

Асимптотика времени вырождения двуполого критического ветвящегося процесса в случайной среде

Научный руководитель – Шкляев Александр Викторович

Жиянов Антон Павлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и
случайных процессов, Москва, Россия

E-mail: zhiyanovap@gmail.com

В работе рассматривается двупольный критический ветвящийся процесс $\{Z_n^N = L(F_n, M_n), n \geq 0\}$ в случайной среде $\eta = \{\eta_n, n \geq 0\}$, начинающийся с большого числа пар $Z_0^N = N$. Предполагается, что состояния среды η_1, η_2, \dots являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами и определяют распределение числа потомков типа F и T по закону

$$\mathbf{E} (s^{F_n} t^{M_n} | Z_{n-1}, \eta_n) = f_{\eta_n}(s, t)^{Z_{n-1}}, \quad n = 1, \dots,$$

где $f_\alpha(s, t)$ – семейство производящих функций.

На функцию паросочетаний $L(x, y)$ накладывается следующее условие. Существует некоторая липшицева функция $g(x, y)$ и константа A , такая что для любой пары (x, y) и числа C выполнено неравенство

$$|L(Cx, Cy) - Cg(x, y)| \leq A\sqrt{C}.$$

Естественная функция паросочетаний $L(x, y) = \min(x, y)$ удовлетворяет этим условиям.

Также предполагается, что приращения $\xi_i = \ln \mathbf{E} (g(F_{i,1}, M_{i,1}) | \eta_i)$ сопровождающего случайного блуждания $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$ имеют нулевое среднее и конечную дисперсию.

В этих условиях показано, что имеет место сходимость по распределению $\tau(N)/\ln^2(N) \xrightarrow{d} \zeta, N \rightarrow \infty$, где $\tau(N) = \min\{n \geq 0 : Z_n^N = 0\}$ – время вырождения ветвящегося процесса. В работе найдено точное распределение невырожденной случайной величины ζ .

Иллюстрации

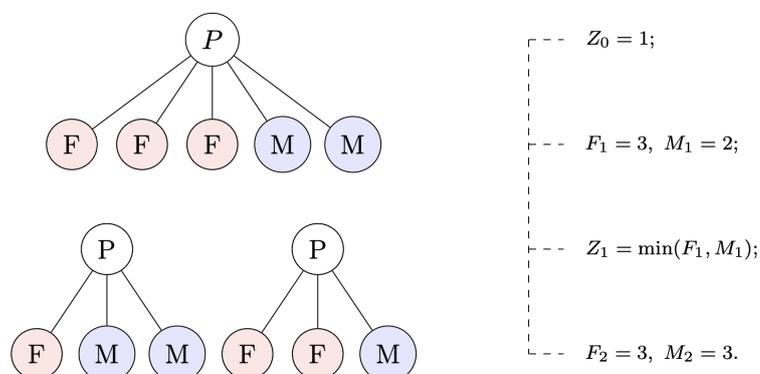


Рис. : Двупольный ветвящийся процесс с естественной функцией паросочетаний.