**Конечномерные динамики эволюционных уравнений со многими пространственными переменными**

**Тао С.**

аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,физический факультет, Москва, РоссияE–mail: 86taosinian@gmail.com

В докладе рассматриваются эволюционные дифференцальные уравнения вида

$$\frac{∂u}{∂t}=f\left(x,u,\frac{∂^{\left|σ\right|}u}{∂x^{σ}}\right) (1)$$

порядка $k$, где $x=\left(x\_{1},…,x\_{n}\right)$ – вектор пространственных переменных, $σ=\left(σ\_{1},…,σ\_{n}\right)$ – мультииндекс, $σ\_{1},…,σ\_{n}\in \left\{0,1,…,k\right\}$ и $\left|σ\right|=σ\_{1}+…+σ\_{n}$ и $1\leq \left|σ\right|\leq k$, $u$ – скалярная функция, а функция функция $f\in C^{\infty }$. Частные производные здесь обозначены

$$\frac{∂^{\left|σ\right|}u}{∂x^{σ}}=\frac{∂^{\left|σ\right|}u}{∂x\_{1}^{σ\_{1}}…∂x\_{n}^{σ\_{n}}}.$$

Для исследования решений таких уравнений обычно используется теория симметрий. Для этого находят инфинитезимальные симметрии исходных уравнений, т.е. векторные поля, сдвиги вдоль которых не изменяют уравнений, а затем ищут решения, инвариантные относительно этих сдвигов.

Метод конечномерных динамик в некотором смысле полностью противоположен. А именно, при таком подходе мы ищем вполне интегрируемые распределения, которые имеют в качестве симметрий исходный эволюционный поток, т.е. поток, порождаемый уравнением (1) (см. [1]). При этом решения эволюционных уравнений получаются путем интегрирования этих распределений и сдвига их максимальных многообразий по эволюционному потоку.

Таким образом, описанный метод позволяет выделять из всего множества решений эволюционных дифференциальных уравнений подмножества, элементы которых определяются конечным набором параметров. Поэтому такие распределения мы называем конечномерными динамиками уравнений (1).

В докладе рассматривается уравнение линейной анизотропной фильтрации

$$\frac{∂u}{∂t}=\frac{∂}{∂x\_{1}}\left(k\_{1}(x\_{1},x\_{2})\frac{∂}{∂x\_{1}}\right)+\frac{∂}{∂x\_{2}}\left(k\_{2}(x\_{1},x\_{2})\frac{∂}{∂x\_{2}}\right).$$

Для него строятся конечномерные динамики и находится семейство точных решений.

Также будет представлено обобщение данного метода на системы эволюционных уравнений [2].

 Для уравнений с одной пространственной переменной метод конечномерных динамик был применен в работе [3].

**Литература**

1. Kushner A. G. Dynamics of evolutionary differential equations with several spatial variables // Mathematics. – 2023. – Vol. 11, no. 2. – P. 335-346.

2. Kushner A. G., Tao S. Evolutionary systems and flows on solutions spaces of finite type equations // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, no. 9. – P. 3945-3951.

3. Kruglikov B. S., Lychagina O. V. Finite dimensional dynamics for Kolmogorov – Petrovsky – Piskunov equation // Lobachevskii Journal of Mathematic. – 2005. – Vol. 19. – P. 13–28.