**Интегральное представление деформированных матричных моделей**

Орешина А.А1,2

1Институт теоретической и экспериментальной физики имени А.И. Алиханова

2Московский Физико-Технический институт

Матричные модели – это интегралы по матрицам вида:

Исторически они возникли в статистической физике как статсуммы хаотических систем, что отразилось в структуре подынтегрального выражения: показатель экспоненты отсылает к потенциалу теории. Позже теория матричные модели нашли применение в теориях струн, квантовой гравитации, локализации и комбинаторике. Дальнейшее развитие матричных моделей привело к обобщению и усложнению их структуры, что позволило обнаружить непосредственную связь между моделями, ранее стоявшими особняком. Так β-деформация связала интегралы по эрмитовым, ортогональным и симплектическим матрицам, а обнаруженное W-представление статсумм – числа Гурвица и Эрмитовы гауссовы модели.

Недавно был придуман целый класс матричных моделей [1], изначально задающихся своим W-представлением, а не матричным интегралом. Этот класс интересен тем, что отдельные его представители – уже давно известные модели (числа Гурвица, Эрмитовы Гауссовы модели во внешнем поле и без него), которые таким образом оказались связаны между собой одной теорией. Этот класс естественным образом делится на 3 ветви: положительную, отрицательную и нулевую согласно градуировке операторов. Сами операторы задаются рекуррентным коммутированием с гамильтонианом Руджинарса [2].

Для этих моделей было придумано интегральное представление в виде двуматричного интеграла [3]:

Перед нами стояла задача придумать интегральное представление β-обобщения WLZZ моделей [1]. Для этого следовало перейти к интегралу по собственным значениям матриц. Интегрирование по угловым переменным привело к возникновению в подынтегральном выражении интеграла Ициксона-Зюбера [4], а изменение меры интегрирования – к появлению детерминантов Вандермонда .

Зная, как проводилась β-деформация Гауссовой модели, являющейся одним из представителей β-WLZZ класса, мы построили β-деформацию интегрального представления всего класса:

Численные проверки показали, что первые члены разложения по пертурбативным переменным и совпадают с аналогичными при вычислении статсуммы, полученной с помощью W-оператора. Дополнительным свидетельством в пользу того, что приведённый интеграл действительно является статсуммой β-деформированного класса WLZZ моделей, мы восстановили W-операторы из интегрального представления, воспользовавшись тем фактом, что

где – оператор Данкла.

Литература

1. *Rui Wang, Fan Liu, Chun-Hong Zhang, and Wei-Zhong Zhao*. Superintegrability for (β-deformed) partition function hierarchies with W-representations // Eur. Phys. J. C, 82(10):902, 2022
2. *H. Awata*. Hidden Algebraic Structure of the Calogero—Sutherland Model, Integral Formula for Jack Polynomial and Their Relativistic Analog, pp. 23–35 // Springer New York, New York, NY, 2000
3. Mironov, A., Mishnyakov, V., Morozov, A., Popolitov, A., and Zhao, W. Z. On KP-integrable skew Hurwitz τ-functions and their β-deformations // Physics Letters B, 839, 137805.
4. *E Br ́ezin and S Hikami.* An extension of the harishchandra-itzykson-zuber integral // Communications in mathematical physics, 235:125–137, 2003.