, $\eta = (y - y_c)/h_y$

Для подавления осцилляций на разрывах реализован ограничитель Барта–Йесперсена: при малых изменениях сохраняется квадратичное разложение, при сильных разрывах — переключение на лимитированное линейное.

Проведены расчёты трёх тестовых задач [2]: 1. Кельвина–Гельмгольца с контактной поверхностью; 2. Два сдвиговых слоя в несжимаемой среде; 3. Затухающая изотропная турбулентность со спектром Колмогорова.

Результаты показывают: сохранение массы с точностью 10^{-6} на всём временном интервале; развитие вихревой структуры без нефизических осцилляций на контактной поверхности; энергетический спектр турбулентности сохраняет наклон $-5/3$ в инерциальном диапазоне.

Таким образом, предложенный подход обеспечивает оптимальный баланс между точностью разрешения вихревых структур и устойчивостью на контактных поверхностях.

Источники и литература

1) Жалнин Р.В., Масягин В.Ф., Пескова Е.Е., Тишкин В.Ф. Моделирование развития неустойчивости Рихтмайера–Мешкова с использованием разрывного метода Галеркина на локально-адаптивных сетках // Математическое моделирование. 2020. Т. 32. № 10. С. 34–46.

2) Глотов В.Ю., Головизнин В.М. Схема Кабаре для двумерной несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т. 53. № 6. С. 898–913.