Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О свойствах $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов конечных групп

Новикова Диана Геннадьевна
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
E-mail: novikovadg@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. В теории классов групп важное место занимают вопросы, связанные с исследованием подгрупп в группах, определяемых посредством учета их связи с фиксированным классом групп $\mathfrak{F}$. К таким подгруппам относятся $\mathfrak{F}$-радикалы, $\mathfrak{F}$-корадикалы, $\mathfrak{F}$-проекторы, $\mathfrak{F}$-инъекторы, $\mathfrak{F}$-максимальные подгруппы, $\mathfrak{F}$-субнормальные подгруппы и многие другие (см., напр., [2]).

Понятие $\mathfrak{F}$-инъектора, введенное в рассмотрение Б. Фишерем, В. Гашюцем и Б. Хартли в [3], было получено на основе обобщения одного из свойств силовских подгрупп в группах. Хорошо известно, что пересечение силовской p-подгруппы группы G (т.е. $\mathfrak{G}_p$-максимальной подгруппы в G, где $\mathfrak{G}_p$ — класс всех p-групп) с нормальной подгруппой является силовской p-подгруппой в данной нормальной подгруппе. $\mathfrak{F}$-инъектор группы наследует данное свойство силовских подгрупп, а именно, $\mathfrak{F}$-инъектор группы G представляет такую её подгруппу, пересечение которой с любой субнормальной подгруппой K из G является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой в K.

В настоящее время установлены многие важные свойства $\mathfrak{F}$-инъекторов в группах в случае, когда $\mathfrak{F}$ является локальным классом Фиттинга [2]. При изучении ω-локальных классов Фиттинга, где ω — непустое множество простых чисел, возникает необходимость рассмотрения подгрупп в группах с учетом множества ω (см., напр., [1]). Понятие $\mathfrak{F}^\omega$-инъектора является естественным обобщением понятия $\mathfrak{F}$-инъектора. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Следуя [3], подгруппу H группы G называем $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором группы G, если H — $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа в G и для каждой субнормальной ω-подгруппы K группы G пересечение $H \cap K$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой в K. Всякий $\mathfrak{F}$-инъектор группы является ее $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором, для любого множества ω. В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, понятие $\mathfrak{F}^\omega$-инъектора совпадает с понятием $\mathfrak{F}$-инъектора группы.

В теореме 1 изучаются общие свойства $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов в группах в случае, когда класс $\mathfrak{F}$ является классом Фиттинга.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — класс Фиттинга, G — группа, $H \leq G$, $\alpha \in AutG$. Если H — $\mathfrak{F}^\omega$-инъектор группы G, то H^α также является $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором в группе G.*

Следствие 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — класс Фиттинга, G — группа, $H \leq G$. Если H — $\mathfrak{F}^\omega$-инъектор группы G, то H^a также является $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором в группе G для любого $a \in G$.*

В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, из теоремы 1 вытекает известное свойство $\mathfrak{F}$-инъекторов ([2], гл. IX, (1.3)).

Источники и литература

1) Скиба А. Н., Шеметков Л. А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды. 1999. Т. 2, № 2. С. 114–147.
2) Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin – New Jork: Walter de Gruyter, 1992.
3) Fischer B., Gaschutz W., Hartley B. Injectoren endlicher auflosbarer Cruppen // Math. Z. 1967. V. 102, № 5. P. 337–339.