

Моделирование параллельной RLC-цепи средствами Scilab.

Бирюкова Анастасия Михайловна

Студент (магистр)

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

E-mail: *nastya22bir@gmail.com*

Для моделирования параллельной RLC-цепи средствами Scilab создается математическая модель данной цепи, которая описывает ее поведение. Параллельная RLC-цепь состоит из параллельно соединенных резистора (R), катушки индуктивности (L) и конденсатора (C). Данная модель широко используется в схемах и устройствах, имеющих большое количество элементов, таких как аудиоусилители и видеоусилители, фильтры, радиоприемники и другие [1]. Она позволяет эффективно анализировать и предсказывать поведение электрических цепей с учетом влияния индуктивного и емкостного элементов, помимо сопротивления. Также модель параллельной RLC-цепи позволяет оптимизировать работу цепи с минимальными потерями энергии. Знание значений параметров R, L и C цепи позволяет выбрать оптимальные значения этих элементов, чтобы обеспечить наилучшую работу цепи при заданных условиях.

Для моделирования используются следующие методы:

1. Определение математической модели, описывающую ее поведение.
2. Переход к дискретной модели.
3. Численное решение дифференциальных уравнений и визуализация результатов программным кодом.

Для составления математической модели используются базовые физические формулы и законы Ома и Кирхгофа. Таким образом система дифференциальных уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L}U(t) \\ \frac{dU}{dt} = \frac{r(t)}{C} - \frac{U(t)}{RC} - \frac{I_L}{C} \end{cases}$$

В матричном виде уравнения примут вид модели в непрерывном времени:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} r(t) \\ z(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U \end{bmatrix} \end{cases}$$

Переходная матрица состояния к дискретной модели найдена через преобразование Лапласа.

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \frac{ae^{a\tau} - be^{b\tau}}{(a-b)} + \frac{1}{RC} \frac{e^{a\tau} - e^{b\tau}}{(a-b)} & \frac{1}{L} \frac{e^{a\tau} - e^{b\tau}}{(a-b)} \\ -\frac{1}{C} \frac{e^{a\tau} - e^{b\tau}}{(a-b)} & \frac{ae^{a\tau} - be^{b\tau}}{(a-b)} \end{bmatrix}$$

Для расчета матрицы управления дискретной системы:

$$B_1 = \int_0^\tau \Phi(t) B dt = \frac{1}{LC(a-b)} \left(\frac{1}{a} (e^{a\tau} - 1) - \frac{1}{b} (e^{b\tau} - 1) \right)$$

$$B_2 = \frac{1}{C(a-b)}(e^{a\tau} - e^{b\tau})$$

В ходе исследований обнаружено, что непрерывная модель в начальный момент, энергия, переданная контуру в исходном состоянии, релаксирует с частотой ω_d . Далее процесс определяется частотой и амплитудой источника тока. При увеличении резистора время переходного процесса увеличивается, достигая наибольшего значения при резонансе, а затем сокращается из-за меньших потерь энергии в контуре. При воздействии синусоидальном сигналом цепь начинает колебаться с частотой воздействия, а при единичной функции напряжение на элементах стремится к константе. Однако в начальный момент контур расходует энергию по-разному в зависимости от типа сигнала. Например, при входном воздействии равном угловой частоте ω_d контур даже при небольшом входном сигнале амплитуда выходного сигнала увеличивается во много раз.

В результате построена математическая модель параллельной RLC-цепи средствами Scilab, что позволило изучить её резонансные частоты, амплитуду и другие характеристики. После анализа данных можно сделать вывод, что непрерывная модель более точно отражает поведение системы и представляется более гладкой кривой на графике. Графики дискретных моделей, напротив, имеют ступенчатый вид, где точки соединены отрезками. Важно отметить, что несмотря на различия в визуализации, дискретные значения попадают на график непрерывной модели. Это свидетельствует о правильном вычислении матриц перехода, и данную модель можно использовать как замену непрерывному времени. Эквивалентность систем понимается в том смысле, что при соответствующих начальных условиях их реакции на одно и то же входное воздействие совпадают [2].

Данная работа позволяет понять поведение цепи в зависимости от внешних условий и значений параметров, а также прогнозировать реакцию на различные сигналы. Достичь резонанса в электрической цепи возможно изменяя угловую частоту источника переменного тока, индуктивности или емкости.

Источники и литература

- 1) Матвиенко, В. А. Основы теории цепей: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 27.03.04 – Управление в технических системах в УрФО // В. А. Матвиенко. Учебное пособие. Екатеринбург, УМЦ УПИ, 2016. С. 40-45.
- 2) Ощепков, А. Ю. Проектирование цифровых систем управления. Моделирование систем управления физико-техническими объектами : учебно-методическое пособие // А. Ю. Ощепков, М. В. Жужгов. Учебно-методическое пособие. Пермь : Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2023. С. 60-75.