**Эволюция трехмерной нестационарной контрастной структуры в среде со слабой адвекцией**

***Гань Цинчжао* 1 , Быков А.А. 2,**

1*аспирант,* 2профессор,

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,физический факультет, Москва, РоссияE–mail: *ganqingzhao@my.msu.ru,* abykovmsu@mail.ru.

Мы изучаем эволюцию концентрации примеси в трёхмерной неоднородной среде со слабой адвекцией. Изменение концентрации описывается уравнением реакции – адвекции – диффузии (РАД) в ограниченной области  Процесс генерации описывается гладкой функцией плотности источников (ФПИ) . Мы предполагаем, что имеются три значения концентрации в которых ФПИ меняет знак при переходе через нулевое значение, причём  Вводим в уравнение малый параметр :

  (1)

Граничные условия примем второго рода:  на поверхности  и с начальным условием  Сформулируем начальные условия. Пусть  – связная область с гладкой границей для которой существует покрытие открытыми гладкими частями,  расстояние от  до  больше нуля. Рассмотрим контрастную структуру (КС), которая состоит из ровно одного пятна границу которого назовем поверхностью ВПС и обозначим  Наша цель – установить и обосновать основные законы эволюции  Так как нас интересуют прежде всего физические приложения, мы ограничимся построением приближений нулевого и первого порядков, а также обоснованием существования решения, основанным на теории дифференциальных неравенств [1].

В основе теории сингулярных возмущений функции переходного слоя, а также  представим в виде рядов по степеням малого параметра :  Вводим преобразование параметра чтобы сформулировать систему полугеодезических координат для  Выполним замену переменных    Вместо (1) получим систему краевых задач для вычисления разложения в ряд по степеням . Функцию нулевого порядка  найдём из краевой задачи

  (2)

Функция  также зависит от  как параметров. Мы рассмотрим бегущее квазиволновое решение задачи (2):  где  Из условия разрешимости задачи (2) значение  найдём в явной форме [2]:

 

Пусть векторная функцияесть решение задачи Коши   где- точка на Рассмотрим уравнение эйконала:  Используя для доказательства теорию Гамильтона-Якоби [3], мы покажем, что законы эволюции ВПС в нулевом порядке совпадают с законами распространения волнового фронта вплоть до момента появления первой особой точки или до первой точки самоналожения. Аналогично, возникает задача вычисления функции первого порядка . Из этого следует, что скорость первого порядка складывается из (1) компоненты скорости адвекции  направленной перпендикулярно поверхности ВПС, (2) скорости дрейфа средней кривизны  (3) скорости градиентного дрейфа  Результаты согласуются с [4], причём теперь мы имеем строгое обоснование. На рис. 1 показана эволюция фронта КС, изначально имеющей форму осесимметричного сплюснутого эллипсоида. Начиная с момента времени третьего снимка на поверхности нулевого порядка появляется излом, сглаживающийся в первом порядке. На рис. 2 показаны детали эволюции фронта КС, изначально имеющей форму трёхосного эллипсоида, в окрестности области образования излома.

|  |  |
| --- | --- |
|  figbb06_00 |  |
| ***Рис. 1.*** Эволюция КС, начальная форма - осесимметрический сплюснутый эллипсоид. |
|  figbb09_00 |  |
| ***Рис. 2.*** Эволюция КС, начальная форма - трёхосный эллипсоид. |

**Литература**

1. Нефедов Н.Н. Развитие методов асимптотического анализа переходных слоев в уравнениях реакции–диффузии–адвекции: теория и применение. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2021. 61, №.12. C. 2074–2094.
2. Божевольнов Ю.В., Нефедов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция – диффузия. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. 50, №.2. C. 276–285.
3. Вайнберг Б.Р. Асимптотические методы в уравнениях математический физики. //М., изд-во МГУ. 1982.
4. Быков А.А., Воеводин В.В., Козырева О.В., Попов В.Ю., Соколов Д.Д. Поверхностное натяжение контрастных структур. // Докл. АН СССР. 1999. 364, №.3. C. 319–322.