Секция «Математическое моделирование и информационные технологии»

Оценивание неизвестных параметров дискретной линейной стохастической системы с автокоррелированным шумом в измерениях

Лукин Олег Валерьевич
Аспирант
Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия
E-mail: oleg.lukin.v@mail.ru

Задача оценивания состояния линейных дискретных стохастических систем широко изучается в связи с ее важностью в различных областях, включая связь, промышленную электронику, распознавание речи, обработку измерительной информации и т. п.

В данной работе рассматривается задача оценивания неизвестных параметров дискретной линейной стохастической системы с автокоррелированным шумом в измерениях, представленную следующими разностными уравнениям:

$$x_{k+1} = A(\theta)x_k + \omega_k, \tag{1}$$

$$y_k = C(\theta)x_k + v_k, \tag{2}$$

$$v_k = \sum_{i=0}^{l} H_i \varsigma_{k-i}, k = 0, 1, ... \tag{3}$$

где $x_k \in R^n$ — неизвестное состояние; $\omega_k \in R^n$ — шум в уравнении объекта; $y_k \in R^p$ — измерение; $v_k \in R^p$ — автокоррелированный шум; $\varsigma_k \in R^q$ — случайный вектор; $\varsigma_j = 0$ при $j < 0; A(\theta), C(\theta)$ и H_i — матрицы соответствующих размерностей, причем матрицы A и C могут зависеть от неизвестного параметра $\theta \in R^s$; начальное состояние x_0 представляет собой случайный вектор со средним $\overline{x}_0$ и ковариационной матрицей $\overline{P}_0$.

Поставим задачу оценивания неизвестного векторного параметра $\theta = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_s)^T$ по данным зашумленных измерений $y_k, k = 0, 1, ..., N$.

Для решения задачи модифицируем алгоритм дискретной фильтрации калмановского типа [2, 3] путем перехода к новому представлению системы (1)–(3) с расширенным вектором состояния $\overline{\phi}_k$, который имеет вид: $\overline{\phi}_k = (x_k^T, \varsigma_k^T, \varsigma_{k-1}^T, ..., \varsigma_{k-l}^T, \theta^T)^T$.

Таким образом, запишем новое представления системы (1)–(3):

$$\overline{\phi}_{k+1} = \overline{A}_\diamond \overline{\phi}_k + \overline{\varepsilon}_k, \tag{4}$$

$$y_k = \overline{C}_\diamond \overline{\phi}_k, \tag{5}$$

где $\overline{A}_\diamond = \begin{pmatrix} A(\theta) & 0_{n\times lq} & 0_{n\times q} & 0_{n\times s} \\ 0_{q\times n} & 0_{q\times lq} & 0_{q\times q} & 0_{q\times s} \\ 0_{lq\times n} & I_{lq} & 0_{lq\times q} & 0_{lq\times s} \\ 0_{s\times n} & 0_{s\times q} & 0_{s\times q} & I_{s\times s} \end{pmatrix}, \overline{\varepsilon}_k = \begin{pmatrix} \omega_k \\ \varsigma_{k+1} \\ 0_{lq\times 1} \\ 0_{s\times 1} \end{pmatrix},$

$\overline{C}_\diamond = (C(\theta), H_0, H_1, ..., H_l, 0_{p\times s})$ и $\overline{Q}_\diamond = diag(Q, J, 0_{lq\times lq}, 0_{s\times s})$.

Следует отметить, что система (4)–(5) уже не является линейной.

Для решения задачи параметрического оценивания в работе предложен новый алгоритм дискретной фильтрации в форме расширенного фильтра Калмана [1], который позволяет одновременно оценивать как вектор состояния x_k исходной системы, так и неизвестный системный параметр θ.

Источники и литература

1) Grewal, M.S. and Andrews, A.P. Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB. 4th Edition. – John Wiley & Sons Inc., New York, 2014.

2) Liu W. Kalman Filtering with Finite-Step Autocorrelated Measurement Noise / W. Liu, P. Shi, H. Zhang // J. Comput. Appl. Math. – 2022. – Vol. 408. – P. 114138. – ISSN 0377-0427.

3) Лукин О.В. АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМА КАЛМАНОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С АВТОКОРРЕЛИРОВАННЫМ ШУМОМ В ИЗМЕРЕНИЯХ // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ–2023» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, Е.И. Зимакова. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2023. ISBN 978-5-317-06952-0.