

**Большие отклонения статистики критерия хи-квадрат****Научный руководитель – Шкляев Александр Викторович****Глаголев Александр Николаевич***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
 Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и  
 случайных процессов, Москва, Россия

*E-mail: glagolan.mail@gmail.com*

Известно, что критерий хи-квадрат широко применяется как проверки гипотезы согласия в дискретном случае. Однако, в случае больших отклонений хи-квадрат аппроксимация распределения статистики этого критерия неприменима [1]. Цель доклада заключается в получении асимптотики вероятности  $\mathbf{P}(T > Cn)$ , где  $T$  – статистика критерия,  $n$  – размер выборки,  $C$  – константа.

Аналогичная задача была решена для критерия обобщенного отношения правдоподобий (к.о.о.п) в работе [2]. Доказательство опирается на понятие доминирующей точки множества, то есть точки, в которой достигается минимум функции отклонений. В докладе будет получена асимптотика

$$\mathbf{P}(T > Cn) = (1 + o(1)) \sum_{i=1}^k A(\theta^i) \frac{1}{\sqrt{n}} \exp(-\Lambda(\theta^i)n), \quad n \rightarrow \infty,$$

где  $\theta^1, \dots, \theta^k$  – доминирующие точки множества  $\{T > Cn\}$ ,  $\Lambda$  – функция отклонений,  $A(\theta^i)$  – постоянная, соответствующая доминирующей точке  $\theta^i$ .

Задача поиска доминирующих точек в общем случае оказывается трудной. Важный частный случай – проверка гипотезы о равномерности распределения. Доминирующие точки в этом случае будут найдены в явном виде.

Еще один вопрос связан со сравнением асимптотик  $\mathbf{P}(T > Cn)$ ,  $\mathbf{P}(2 \ln \lambda > Cn)$  и  $\mathbf{P}(\xi > Cn)$  для  $\lambda$  – статистики к.о.о.п.,  $\xi \sim \chi_{d-1}^2$ . Как известно,  $T \xrightarrow{d} \xi$  и  $2 \ln \lambda \xrightarrow{d} \xi$ . Однако, при больших отклонениях

$$\mathbf{P}(2 \ln \lambda > Cn) \sim A_1 n^{-(d-1)/2} \exp(-Cn/2), \quad n \rightarrow \infty,$$

$$\mathbf{P}(\xi > Cn) \sim A_2 n^{-(d-1)/2} \exp(-Cn/2), \quad n \rightarrow \infty.$$

Таким, образом, асимптотики в двух данных случаях отличаются лишь мультипликативной константой. Следовательно, хи-квадрат аппроксимация к.о.о.п. может быть применена и в зоне больших отклонений. При этом хи-квадрат аппроксимация статистики критерия хи-квадрат дает экспоненциально большую относительную погрешность.

**Источники и литература**

- 1) А. А. Боровков. Асимптотический анализ случайных блужданий. Быстро убывающие распределения приращений. Asymptotic analysis of random walks. Light-tailed distributions, Encyclopedia Math. Appl, 176:53–54, 2013.
- 2) Michael Iltis. Sharp asymptotics of large deviations in r d. Journal of Theoretical Probability, 8(3):501–522, 1995. 14