

Моделирование многофазной многокомпонентной жидкости в трёхмерном цифровом керне неявным методом.

Научный руководитель – Довгилович Леонид Евгеньевич

Забегаяев Юрий Александрович

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: zabegaev99@gmail.com

Решается задача моделирования течения нескольких несмешиваемых жидкостей в трёхмерном цифровом керне в масштабе пор. Такое моделирование позволяет ставить воспроизводимые численные эксперименты над керном, дополняя и оптимизируя лабораторное исследование. Решается система уравнений на основе метода функционала плотности в гидродинамике [1-2]. Система состоит из уравнений неразрывности и сохранения импульса для сжимаемой жидкости. Для дискретизации используется метод конечных разностей. Интегрирование по времени производится полностью неявным методом. Вычисления проводятся на GPU с использованием CUDA [3]. Работа опирается на полученные ранее результаты, изложенные на конференциях в докладах [4-5].

Шаг по времени неявной схемы включает решение системы нелинейных алгебраических уравнений итерационным методом Ньютона. На каждой итерации метода Ньютона решается линейная система уравнений на основе матрицы Якоби. Для её решения используется метод подпространства Крылова - BiCGStab [6]. Эффективный сценарий использования неявной схемы реализуется при достаточно большом шаге по времени. Матрицы, получаемые при таком шаге, плохо обусловлены и их решение становится затруднительным.

В данной работе рассматривается метод обращения оператора на основе матрицы Якоби с использованием предобуславливателя на основе неточного вычисления дополнения Шура [7]. Применение этого предобуславливателя включает в себя решение двух линейных системы меньшего ранга по сравнению с оригинальной системой уравнений. Каждую из них мы решаем многосеточным методом [8] с полиномиальным сглаживателем [9].

В результате работы мы реализовали симулятор течения двухкомпонентной жидкости в трёхмерном цифровом керне на основе неявной схемы с использованием метода, описанного выше. Проведено сравнение с явной схемой и продемонстрировано ускорение расчетов до 50 раз по сравнению с явной схемой в интересующих нас режимах течения.

Работа выполнена в Московском научно-исследовательском центре “Шлюмберге”.

Источники и литература

- 1) Демьянов А.Ю., Динариев О.Ю., Евсеев Н.В. Основы метода функционала плотности в гидродинамике. // М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 312 с.
- 2) Armstrong R. T. et al. Modeling of pore-scale two-phase phenomena using density functional hydrodynamics // Transport in Porous Media. – 2016. – Т. 112. – №. 3. – С. 577-607.
- 3) Cook, S. (2012). CUDA Programming: A Developer’s Guide to Parallel Computing with GPUs (1st ed.). // San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.

- 4) Ю.А. Забегаев, Л.Е. Довгилович. Неявный трехмерный алгоритм для расчета многофазных многокомпонентных течений в цифровом ядре. // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2021».
- 5) Ю.А. Забегаев, Л.Е. Довгилович. О методе решения плохо обусловленных систем линейных уравнений, возникающих в задаче трехмерного моделирования многофазных многокомпонентных течений в цифровом ядре неявным методом. // 64-я Всероссийская научная конференция МФТИ.
- 6) Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. // Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.q
- 7) Zhang F. (ed.). The Schur complement and its applications. // Springer Science & Business Media, 2006. – Т. 4.
- 8) William L Briggs, Van Emden Henson, and Steve F McCormick. A multigrid tutorial. // SIAM, 2000.
- 9) Kraus J., Vassilevski P., Zikatanov L. Polynomial of Best Uniform Approximation to and Smoothing in Two-level Methods // Computational Methods in Applied Mathematics. – 2012. – Т. 12. – №. 4. – С. 448-468.