Секция «Вычислительная механика»

Алгоритм решения задачи о деформации многослойной пластины, состоящей из нескольких предварительно деформированных цилиндрических слоёв

Научный руководитель – Ларин Николай Владимирович

Белкин А.Э.[1], *Зингерман К.М.*[2]

1 - Тульский государственный университет, Тула, Россия, *E-mail: antonedurd2020@mail.ru*; 2 - Тульский государственный университет, Тула, Россия, *E-mail: zingerman.km@tversu.ru*

<div>В работе рассматривается несколько цилиндрические пластины, каждая из которых представляет собой сектор полого кругового цилиндра. Все пластины пронумерованы от 1 до N, причём оси цилиндров с чётным номером ортогональны осям цилиндров с нечётным. Для каждой $n-$ой пластины в естественной конфигурации введены координаты $r^{(n)}$, $\phi^{(n)}$, $\zeta^{(n)}$, для чётных и нечётных соответственно по формулам:</div> <div>

$$nbsp; \; </div><div> x^{(2n-1)} = r^{(2n-1)}\cos\left(\phi^{(2n-1)}\right) \quad \begin{matrix} </div><div> \\ amp; y^{(2n-1)} = r^{(2n-1)}\sin\left(\phi^{(2n-1)}\right) \\ nbsp; \end{matrix} \quad amp; z^{(}$$

$$nbsp; \; </div><div> x^{(2n)} = r^{(2n)}\sin\left(\phi^{(2n)}\right) \quad \begin{matrix} nbsp; </div><div> \\ amp; y^{(2n)} = \zeta^{(2n)} \\ nbsp; \end{matrix} \quad amp; z^{(2n)} = r^{(2n)}\cos\left(\right.$$

nbsp;</div> <div>Граничные значения $n-$ой пластины обозначаются $r_1^{(n)}$ и $r_2^{(n)}$, где $r_1^{(n)} lt; r_2^{(n)}$.<
<div>nbsp;</div> <div>Далее рассматривается составная предварительно напряжённая прямоугольная пластина, состоящая из N слоёв, полученных в результате разгибания этих цилиндрических панелей. Это состояние единой пластины принимается за промежуточное. После этого пластина подвергается двухосному растяжению-сжатию силами, параллельными осям y, z и прикреплённым к плоским краям пластины $y = \mathrm{const}$ и $z = \mathrm{const}$ и переходит в конечное состояние. Определяющие соотношения для несжимаемого упругого материала имеют вид $\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mu\mathbf{F}$, где $\mathbf{I}$ – единичный тензор; μ – материальная постоянная; $\mathbf{F}$=$\mathbf{P}\bullet\mathbf{P}^{\mathrm{T}}$ — мера деформации Фингера; $\mathbf{P}$ — градиент деформации; $\mathbf{T}$ — тензор напряжений; p — множитель Лагранжа. Переход нечётной и чётной панелей из естественного состояния в промежуточное (1ый этап деформации), а также цельной панели из промежуточного состояния в конечное (2ой этап деформации) описывается соответственно формулами</div> <div>

$$nbsp; \; </div><div> x = f^{(2n-1)}\left(r^{(2n-1)}\right) \quad \begin{matrix} </div><div> \\ amp; y = \tau_{2n-1}\phi^{(2n-1)} \\ nbsp; \end{matrix} \quad amp; z = \alpha_{2n-1}\zeta^{(2n-1)} \quad </di$$

$$nbsp; \; </div><div> x = f^{(2n)}\left(r^{(2n)}\right) \quad \begin{matrix} nbsp; </div><div> \\ amp; y = \alpha_{2n}\zeta^{(2n)} \\ nbsp; \end{matrix} \quad amp; z = \tau_{2n}\phi^{(2n)} \quad </div><$$

$$nbsp; \; </div><div> X = X\left(x\right) \quad \begin{matrix} nbsp; </div><div> \\ amp; Y = \beta_Y y \\ nbsp; \end{matrix} \quad amp; Z = \beta_Z z \quad </div><div>$$

nbsp;</div> <div>где x, y, z – координаты частиц в промежуточном состоянии; X, Y, Z – координаты частиц в конечном состоянии; τ_n, α_n, β_Y, β_Z – константы, определяющие деформацию; $f^{(n)}\left(r^{(n)}\right)$, $X\left(x\right)$ – неизвестные функции. Последние определяются из условия несжимаемости det$\mathbf{P}$ $= 1$. Для 1ого этапа деформации данное условие записывается как $\frac{df^{(n)}\left(r^{(n)}\right)}{dr^{(n)}} \bullet \frac{\tau_n \alpha_n}{r^{(n)}} = 1$. Для 2ого же условие записывается в виде</div> <div>

$$\beta_Y \beta_Z \left(\frac{df^{(n)}\left(r^{(n)}\right)}{dr^{(n)}}\right)^{-1} \frac{dX\left(r^{(n)}\right)}{dr^{(n)}} = 1$$

nbsp;</div> <div>Условие несжимаемости дополняется граничными условиями. Для 1ого этапа деформации это условия $f^{(1)}\left(r_1^{(1)}\right) = 0$; $f^{(n-1)}\left(r_2^{(n-1)}\right) = f^{(n)}\left(r_1^{(n)}\right)$, $n = 2, \ldots, N$. Для 2ого этапа деформации это условия $X\left(f^{(1)}\left(r_1^{(1)}\right)\right) = 0$; $X\left(f^{(n-1)}\left(r_2^{(n-1)}\right)\right) = X\left(f^{(n)}\left(r_1^{(n)}\right)\right)$ $n = 2, \ldots, N$.</div> <div>nbsp;</div> <div>Единственной неизвестной составляющей в формуле напряжений $\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mu\mathbf{F}$ остаётся p. Используя равенство $T_{11} = 0$ в конечном состоянии, можно вывести формулу</div> <div>

$$p\left(r^{(n)}\right) = \mu\left(\frac{dX\left(r^{(n)}\right)}{dr^{(n)}}\right)^2$$

nbsp;</div> <div>Таким образом, определено напряжённое состояние после деформаций пластин.</div> <div>Элементы решения данной задачи рассматривались в [1, 2].</div>

Источники и литература

1) Levin, V.A., Zubov, L.M., Zingerman, K.M.: An exact solution for the problem of flexure of a composite beam with preliminarily strained layers under large strains. International Journal of Solids and Structures, 67–68, 244-249 (2015)
2) Levin, V.A., Zubov, L.M., Zingerman, K.M.: Multiple joined prestressed orthotropic layers under large strains. International Journal of Engineering Science, 133, 47–59 (2018)