Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О подформациях ω-веерных формаций конечных групп

Максаков Серафим Павлович
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
E-mail: msp222@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Классом групп называется всякое множество групп, содержащее вместе с каждой своей группой и все группы ей изоморфные. Формация групп — класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. В теории классов групп для изучения формаций широко применяются функциональные методы. Так, В. Гашюцем в работе [3] были построены локальные формации при помощи функций-спутников, область определения которых — множество $\mathbb{P}$ всех простых чисел. В дальнейшем, Л.А. Шеметков построил ω-локальные формации [2], рассматривая в качестве области определения сопутствующих функций множество $\omega \cup \{\omega'\}$, где ω — непустое подмножество множества $\mathbb{P}$, а символ ω' обозначает элемент, не принадлежащий ω. Развивая данный функциональный подход, В.А. Ведерников ввел в рассмотрение еще одну функцию — функцию-направление, с помощью которой построил бесконечную серию новых видов ω-веерных формаций [1]. При этом, хорошо изученные и нашедшие многочисленные применения ω-локальные формации вошли в данную серию. В текущее время актуальной является задача изучения произвольных ω-веерных формаций. Цель настоящего исследования — описание строения класса $\mathfrak{N}$ всех конечных нильпотентных групп как подформации ω-веерной формации.

Используемые обозначения и определения для групп и классов групп стандартны (см., например, [1]). Функции $f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}$, где $f(\omega') \neq \varnothing$, и $\delta : \mathbb{P} \to \{\text{непустые формации Фиттинга}\}$ называются соответственно ωF-функцией и $\mathbb{P}FR$-функцией. Формация $\mathfrak{F} = \{G \mid G/O_\omega(G) \in f(\omega')$ и $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G)\}$ называется *ω-веерной формацией* с направлением δ и ω-спутником f [1], где $O_\omega(G)$ и $G_{\delta(p)}$ — наибольшие нормальные ω-подгруппа и $\delta(p)$-подгруппа группы G соответственно. Через δ_3 обозначается направление ω-центральной формации, т.е. $\delta_3(p) = \mathfrak{S}_{cp}$ для любого $p \in \mathbb{P}$, где $\mathfrak{S}_{cp}$ — класс всех групп, у которых каждый главный p-фактор централен. $\mathbb{P}FR$-функция δ называется bp-направлением, если δ является b-направлением, т.е. $\delta(p)\mathfrak{N}_p = \delta(p)$ для любого $p \in \mathbb{P}$, и δ является p-направлением, т.е. $\mathfrak{G}_{p'}\delta(p) = \delta(p)$ для любого $p \in \mathbb{P}$, где $\mathfrak{N}_p$ и $\mathfrak{G}_{p'}$ — соответственно классы всех p-групп и всех p'-групп [1]. Через $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{S}$ и $\omega\mathfrak{S}$ обозначаются классы всех единичных, всех разрешимых и всех ω-разрешимых групп соответственно.

Теорема 1. *Пусть δ — bp-направление ω-веерной формации, удовлетворяющее условию $\delta \leq \delta_3$, f — ωF-функция такая, что $f(\omega') = \mathfrak{N}$, $f(p) = \mathfrak{E}$ для любого $p \in \omega$. Тогда класс $\mathfrak{N}$ является подформацией ω-веерной формации $\mathfrak{F} = \omega F(f, \delta)$, причем $\mathfrak{N}$ имеет следующее строение:*

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S} = \mathfrak{F} \cap \omega\mathfrak{S}.$$

Источники и литература

1) Ведерников В. А. О новых типах ω-веерных формаций конечных групп // Украiнський математичный конгресс — 2001. Київ: Праці, Секція 1, 2002. С. 36–45.
2) Шеметков Л. А. О произведении формаций // Докл. АН БССР. 1984. Т. 28, № 2. С. 101–103.

3) Gaschutz W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z. 1963. V. 80, № 4. P. 300–305.