

Задача оптимального уклонения быстрой цели от преследователя, использующего метод пропорционального наведения

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Орёл Никита Андреевич

Студент (магистр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия

E-mail: nikita.orel@math.msu.ru

В докладе рассматривается задача оптимального уклонения [1] от преследователя, использующего метод пропорционального наведения [2]. Цель и преследователь представлены материальными точками, движущимися в горизонтальной плоскости.

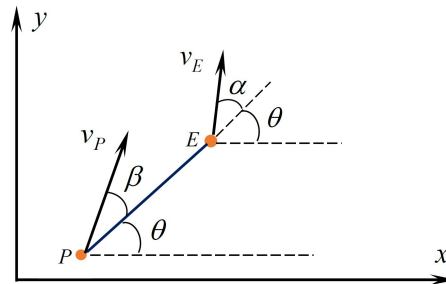


Рис. 1. Модель преследователя-цели на плоскости

Пусть θ – угол между линией визирования PE и осью x , β – угол между линией визирования и направлением вектора скорости преследователя v_P , α – угол между линией визирования и направлением вектора скорости цели v_E . Уравнения движения в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \dot{r} = \cos \alpha - b \cos \beta, \\ \dot{\beta} = \frac{b \sin \beta - \sin \alpha}{rc}, \\ \dot{\alpha} = \frac{b \sin \beta - \sin \alpha}{r} + u, \end{cases} \quad (1)$$

где $b = \frac{v_P}{v_E}$, $c = -\frac{1}{k-1}$, $k > 1$ – коэффициент в $\dot{\beta} = k\dot{\theta}$ (метод пропорционального наведения), u – угловая скорость вращения вектора v_E , кусочно-непрерывная функция, $|u| < \infty$. Время процесса фиксировано. Заданы условия вида:

$$r(0) = r_0, \quad \beta(0) = \beta_0, \quad \alpha(0) \text{ – свободно} \quad (2)$$

Цель управления – максимизация конечного расстояния до преследователя

$$J = -r(T) \rightarrow \min_u \quad (3)$$

Структура исходной системы (1) позволяет провести ее редукцию. Вместо управления u выбирается α и рассматривается система

$$\begin{cases} \dot{r} = \cos \alpha - b \cos \beta, \\ \dot{\beta} = \frac{b \sin \beta - \sin \alpha}{rc}. \end{cases} \quad (4)$$

С помощью принципа максимума Понтрягина [3] задача оптимального управления была сведена к краевой задаче для системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Для иллюстрации аналитических результатов было проведено численное моделирование с помощью системы Wolfram Mathematica. В случае, когда скорость цели больше скорости преследователя ($0 < b < 1$), из качественного анализа фазового портрета устанавливается, что необходимым условиям оптимальности удовлетворяют несколько траекторий, из которых выбирается оптимальная (в смысле максимизации конечного расстояния). Построены траектории объектов на плоскости (x, y) . После нахождения управления $\alpha(t)$ для (4) было определено искомое управление $u(t)$ задачи.

Литература

1. Patcher M., Yavin Y. Simple-Motion Pursuit-Evasion Differential Games, Part 1: Stroboscopic Strategies in Collision-Course Guidance and Proportional Navigation. Journal of optimization theory and applications: Vol 51, №. 1, October 1986.
2. Ким Д.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. Москва, Наука, 1989, 336 с.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва, Наука, 1983, 393 с.